Guía de ejercicios: Economía Industrial[1]

Ignacio Llanos[2]

Esta versión: Marzo 2005
Primera versión: Marzo 2003

[1] Esta es una recopilación de problemas principalmente de controles, guías, clases auxiliares, apuntes y bibliografía (ver programa) del curso de Organización Industrial (IN51A) del Departamento de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, dictados por los profesores Soledad Arellano, Ronald Fischer y Alexander Galetovic.

[2] Comentarios y sugerencias: illanos@ing.uchile.cl

Índice general

Índice de figuras

Capítulo 1

Teoría de Juegos

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.

   a) Equilibrio Perfecto en el subjuego - Equilibrio de Nash

   b) Conjunto de información - Estrategia

   c) Amenaza Creíble - Equilibrio Perfecto en Subjuegos

2. Supongamos el siguiente modelo de elecciones. Los electores están distribuidos en forma uniforme en el intervalo [0,1], que podemos interpretar como el hecho que las preferencias de los electores son uniformes entre la izquierda y derecha más extrema. Los electores siempre votan por el candidato más cercano a su posición. Por ejemplo, si el candidato 1 se ubica en 0.6 y el candidato 2 se ubica en 0.8, el candidato 1 recibe todos los votos de los agentes a la izquierda más los votos de los agentes en el segmento [0,6, 0,7], es decir, un 70 % de los votos (ver figura 1.1). Cada uno de los dos partidos políticos elige la posición de su o sus candidatos simultáneamente. En caso de empate, el resultado se decide al azar, usando una moneda.

   a) Suponga que sólo hay un cargo por circunscripción electoral (se gana por mayoría). Mostrar que para cada candidato, la estrategia de ubicarse en 0.5 es Nash. ¿Cómo se interpreta esto?

   b) Suponga que el Partido 1 elige su posición antes que el partido 2. ¿Cuál es la estrategia dominante del partido 2? ¿Cuál es el equilibrio perfecto en el sub-juego?

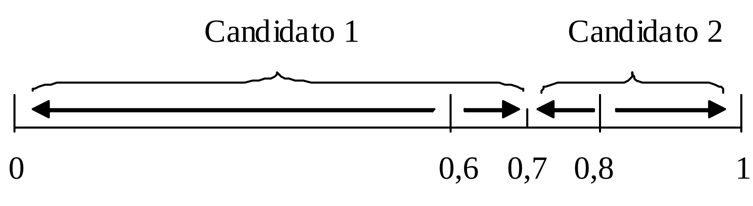

Figura 1.1: Distribucion de electores

Solución

a) Si un candidato A se ubica en $x = 0,5$ el otro (B) puede:

- $Y<0,5$

En tal caso la porción de votos que captará será a todos los electores ubicados a la izquierda de y, más la mitad de los que están entre x e y:

$$Pagos(B) = y + \left(\frac{x-y}{2}\right) \tag{1.1}$$

y

$$Pagos(A) = (1-x) + \left(\frac{x-y}{2}\right) \tag{1.2}$$

Y como sabemos que $1 - x > y$ la elección la ganará el candidato A (el que elige x).

- $Y = 0,5$

En tal caso la porción de votos que captarán A y B serán idénticas por lo que irán a un sorteo y los pagos serán:

$$E\left[Pagos(A)\right] = E\left[Pagos(B)\right] = 0,5 \tag{1.3}$$

- $Y > 0,5$

En este caso la porción de votos que el candidato B captará será los ubicados a la derecha de y, más la mitad de los que están entre y y x:

$$Pagos(B) = (1-y) + \left(\frac{y-x}{2}\right) \tag{1.4}$$

y

$$Pagos(A) = x + \left(\frac{y-x}{2}\right) \tag{1.5}$$

Y como sabemos que $1 - y > x$ la elección la ganará el candidato A (el que elige x). Podemos concluir que para B la mejor respuesta a lo que hace A es ubicarse en $y = 0,5$. Obviamente el caso de B eligiendo es simétrico. Por lo tanto elegir 0,5 es estrategia dominante para ambos jugadores $\Longrightarrow$ Es equilibrio de Nash.

La interpretación es que el *teorema del votante de la mediana* se cumple en este caso, es decir, cuando se elige un solo cargo el candidato que este más cerca de la mediana[1] ganará la elección, como los dos ocuparán la misma estrategia estarán en un equilibrio de Nash.

b) En este caso el problema es el mismo, ya que para B el ubicarse en 0,5 es una estrategia dominante, es decir, es la mejor respuesta a lo que haga A. Por lo tanto siempre (independiente de lo que haga A) elegirá ubicarse en 0,5. Luego, dado que B tiene una estrategia dominante, A buscará la mejor respuesta que, como vimos en la parte *a*), es ubicarse también en 0,5. En resumen el EPS es que ambos se ubiquen en 0,5.

[1] La mediana es el punto donde que incluye la mitad de las muestras (50 %), en una distribución Normal la mediana coincide con la media.

3. En el paseo Ahumada de Santiago existen dos amigos llamados “Melón” y “Melame”, los que se dedican a la venta callejera. Estos amigos solamente venden paraguas o lentes para sol. La venta del día de mañana debe ser decidida por cada uno de éstos, de tal forma que el día anterior compran a mayoristas sólo un tipo de productos. Existen dos escenarios posibles, un día con sol o un día lluvioso, con $P(sol) = P(lluvioso) = \frac{1}{2}$. Además las ganancias para “Melón” y “Melame” dependen de lo que su amigo haga, de tal forma:
   - Si alguno de los dos adivina la venta del día siguiente gana 4.
   - Si alguno de los dos no adivina la venta del día siguiente gana 1.
   - Y si los dos juntos pronostican lo mismo ganan 2 cada uno, sin importar el tiempo.

   a) Todos los días Melame, va a la casa de Melón a espiarlo. Melón por un tipo mas volado que Melame, no se da cuenta que este lo espía. Con esto Melame sabe lo que va a vender Melón. Encuentre el equilibrio para este juego y diga cuales son las estrategias de Melón y Melame.

   b) Melón tiene un amigo meteorólogo que todos los días le predice el tiempo para el día próximo; esta predicción es totalmente cierta. Al igual que en el caso anterior Melame va a espiar a Melón. ¿Cuál es la estrategia óptima para Melón y Melame, y cuáles son los pagos que recibe cada uno?

