

MA2002 Cálculo en Varias Variables Semestre 2012-01

Profesor: Natacha Astromujoff

Auxiliar: Simón Piga

Auxiliar 12

P1. Sea $R = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, y \geq x, a \leq xy \leq b, y^2 - x^2 \leq 1\}$ con $0 < a < b$. Calcule la integral:

$$\int \int_R (y^2 - x^2)^{xy} (x^2 + y^2) dx dy$$

Indicación Utilice un cambio de variables apropiado.

P2. Sea $a > 0$ Considere el volumen de la zona encerrada por las superficies:

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

$$S_2 : x^2 + y^2 = ay$$

- i Interprete qué figuras representan S_1 y S_2 .
- ii Utilice coordenadas esféricas y escriba el volumen como una integral triple.
- iii Calcule el volumen.

P3 Calcule

$$\int_0^3 \int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y}{2}+1} \left(\frac{2x-y}{2} + \frac{z}{3} \right) dx dy dz$$

Indicación Considere el cambio de variables: $u = \frac{2x-y}{2}$; $v = \frac{y}{2}$; $w = \frac{z}{3}$