MA2001-2 Cálculo en Varias Variables.
Profesor: Marcelo Leseigneur P.
Auxiliares: Martin Castillo Q. - Pedro Pérez A.

Auxiliar 7

1 de octubre de 2012

P1. Calcule el Gradiente o el Jacobiano según corresponda:

a) $H(x,y,z) = f((f(x,y,z), g(x,z)))$ Donde:

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

Ambas f y g diferenciables en todo el dominio.

b) $\pi(x,y) = f(x+y, g(x,y), h(y,x))$ evaluado en $(0,1)$. Donde:

$$f(x,y,z) = (xsen(z), ycos(z))$$

$$g(x,y) = y^2cos(x)$$

$$h(x,y) = -yln(cos(x))$$

P2. Sea $T(x,y,z) = x^2 - 2yz$ la temperatura de un sólido en $\mathbb{R}^3$. Si partimos del punto $P = (1,2,3)$ con la dirección del vector $(2,2,1)$, ¿Cuál es el cambio de temperatura que experimentamos por unidad de tiempo? ¿En qué dirección es máxima la variación de temperatura? ¿Cual es ése valor máximo?

P3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{y-x}\displaystyle\int_x^y e^{-t^2}dt & x \neq y \\ e^{-x^2} & x = y \end{cases}$$

a) Demuestre que f es continua.

b) Demuestre que f es diferenciable en el conjunto $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \; | x = y\}^c$

c) Demuestre que f satisface las siguientes Ecuaciones Diferenciales Parciales en C:

$$(1)\ \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{e^{-y^2} - e^{-x^2}}{y-x}$$

$$(2)\ (y-x)\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$(3)\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2\frac{e^{-x^2}x - e^{-y^2}y}{y-x}$$