4. Una firma debe decidir cómo repartir sus utilidades entre accionistas y trabajadores, en forma de dividendos para los accionistas y salario para los trabajadores (suponga que en la empresa sólo existe un accionista y un trabajador). Para ello, cuenta con un ingreso bruto I esperado al final del período. El accionista ofrece un salario w al trabajador, el cual puede aceptar o rechazar la oferta. En caso de rechazar la oferta, el trabajador puede hacer una contraoferta de cuánto es lo que debiera recibir él como salario. Esta contraoferta puede ser aceptada o rechazada por el accionista. Sin embargo, si es rechazada, el trabajador se irá a huelga, lo que trae un costo C_H para la empresa. El empresario debe organizar una mesa de negociación para poner fin a la huelga. En dicha reunión, el empresario debe ofrecer un nuevo salario al trabajador, quien puede aceptar o rechazar esta nueva oferta. Si la nueva oferta es rechazada por el trabajador, éste renunciará a la empresa y tomará otro empleo en algún otro trabajo, donde recibe el salario de mercado (no especializado) w_0. Debido a la falta de trabajadores con la especialización requerida en la empresa, si el trabajador renuncia, el ingreso bruto de la empresa cae a la mitad.

   a) Plantee el árbol del juego.

   b) Resuelva el juego encontrando el equilibrio perfecto en el sub-juego.

   Solución

   a) El árbol del juego es el que se muestra en la figura 1.2:

   b) Ahora resolvemos pare encontrar el equilibrio perfecto en el subjuego, como ya es sabido debemos comenzar a resolver desde la etapa final: El trabajador acepta el salario ofrecido solo si este es mayor a el que recibe en el mercado: $w_2 \geq w_0$. El Accionista ofrece un salario para que el trabajador acepte solo si:

   $$I - w_0 - C \geq \frac{I}{2} - C \Longleftrightarrow w_0 \leq \frac{I}{2} \tag{1.6}$$

   Es decir ofrece w_0 solo si se cumple que el salario de reserva del trabajador (salario que recibe este en el mercado) es menor a la mitad de los ingresos brutos (condición 1). Si no se cumple el

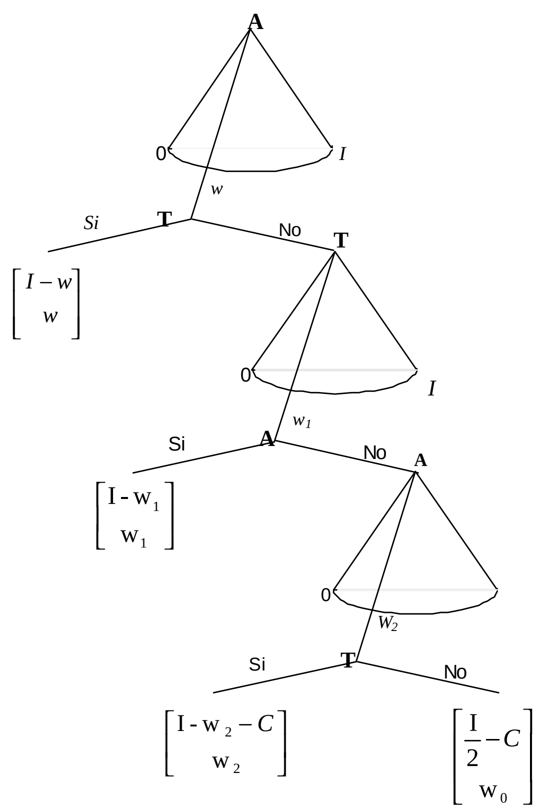

Figura 1.2: El juego del reparto de utilidades.

accionista ofrece 0. En este caso el accionista debe decidir si acepta el salario propuesto por el trabajador, luego aceptará solo si el beneficio es mayor que rechazar y avanzar una etapa más:

$$I - w_1 \geq I - C - w_o \Longleftrightarrow w_1 \leq w_0 + C \tag{1.7}$$

Si no se cumple la condición 1, la condición de aceptación del salario es:

$$I - w_1 \geq \frac{I}{2} - C \Longleftrightarrow w_1 \leq \frac{I}{2} + C \tag{1.8}$$

En este caso el trabajador debe proponer un sueldo, y propondrá uno tal que el accionista acepte, puesto que si no lo hace llegarán a que el trabajador recibirá w_0, independiente de si se cumple la condición 1 o no. El trabajador sabe que el accionista aceptará si (si se cumple condición 1)

$$\begin{gathered} w_1 \leq w_0 + C \\ => w_1 = w_0 + C \end{gathered} \tag{1.9}$$

Si no, el trabajador propondrá:

$$\begin{gathered} w_1 \leq \frac{I}{2} + C \\ => w_1 = \frac{I}{2} + C \end{gathered} \tag{1.10}$$

Ahora el trabajador debe decidir si acepta o rechaza la propuesta del accionista, claramente lo hará si el salario ofrecido es mayor que el que recibe en el punto anterior (rechazar y decidir salario). El accionista debe decidir que salario ofrece el trabajador (y sabe si la condicón se cumple o no). Si se cumple ofrecerá $w_0 + C$, si no ofrecerá

$$w_1 = \frac{I}{2} + C \tag{1.11}$$

5. Considere el caso de tres primos lejanos (Pedro, Juan y Diego) que deben repartirse una herencia de US$1,000,000 de acuerdo a las reglas del testamento. Las reglas son:

   a) Pedro decide cómo se dividen la herencia entre los tres.

   b) Si Juan y Diego aceptan las partes que les corresponden, esta es la división aceptada.

   c) Si al menos uno de los dos no acepta, el testamento indica que la mitad de la herencia va a el Hogar de Niños Huérfanos y el resto debe dividirse según un nuevo procedimiento.

   d) Pedro debe dividir la herencia en tres partes.

   e) Juan elige la parte que prefiere entre las tres.

   f) Diego elige la parte que prefiere entre las dos que quedan.

   g) Pedro se queda con el resto.

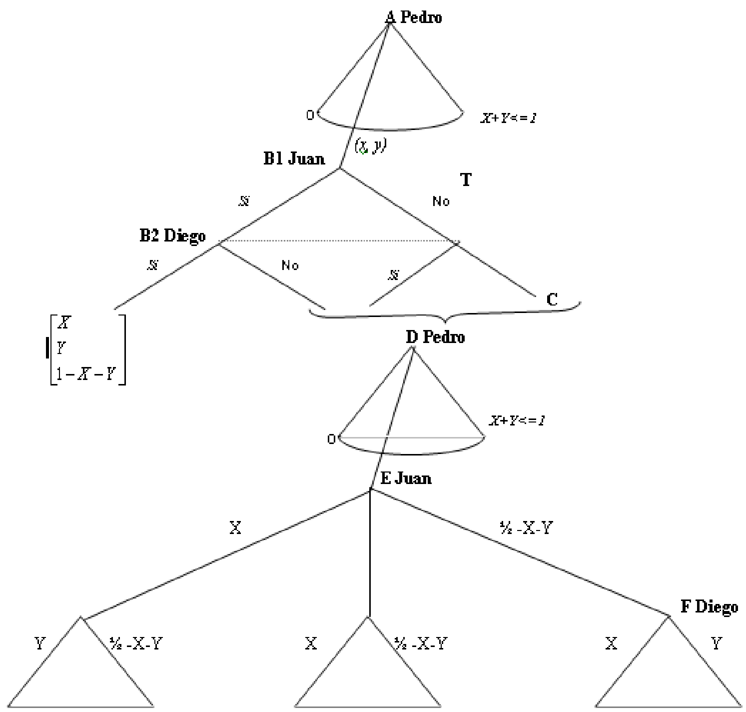

Figura 1.3: ¿Cómo repartir?

