Auxiliar 10 - Cálculo Diferencial e Integral

Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile

Viernes 19 de Octubre, 2012

Profesor de Cátedra: Leonardo Sánchez
Profesor Auxiliar: Matías Godoy Campbell

Pregunta 1.

a) Para $\alpha \in (0,1)$, denoramos por $\mathcal{R}$ la región encerrada por la curva x^α, el eje OY y la recta tangente a x^α en el punto $x = 1$. Sea $\alpha = \frac{2}{3}$, calcule el perímetro de la región $\mathcal{R}$

b) Pruebe por integración que la superficie de un cono (manto y base) de altura h y base circular de radio r está dada por:

$$S = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} + \pi r^2$$

Pregunta 2. Considere la elipse $\mathcal{E}$ de ecuación $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, con $a, b > 0$.

Escriba la longitud total s de la elipse $\mathcal{E}$ (no la calcule) y demuestre que la longitud de cualquier elipse $\mathcal{E}_\lambda$ de semiejes $\lambda \cdot a$ y $\lambda \cdot b$ con $\lambda > 0$ es $s_\lambda = \lambda \cdot s$.

Pregunta 3.

a) Pruebe que el área superficial de una esfera de radio r es $4\pi r^2$, y, en general, que el área de la porción de esfera comprendida entre 2 planos paralelos a distancia h es $2\pi rh$

b) Se define el Toro de radio interior b y radio exterior a $(a > b)$ como el volumen formado al rotar un círculo centrado en $(a, 0)$ de radio b en torno al eje Y. Pruebe que el área superficial del Toro es $4\pi^2 ab$.

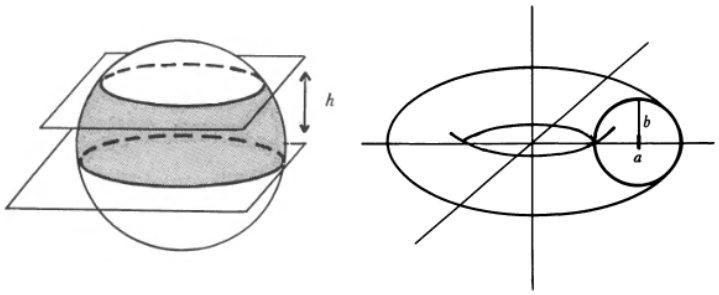

Figura 1: Superficies a considerar.

Pregunta 4. Calcular el área encerrada entre las cardioides

$$\rho = 2 + \sin(\theta), \quad \rho = 2 + 2\sin(\theta)$$