MA1002-6: Cálculo Diferencial e Integral.
Profesor: Daniel Remenik Z.
Auxiliar: Ítalo Riarte C.
Primavera 2012

Auxiliar Extra Examen: Series

P1. Calcule las siguientes series, indicando si convergen o no

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-1}{n!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\tfrac{1}{n^2+2n}\right)$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n\ln\left(1+\tfrac{1}{n}\right)$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

P2. Determine la convergencia de las siguientes series

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^3(n^3+n)}}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+\ln n}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt[n]{n}-1)^n$ (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n}$

P3. Considere la sucesión de términos no negativos $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, tal que $\sum a_n$ converge.

(a) Pruebe que $\displaystyle\sum_{n\geq 0}(a_n)^2$

(b) Pruebe que $\displaystyle\sum_{n\geq 0}\frac{a_n}{1+a_n}$ y $\displaystyle\sum_{n\geq 0}\frac{a_n}{1+a_n}$, convergen si $\forall n\in\mathbb{N},\ a_n\neq 1$.

Propuesto : Pruebe que la convergencia de $\displaystyle\sum_{n\geq 0}\frac{a_n}{1+a_n}$ implica la convergencia de $\sum a_n$.

(c) Considere adicionalmente la sucesión $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$, que cumple la propiedad $e^{a_n}=a_n+e^{b_n}$, $\forall n\in\mathbb{N}$.

Pruebe que la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 0}\frac{b_n}{a_n}$, converge.

P4. Estudie la convergencia absoluta y condicional de las siguientes series

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{1+n+\ln n}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n(1+\ln(\ln n))^2}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\operatorname{sen}(\tfrac{1}{n})$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt{\frac{n}{n^2+1}}$

P5. Determine los valores de $\alpha\in\mathbb{R}$, que aseguran la convergencia de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n!}}{n^{n\alpha}}$ y $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln n(1+\ln(\ln n))^{\alpha}}$.