Encuentre el equilibrio perfecto en el sub-juego de este juego. ¿Cómo cambia la solución al juego si en la segunda etapa, luego de dividir la herencia, Pedro elige primero la parte que más prefiere (luego Juan y por último Diego)?

Solución

El diagrama del juego se muestra en la figura 1.3

Luego de modelar, buscaremos el EPS, esto lo haremos por inducción inversa, es decir, resolveremos el juego desde atrás hacia delante:

En F: Diego elige la mayor de sus opciones (sólo tiene 2 alternativas)

$$\textit{máx}\left\{\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\} - \textit{máx}\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\}\right\}$$

En E: Juan elige la mayor de sus opciones (tiene 3 alternativas)

$$\textit{máx}\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\}$$

En C: Pedro sabe que Juan y Diego jugarán razonablemente en cada sub-árbol, por lo que él recibirá siempre el mínimo:

$$\text{mín}\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\}$$

Dado esto lo mejor que puede hacer Pedro es proponer que las 3 “porciones” sean iguales[2]. Él propone:

$$\begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

En B2: Diego acepta (decir si) solo si $1 - x - y \geq 1/6$

En B1: Juan acepta solo si $y \geq 1/6$

En A: Por lo tanto Pedro propone:

$$\begin{bmatrix} 4/6 \\ 1/6 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

Si el juego cambia y Pedro es el primero en elegir (cambiamos las partes e y f del juego):

Juan elegirá el $\left\{\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\} - \textit{máx}\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\}\right\}$, por otro lado Pedro elegirá el $\textit{máx}\left\{x, y, \frac{1}{2} - x - y\right\}$.
Pedro al proponer sabe que luego de hacer la propuesta él elige con cuál “porción” quedarse y su propuesta será:

$$\begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

[2] Nótese la sabiduría que hay detrás de la tradición infantil de que él que reparta la torta (o cualquier comida sabrosa) sea el último en elegir, con esto están poniendo todos los incentivos para ser equitativo.

El resto del juego es igual:
En B2: Diego acepta (decir si) solo si $1 - x - y \geq 0$

En B1: Juan acepta solo si $y \geq 0$

En A: Por lo tanto Pedro propone:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Al cambiar las condiciones estábamos dando un mayor poder a Pedro, lo que trajo como consecuencia que este obtuviera un mayor pago.

6. En un cierto país hay tres candidatos presidenciales: A, B y C. Las preferencias de los votantes permiten dividir a la población en cuatro grupos, según muestra el siguiente cuadro:

Grupo	Porcentaje	Preferencias
I	36 %	$C > B >> A$
II	35 %	$A > B >> C$
III	17 %	$B > A >> C$
IV	12 %	$B > C >> A$

Los votantes del grupo 1 no quieren por ningún motivo que A sea presidente y los votantes de los grupos 2 y 3 bajo ninguna circunstancia quieren que C sea presidente. Gana la elección el candidato que obtiene la mayoría absoluta; si nadie obtiene más del 50 % de los votos en la primera vuelta, hay una segunda vuelta con los dos candidatos que obtuvieron más votos (no existen los votos blancos y nulos).

a) Describa el juego (jugadores, acciones y pagos o preferencias).

b) Escriba una estrategia del grupo III.

c) ¿Es equilibrio de Nash que todos los electores voten por aquel candidato que más les gusta? Justifique.

d) ¿Es equilibrio de Nash que el grupo I vote por C y los restantes candidatos voten por el candidato que más les gusta? Justifique.

7. Hace unos años un nuevo comisionado tomó a su cargo la policía de Nueva York. desde entonces la tasa de delitos ha disminuido en 32 %. Una de las innovaciones adoptadas por el Departamento de Policía consiste en lo siguiente: diariamente se computan estadísticas las que se usan para detectar aquellas zonas en las que se han cometido muchos delitos. Al día siguiente las zonas más conflictivas se inundan de policías. Usando sus conocimientos de Teoría de Juegos evalúe esta táctica de combate del crimen, indicando bajo qué circunstancias es exitosa, y bajo qué circunstancias no lo será.

8. *a*) ¿Cuál (o cuáles) es el problema del equilibrio de Nash?. Explique por qué el concepto de de equilibrio Perfecto en Subjuegos (EPS) resuelve el problema en juegos de información asimétrica.

   b) Demuestre los siguientes resultados.

1) Un equilibrio en estrategias dominantes es Nash.
2) Un equilibrio de Nash no utiliza estrategias (puras) dominadas.
3) En un equilibrio de Nash en estrategias mixtas, pueden usarse estrategias (puras) dominadas con probabilidad positiva? Demuéstrelo.

9. Suponga que existen dos empresas. Cada una opera en un mercado distinto, pero ambos mercados están relacionados. Las funciones de demanda inversa en cada mercado son:

$$p1 = 100 - x1 + \alpha p2 \tag{1.12}$$

$$p2 = 100 - x2 + \alpha p1 \tag{1.13}$$

con $\alpha < 1$. Para simplificar suponga además que el costo marginal de producir cualquiera de los dos bienes es constante e igual a cero. La variable estratégica de cada empresa es el precio del bien que produce.

a) Si $\alpha > 0$ ¿ qué tipo de bienes son 1 y 2 ?, ¿Y si $\alpha < 0$? En cada caso de un ejemplo.
b) Escriba la función objetivo de la primera empresa.
c) Encuentre el equilibrio de Nash del juego en que las empresas eligen simultáneamente el precio del bien que cada una produce (*Hint*: antes de resolver mire (1.12) y (1.13)).
d) Suponga que las dos empresas se fusionan, con el resultado que una sola controla ambos mercados ¿Comparado con lo que obtuvo en (b) los precios son mayores o menores? ¿Cómo depende su respuesta del signo de α? Explique la intuición económica detrás del resultado.
e) La Comisión Antimonopolios le pide que decida si la fusión de ambas empresas debe permitirse. ¿Qué responde?

10. Considere el juego entre tres jugadores que se muestra en la figura 1.4.

a) Encuentre el equilibrio perfecto en el sub-juego.
b) Encuentre un equilibrio de Nash (¡No perfecto en el sub-juego!) en que el segundo jugador se queda con 70.

