

## Auxiliar 6 - Cálculo Diferencial e Integral

Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile

Viernes 14 de Septiembre, 2012

Profesor Cátedra: Leonardo Sánchez

Profesor Auxiliar: Matías Godoy Campbell

**Pregunta 1.** Calcule las siguientes primitivas

- a)  $\int e^{-x} \ln(1 + e^x) dx$
- b)  $\int \frac{4x^3 - 3x^2 + 3}{(x-1)^2(x^2+1)} dx$
- c)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1} + (\sqrt{x^2+1})^3}$

**Pregunta 2.** En esta pregunta probaremos que  $\int \sec x dx = \log |\sec x + \tan x| + C$  de dos maneras distintas:

a) Probando y utilizando la siguiente identidad:

$$\frac{1}{\cos x} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right]$$

b) Usando la sustitución  $t = \tan x/2$ .

**Pregunta 3.** Sea  $f$  una función infinitamente diferenciable en  $\mathbb{R}$ . Sea  $I_n = \int e^{-x} f^{(n)}(x) dx$  en donde  $f^{(n)}$  denota la  $n$ -ésima derivada de  $f$ .

a) Demuestre que  $\forall x \in \mathbb{R}$

$$I_n = I_{n+1} - e^{-x} f^{(n)}(x)$$

b) Si  $f^{(k)} = 0$  para un cierto  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 1$ , demuestre que  $\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$I_0 = \int e^{-x} f(x) dx = -e^{-x} \sum_{i=0}^{k-1} f^{(i)}(x) + C$$

donde  $C$  es una constante real.

**Pregunta 4.**

a) Para  $I_n = \int \frac{x^n}{\sqrt{1+x}} dx$  demuestre que:

$$(1 + 2n)I_n = 2x^n \sqrt{1+x} - 2nI_{n-1}$$

b) Calcule la siguiente primitiva

$$\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$$