11. El Sr. MacRon es el propietario del restaurante MacRon, el mejor de Santiago. Recientemente varios clientes han demandado al restaurante, debido a que sus famosas hamburguesas los han hecho enfermarse. El Sr. MacRon sabe que estas infecciones son provocadas por una bacteria, la que puede eliminarse si la hamburguesa está bien cocida. Por esta razón, piensa hacer inspecciones sorpresa a la cocina. El costo de una inspección (I) es $i = 40$, y no hay costo si no lo hace (NI). El cocinero puede elegir esforzarse (E) a un costo personal $e = 60$, o no esforzarse (NE). Si se esfuerza, se asegura que la hamburguesa queda bien cocida, pero si no se esfuerza todo cliente que coma hamburguesa enfermará y demandará al restaurante, con un costo total de $d = 200$ para el Sr. MacRon. El salario que recibe el cocinero es $w = 120$, pero si en una inspección se detecta que no está esforzándose, es despedido perdiendo su salario. Las ventas del local son $v = 200$, y el único costo es el salario del cocinero.

a) Escriba el juego en forma normal. Muestre y explique por qué este juego no tiene un equilibrio de Nash en estrategias puras.

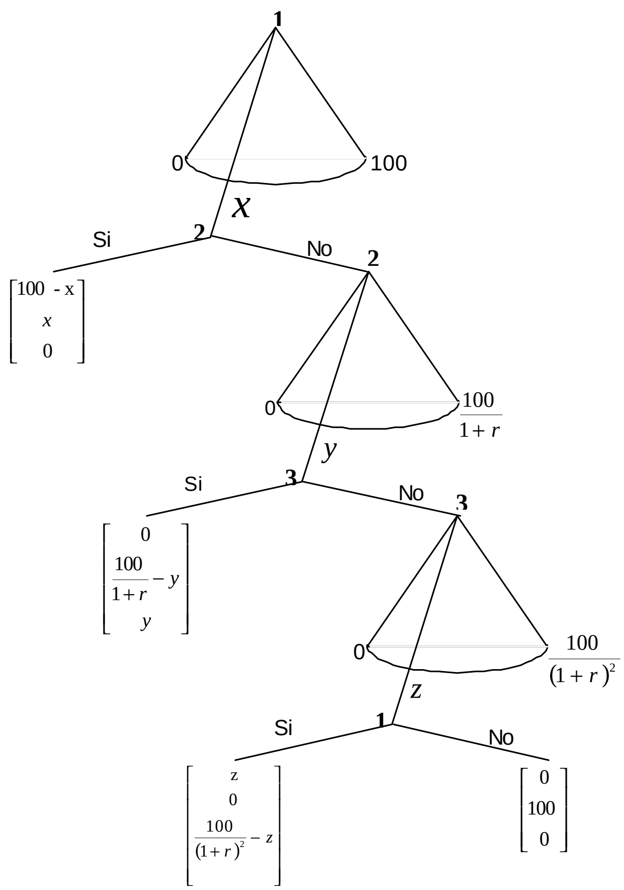

Figura 1.4: Negociación de 3 jugadores

b) Encuentre el equilibrio de Nash en estrategias mixtas de este juego y calcule la utilidad de ambos jugadores.

c) Su ponga que el Sr. MacRon, en vez de las inspecciones sorpresa, instala una cámara de vigilancia en la cocina, con un costo de $c = 60$. Tanto el cocinero como el Sr. MacRon saben que, debido a las condiciones de la cocina, la cámara puede detectar sólo con probabilidad $k(1/2<k<1)$ si el cocinero se está esforzando. ¿Qué hará el cocinero en este caso?

d) ¿Le conviene al Sr. MacRon instalar la cámara de vigilancia?

Solución

a) No hay equilibrio de Nash por que en todas las combinaciones de estrategias del juego siempre hay algún jugador que tiene incentivos para cambiarse de estrategia.

MacRon\Cocinero	Se Esfuerza	No Se Esfuerza
Inspeciona	$(40, 60)$	$(80, 60)$
No Inspecciona	$(-40, 0)$	$(-120, 120)$

b) Definimos $p =$ prob. que el Sr. MacRon decida inpeccionar (I) y $q =$ prob. que el Cocinero decida esforzarse (E)

El señor MacRon elige p tq se cumpla

$$E(U_c(E)) = E(U_c(NE)) \Longrightarrow 60p + 60(1-p) = 0p + 120(1-p) \tag{1.14}$$

por lo tanto $p = \frac{1}{2}$ y $1 - p = \frac{1}{2}$

Análogamente, el Cocinero elige q tq se cumpla

$$E(U_M(I)) = E(U_M(NI)) \Longrightarrow 40q - 40(1-q) = 80q - 120(1-q) \tag{1.15}$$

por lo tanto $q = 2/3$ y $1 - q = 1/3$

Utilidades Esperadas:

$$E[U_M] = 40pq + 80(1-p)q - 40p(1-q) - 120(1-p)(1-q) = 40/3 \tag{1.16}$$

$$E[U_c] = 60pq + 60(1-p)q + 0p(1-q) + 120(1-p)(1-q) = 60 \tag{1.17}$$

c) Definimos Q =probabilidad de esforzarse (cocinero) y K =probabilidad de inspeccionar (MacRon)

MacRon\Cocinero	Se Esfuerza	No Se Esfuerza
Inspeciona	$(20, 60)$	$(20, 60)$
No Inspecciona	$(-60, 0)$	$(-180, 120)$

Veamos lo que pasa con la utilidad esperada del Cocinero

$$\begin{aligned} E[U_c] &= q(60k + 60(1-k)) + (1-k)(0k + 120(1-k)) && (1.18)\\ &= 120(1-k) + 60q[2k-1] && (1.19) \end{aligned}$$

pero como $\frac{1}{2}<k<1$ entonces $2k - 1>0$, por lo tanto el cocinero maximiza su utilidad con $q = 1$, lo que significa que se esfuerza siempre.

d) Veamos que pasa con la utilidad del Sr MacRon si decide instalar la cámara

$$\begin{aligned} E[U_M/concámara] &= 20qk + 20q(1-k) - 60(1-q)k - 120(1-q)(1-k) && (1.20)\\ &= 20k + 20(1-k) = 20 && (1.21) \end{aligned}$$

(notar que en la parte c nos dimos cuenta que si el Sr MacRon instala la cámara, el cocinero se esfuerza con probabilidad 1, es decir, q = 1). Como la utilidad del Sr. MacRon es mayor si pone la cámara ($20 > 40/3$), entonces concluimos que le conviene instalarla.

12. En el juego de la figura 1.5, el jugador tiene tres opciones: R, L y T. A su vez, el jugador 2 debe elegir entre l o t, si le toca jugar. Su problema es que no sabe si el jugador 1 jugó L o T. Este juego tiene dos equilibrios de Nash en estrategias puras: (L, l) y (R, r).

    a) Muestre que ambos equilibrios son perfectos en el sub-juego.

    b) Muestre que para cualquier sistema de creencias asociadas al conjunto de información del jugador 2, el equilibrio (R, r) es inconsistente. Es decir, si el conjunto de información del jugador 2 es alcanzado, entonces no importa la probabilidad que le asigna el jugador al nodo izquierdo (y por complementariedad al derecho), ya que el equilibrio le indica que debe usar una estrategia que no maximiza su utilidad.

    c) Muestre que el otro equilibrio se apoya en creencias que son consistentes con la regla de Bayes y por lo tanto es un EPBN.

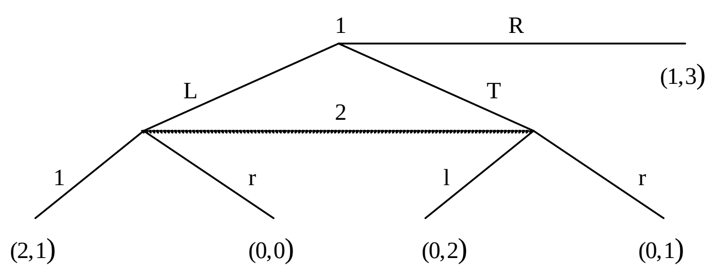

Figura 1.5: Juego Bayesiano

13. En el juego del ultimátum un filántropo ofrece un millón a dos jugadores, quienes deciden cómo repartírselos. El filántropo establece las siguientes reglas. El primer jugador ofrece una división. Si el segundo jugador acepta la oferta el juego termina; si la rechaza, el juego se repite, pero ahora los jugadores se reparten sólo \$800.000, y es el jugador 2 quien ofrece una división. Si el jugador 1 acepta la oferta de 2 el juego termina ahí. Si la rechaza el filántropo le entrega \$300.000 al jugador 1, nada al jugador 2, y el juego termina.

    a) Dibuje la forma extensiva del juego.

    b) Encuentre el único equilibrio perfecto en subjuegos de este juego.

c) Considere la siguiente combinación de estrategias: El jugador 1: (i) ofrece quedarse con un millón en la primera vuelta; (ii) en la segunda vuelta, rechaza cualquier oferta del jugador dos que le otorgue menos de $800.000. El jugador 2: (i) acepta cualquier oferta que le haga el jugador 1 en la primera vuelta. (ii) ofrece quedarse con nada en la segunda. Muestre que esta combinación de estrategias es un equilibrio de Nash, pero no es perfecto en subjuegos.

14. Considere la delicada situación en que se encuentran los dictadores del mundo actual. Si abandonan el poder, se exponen a ser enjuiciados en forma posterior, incluso en aquellos casos en que lo abandonan en forma pacífica. Podemos preguntarnos si la posibilidad de ser enjuiciados hace más difícil que el dictador deje el poder en forma voluntaria. Más aún, interesa determinar si la posibilidad de castigo reduce las probabilidades de golpes. Para analizar esta situación, considere el juego entre un potencial dictador y un parlamento (que representa a los ciudadanos) que se muestra en la figura 1.6. El dictador decide primero si hacer un golpe o no. Si lo hace, en algún momento futuro la presión popular puede hacerlo decidir entre negociar su salida con el parlamento o aferrarse al poder. Si negocia su salida, el parlamento puede enjuiciarlo o no hacerlo. Si se aferra al poder, con probabilidad e tiene éxito (es su mejor resultado, y el peor para el parlamento). Si no tiene éxito, lo que ocurre con probabilidad $1 - e$, puede ser enjuiciado (lo peor para el dictador) por el parlamento o no serlo.

a) Suponga que el dictador está en el poder. Encuentre la condición sobre e que determina cuando prefiere aferrarse al poder.

b) La revista *Economist* sugiere que si el parlamento puede comprometerse *creíblemente* a no enjuiciar (lo que corresponde a eliminar del juego las ramas *Juicio*) es más probable que el dictador negocie su salida y no trate de aferrarse al poder. Determine si esto es cierto, determinando los valores de e que le hacen preferir aferrarse al poder.

c) La pregunta ahora es si existe el compromiso de no hacer juicio, cuál es la probabilidad de golpe? Es razonable la propuesta de *Economist*?.

d) Suponga que el país firma un acuerdo internacional que lo obliga a juzgar siempre a los dictadores, independiente de si su salida fue negociada o no. ¿Le conviene firmar este acuerdo al país?.

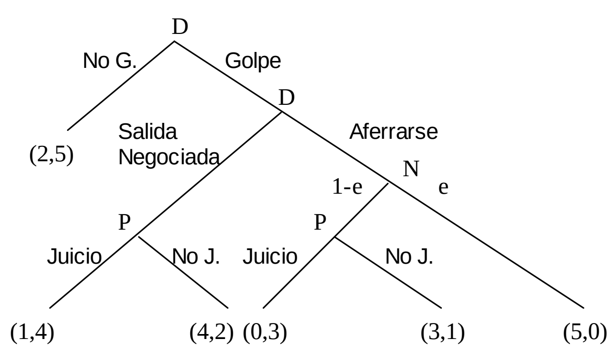

Figura 1.6: El juego de los dictadores

Solución

a) Podemos ver que enjuiciar es una estrategia dominante, luego el dictador sabe que en caso de no aferrarse al poder será enjuiciado sin duda alguna. La condición para que un dictador se aferre al poder es que el valor esperado de aferrarse sea mayor su otra opción (negociar y luego ser enjuiciado).

$$0(1-e)+5e \geq 1 \iff e \geq \frac{1}{5} \tag{1.22}$$

b) En este caso el valor esperado de aferrarse debe ser mayor que la alternativa: salida negociada:

$$3(1-e)+5e \geq 5 \iff 3-3e+5e \geq 5 \iff e \geq \frac{1}{2} \tag{1.23}$$

La revista *Economist* tiene razón, la probabilidad de éxito necesaria para que el dictador se aferre es mayor, pero.......

c) El problema de la sugerencia planteada por la revista *Economist* es que se reduce el costo (o castigo) a los nuevos dictadores, los que podrían hacer un golpe y luego negociar una salida (independiente de la probabilidad de éxito) con lo que siempre tendrían un beneficio mayor al que obtienen si no hacen golpe (4>2). Es decir la probabilidad de golpe es 1. La propuesta de *Economist* no es razonable.

d) En este caso un potencial dictador no haría un golpe para luego negociar (como en la parte c)), pero igual podría hacerlo si el valor esperado del beneficio de hacer un golpe y aferrarse al poder es mayor que el no hacerlo :

$$5e \geq 2 \iff e \geq \frac{2}{5} \tag{1.24}$$

Al país le conviene claramente, ya que reduce las probabilidades de un golpe.

15. Siete feroces piratas se juntan para repartir un botín de 100 monedas de oro. Lo harán de acuerdo con las siguientes reglas: el pirata #1 propone una división de monedas (cada moneda es indivisible), por ejemplo, $(55, 5, 5, 6, 4, 7, 3)$: esto significa que se queda con 55 monedas mientras el pirata #2 recibe 5, etc. Los siete piratas botan la proposición. Si la mayoría acepta la repartición se lleva a cabo de acuerdo a la propuesta. En caso contrario, el pirata #1 es arrojado por la borda y el pirata #2 hace una proposición la que se bota entre los seis restantes, y así sucesivamente. Empates en una votación son resueltos en contra de la proposición. Además, si a un pirata le es indiferente aprobar o rechazar una proposición dado lo que ocurrirá en el futuro, votará en contra, salvo si le ofrecen quedarse con todo el botín, en cuyo caso votará a favor. Por ultimo, un pirata prefiere recibir nada antes de que lo arrojen por la borda. Describa en detalle el equilibrio perfecto en sub-juegos de este juego. (Ayuda: Parta estudiando qué ocurre cuando solo quedan dos piratas).

Solución

Notación: P_i = Pirata i, X_i = Pago al pirata i. Los vectores (transpuestos) de pagos indican en la columna i el pago ofrecido al jugador i.

Estudiemos que pasa cuando sólo quedan 2 piratas:

a) 2 piratas
Estrategias de los jugadores:
•P_7: Rechaza toda propuesta para así quedarse con el botín completo, ya que así P_6 es arrojado por la borda. Esto es cierto excepto cuando se le ofrece todo, por lo tanto su estrategia es aceptar si $x_7 = 100 \Longrightarrow P_6$ ofrece $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 100)$. Es decir, prefiere ser pobre a estar muerto.

b) 3 piratas
Estrategias de los jugadores:
•P_7: Rechaza toda propuesta para así quedarse con el botín completo en la próxima jugada. Luego su estrategia es aceptar si $x_7 = 100$
•P_6: Aceptar si $x_6>0$. Le conviene cualquier cosa que mejore su alternativa (próxima jugada)$\Longrightarrow P_5$ ofrece $(0,0,0,0,99,1,0)$ Como hay 3 piratas y el juego es democrático se necesitan 2 votos, por lo que "comprará" los más baratos: P_6.

c) 4 piratas
Estrategias de los jugadores:
•P_7: Acepta si $x_7>0$. Notemos que la alternativa (costo de oportunidad) ha cambiado, ya que ahora este pirata recibe nada en caso de rechazar.
•P_6: Aceptar si $x_6>1$. Le conviene cualquier cosa que mejore su alternativa (próxima jugada).
•P_5: Aceptar si $x_5 = 100$. Es decir, solo aceptan si le dan todo el botín (en próxima jugada lo recibiría)$\Longrightarrow P_4$ ofrece $(0,0,0,97,0,2,1)$ Como hay 4 piratas y el juego es democrático se necesitan 3 votos, por lo que "comprará" los más baratos $\Longrightarrow P_6$ y P_7.

d) 5 piratas
Estrategias de los jugadores[3]:
•P_7: Acepta si $x_7>1$.
•P_6: Aceptar si $x_6>2$.
•P_5: Aceptar si $x_5>0$.
•P_4: Aceptar si $x_4>97$.$\Longrightarrow P_3$ ofrece $(0,0,97,0,1,0,2)$ Como hay 5 piratas y el juego es democrático se necesitan 3 votos, por lo que "comprará" los más baratos $\Longrightarrow P_5$ y P_7. Notemos que P_6 se volvió "caro".

e) 6 piratas
Estrategias de los jugadores:
•P_7: Acepta si $x_7>2$.
•P_6: Aceptar si $x_6>0$.
•P_5: Aceptar si $x_5>1$.
•P_4: Aceptar si $x_4>0$.
•P_3: Aceptar si $x_3>97$.$\Longrightarrow P_2$ ofrece $(0,96,0,1,2,1,0)$ Como hay 6 piratas y el juego es democrático se necesitan 4 votos, por lo que "comprará" los más baratos $\Longrightarrow P_4$, P_5 y P_6. Notemos que P_7 se volvió "caro".

f) 7 piratas
Estrategias de los jugadores:
•P_7: Acepta si $x_7>0$
•P_6: Aceptar si $x_6>1$
•P_5: Aceptar si $x_5>2$.
•P_4: Aceptar si $x_4>1$.
•P_3: Aceptar si $x_3>0$.
•P_2: Aceptar si $x_2>96$.$\Longrightarrow P_1$ ofrece $(96,0,1,a_1,0,a_2,1)$ Como hay 7 piratas y el juego es democrático se necesitan 4 votos, por lo que "comprará" los más baratos $\Longrightarrow P_3$ y P_7, el otro voto lo puede conseguir ofreciendo dos monedas a P_4 o P_6. Por lo que $a_1 + a_2 = 2$ y $a_1 \cdot a_2 = 0$.

16. Usted escucha conversar a un empresario y un vendedor de capacitaciones:

[3] De aquí en adelante se omitirán los comentarios a las estrategias, pero estos siguen la misma lógica anterior, Es decir, los jugadores aceptan solo si les ofrecen algo mejor a lo que recibirían en la próxima jugada (con un pirata menos).

V: si usted capacita a sus empleados ellos podrán rendir mejor y por lo tanto producir más, lo que se traducirá en mayores utilidades.
E: Ok, pero si lo hago tendré que pagarles más, ya que si no ellos pueden trabajar para mi competencia y ganar más, luego yo no puedo hacerlo porque la competencia no a pagado el costo de la capacitación y por lo tanto podrá ofrecerles un sueldo mayor.
V: Pero su competencia no podrá saber si usted capacitó a sus empleados.
E: Pero mis actuales trabajadores tendrán todo el incentivo para hacérselos saber o no?

Comente y explique por qué el no capacitar puede ser un equilibrio de Nash.

17. Considere el juego de la inspección. En el, un trabajador puede elegir entre trabajar (T) y no hacerlo (NT). El costo del esfuerzo para el agente es $g = 2$. El empleador utiliza al empleado para producir un bien con valor $v = 4$, el que sólo se produce si el trabajador trabaja. El empleador puede realizar una inspección (I) o no hacerlo (NI). El costo de la inspección es $h = 1$ y determina si se le debe pagar al empleado. El empleador paga un salario $w = 3$, a menos que tenga evidencia (mediante una inspección) de que el trabajador no trabajó, en cuyo caso lo despide y le paga 0.

   a) Encuentre la forma normal del juego.

   b) Muestre que no hay equilibrios de Nash en estrategias puras.

   c) Encuentre el equilibrio en estrategias mixtas.

18. Dos jugadores deben repartirse un dólar. Las reglas son las siguientes: el jugador 1 parte ofreciendo una división $(s, 1-s)$ del dólar (s para el jugador 1). Luego el jugador decide si la acepta o no. Si la acepta, el juego termina ahí; si no acepta, el juego avanza un período y el jugador 2 ofrece una división y ahora 1 decide si acepta o no; y así sucesivamente. Esto continúa hasta que se logre el acuerdo. El factor de descuento de 1 y 2 es el mismo e igual a $\delta \in (0, 1)$.

   a) Demuestre que, en el único equilibrio perfecto en subjuegos el resultado es tal que el jugador 1 ofrece quedarse con $\frac{1}{1+\delta}$ y el jugador 2 acepta de inmediato y se queda con $\frac{\delta}{1+\delta}$.

   b) Demuestre que este juego tiene infinitos equilibrios de Nash.

19. Dos ejércitos se disputan una isla. El comandante de cada ejército puede elegir *atacar* o *no atacar*. Adicionalmente, cada ejército es *débil* o *fuerte* con igual probabilidad; los eventos son independientes, y la fortaleza de un ejército sólo es conocida por su comandante. Los pagos son como sigue: la isla vale M si es capturada. Un ejército captura la isla cuando ataca y el otro no lo hace, o bien cuando es fuerte, ambos atacan y el otro ejército y el otro ejército es débil. Si dos ejército de igual fortaleza atacan, ninguno conquista la isla. El costo de pelear es d si el ejército es débil y f si el ejército es fuerte, con $f < M < d$. Atacar no tiene costo cuando el ejército rival no lo hace.

   a) Demuestre que la combinación de estrategias simétricas tal que un ejército ataca cuando es fuerte pero no lo hace cuando es débil es un equilibrio bayesiano.

   b) Considere la siguiente combinación de estrategias: el ejército 1 ataca no importando si es fuerte o débil; el ejército 2 no ataca nunca. Encuentre aquellos valores de M, f y d tal que esta combinación de estrategias es un equilibrio bayesiano (siga suponiendo que $f < M < d$).

   c) Explique intuitivamente por qué un ejército fuerte podría no querer atacar en equilibrio, cuando al mismo tiempo el ejército rival lo hace aún cuando es débil.

20. Suponga una negociación en que se repate una tora que vale \$8. En la primera ronda uno de los jugadores (llamémosle A) ofrece quedarse con una fracción de la torta (Obviamente el otro jugador se queda con el rsto). El otro jugador (llamémosle B) decide si acepta o rechaza. Si rechaza, entonces B ofrece y A decide si acepta o rechaza. Y así sucesivamenre. Para rechazar una oferta, un jugador debe pagar \$4; si no paga, debe aceptar. Por último, suponga que la riqueza de cada jugador es \$8.

    a) Dibuje la forma extensiva del juego.

    b) Encuentre el (o los) equilibrio perfecto en subjuegos

    c) Explique intuitivamente uno de ellos.

    d) ¿Qué sucede en equilibrio si el costo de rechazar una oferta cae a \$2?

21. Considere el juego indicado en la figura 1.7. En este juego, un empresario negocia con el sindicato el porcentaje de las utilidades a entregarles. El sindicato está liderado por un dirigente muy agresivo (S_d), es decir, que está dispuesto a ser duro en las negociaciones. Si el sindicato rechaza la oferta, se hace una elección en el sindicato. El empresario sabe que existe una probabilidad de 30 % que se elija un dirigente más blando S_b (con un costo más alto, es decir, $\delta_d < \delta_b$). Luego de la elección (pero aún sin que el empresario sepa quién es el nuevo líder del sindicato), el sindicato le hace una contraoferta al empresario, pero esta contraoferta tiene un margen menor debido al costo del conflicto $(100 > 100/(1 + \delta_d) > 100/(1 + \delta_b))$. Si esta contraoferta se rechaza, el sindicato va a huelga y la firma quiebra. En la figura se muestran las probabilidades de elección del dirigente duro y blando, respectivamente. Encuentre el equilibrio perfecto en el subjuego y explique se razonamiento.

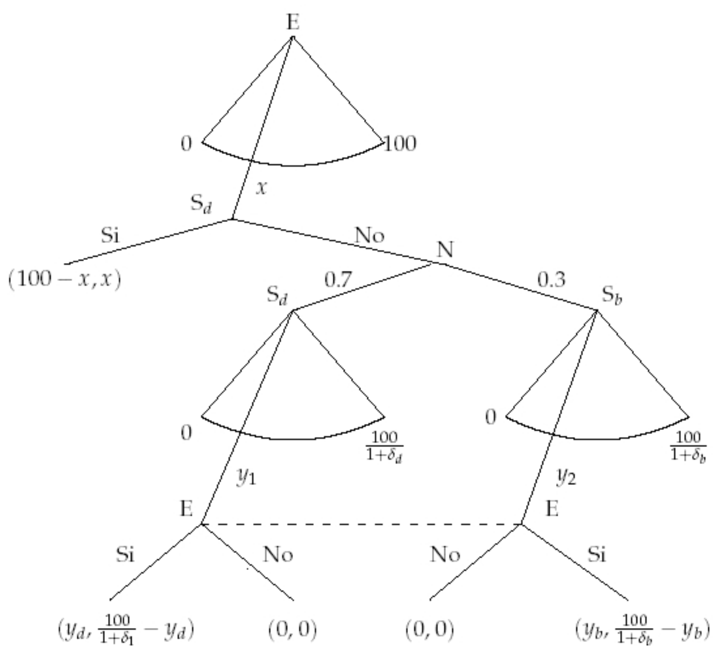

Figura 1.7: Negociación con el Sindicato

22. Dos personas han depositado (cada una) D en un banco. El banco ha invertido estos depósitos en un proyecto a largo plazo. Si el banco se ve obligado a liquidar su inversión antes de la fecha de vencimiento del proyecto, puede recuperar un total de $2r$, donde $2R>2r>D$. Si la inversión llega a su vencimiento, el proyecto rendirá un total de $2R$, donde $R>D$. Los depositantes pueden retirar dinero del banco en dos fechas: la fecha 1 es anterior al vencimiento de la inversión del banco, la fecha 2 es posterior (para simplificar $\delta = 0$, donde δ es la tasa de descuento). Si ambos inversionistas retiran su depósito en la fecha 1, cada uno recibe r y el juego se acaba. Si solo un inversionista saca el dinero en la fecha 1, ese inversionista recibe r, el otro recibe $2r - D$ y el juego se acaba. Finalmente, si ninguno de los inversionistas retira el dinero en la fecha 1, el proyecto llega a su vencimiento y los inversionistas deciden si sacar o no su dinero en la fecha 2. Si los dos inversionistas retiran el dinero en la fecha 2, cada uno de ellos recibe R y el juego se acaba. Si sólo un inversionista saca el dinero en la fecha 2, ese inversionista recibe $2R - D$, el otro recibe D y el juego se acaba.. Finalmente, si ninguno de los inversionistas saca el dinero en la fecha 2, el banco devuelve R a cada inversionista y el juego se acaba.

   a) Representar el juego en forma extensiva.

   b) Encontrar el equilibrio de Nash.

   c) Interpretar los resultados.

   d) ¿Por qué en la semana en que se destapó el caso CORFO-Inverlink los participantes en los fondos mutuos retiraron 1000 MMUS$?

23. Considere el siguiente modelo de política monetaria (Ver figura1.8[4]). En la primera etapa los agentes se firman una expectativa en torno al valor esperado de la inflación (π^e) y utilizan este valor al momento de firmar contratos, pagar remuneraciones, etc. Esta es la acción de los agentes económicos. A continuación, el Banco Central, conociendo el valor de π^e (para eso está el departamento de estudios) toma medidas de política económica que determinan el valor efectivo de la inflación π (esa es la acción del Banco Central). Las utilidades de los agente económicos están dadas por -(π-π^e)^2. En particular asuma que $Y = Y_o + alog(1 + \pi - \pi^e)$ y que la utilidad del Presidente del Banco Central está dada por $Y - c\pi^2$, c<0.[5].

   a) Encuentre el nivel de inflación que corresponde al equilibrio perfecto en el subjuego.

   b) ¿Es este un equilibrio de expectativas racionales, es decir, π=π^e? ¿Cómo cambia la tasa de inflación de equilibrio cuando uno cambia a ó c?

   Solución

   a) Para encontrar el nivel de inflación que constituye el equilibrio perfecto en el subjuego, se resuelve por inducción de abajo hacia arriba.

   El BC quiere maximizar sus utilidades:

$$\text{máx} \quad U = Y_0 + a\log(1 + \pi + \pi^e) - c\pi^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial \pi} = \frac{a}{1 + \pi + \pi^e} - 2c\pi = 0$$

[4]Notar que el Banco central decide la inflación efectiva, no la esperada.

[5]Un nivel inesperadamente alto de la inflación estimula la economía y aumenta el nivel agregado del producto, pero cualquier desviación del valor efectivo con respecto al valor esperado genera pérdidas a las empresas.

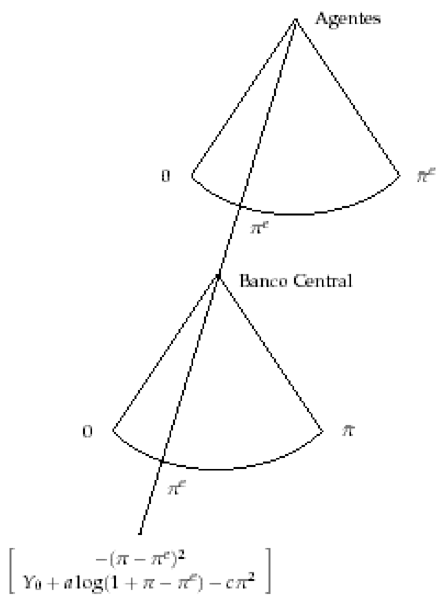

Figura 1.8: El Banco Central y la inflación

$$\frac{a}{2c} = \pi + \pi^2 - \pi\pi^e$$

$$\pi^2 + \pi(1-\pi^e) - \frac{a}{2c} = 0$$

$$\pi = \frac{-(1-\pi^e) \pm \sqrt{(1-\pi^e)^2 + 2a/c}}{2}$$

Ésta es la trayectoria que escoge el BC para maximizar su utilidad.
Por otro lado los agentes maximizan su utilidad:

$$\text{máx}\, U_a = -(\pi-\pi^e)^2$$

$$\frac{\partial U_a}{\partial \pi^e} = -2(\pi-\pi^e) = 0$$

$$\Rightarrow \pi = \pi^e$$

El EPS es $\pi = \pi^e \Rightarrow \pi = \frac{a}{2c}$

b) Es un equilibrio con expectativas racionales, ya que los agentes y el BC maximizan sus utilidades y esto sucede con $\pi = \pi^e$.

$$a \uparrow \Rightarrow \pi \uparrow \;\text{ y }\; c \uparrow \Rightarrow \pi \downarrow$$

24. James Dean reta a River Phoenix a un juego para demostrar su valor (Ver figura 1.9). Si River Phoenix acepta, cada uno se sube a un auto se alejan 500 metros en direcciones opuestas y luego dan vuelta y aceleran en una calle estrecha, uno hacia el otro. El primero que se desvía (D) pierde y el que sigue (S) gana. River Phoenix puede no aceptar, en cuyo caso queda como un cobarde. Los pagos son los indicados en la figura. Encuentre todos los equilibrios (Hint: son 3).

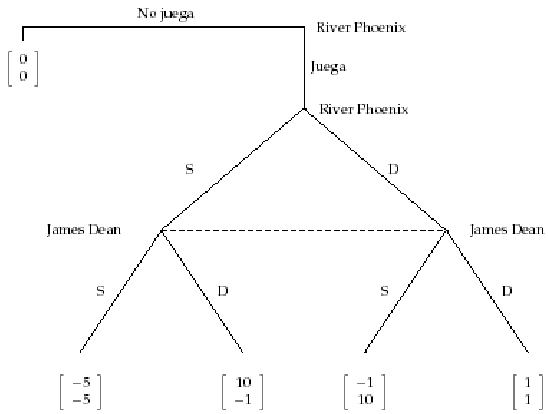

Figura 1.9: El juego del gallina

25. Considere que en una aldea hay I ganaderos. Cada verano cada uno de ellos lleva a pastar a sus animales al ejido[6] cercano. Denotaremos n_i el número de animales que el aldeano i posee. El costo de comprar un animal es constante e igual a c. El valor de venta, cuando en el ejido hay N animales, es $v(N)$ por animal, donde $N = \sum_{i=1}^{I} n_i$. Además se sabe que $v(\cdot) > 0$, $v'(\cdot) < 0$ y $v''(\cdot) < 0$.

   a) Encuentre e interprete la condición que determina el número óptimo de vacas que tiene cada ganadero. (Hint: Usted está buscando el equlibrio de Nash)

   b) Encuentre el número óptimo de vacas que tendría un planificador social benevolente (PSB)

   c) Explique en que caso habrá un mayor n° de vacas?.Demuéstrelo formalmente (Hint: asuma que los granjeros son simétricos y razone por contradicción).

   d) En 1974 el público en general obtuvo una ilustración gráfica del fenómeno estudiado en este problema, en una serie de fotos de la Tierra tomadas desde un satélite. Las fotos del norte de África mostraban una mancha irregular, de 1000 kilómetros cuadrados de extensión. Las investigaciones a nivel del suelo revelaron un área cercada dentro de la cual había abundancia de hierba. Fuera, la cubierta del suelo había sido devastada. Obviamente el área cercada era propiedad privada y fuera de ella la tierra no tenía dueño. Una era usada por agricultores (tierra privada) y la otra por nómades. ¿Cómo explica la teoría de juegos este fenómeno?

Solución

[6] Ejido: Campo común de un pueblo, lindante con él, que no se labra, y donde suelen reunirse los ganados o establecerse las eras (RAE).

a) Como los ganaderos son racionales cada uno maximiza su beneficio, luego el problema que resuelven es:

$$\underset{n_i}{M\acute{a}x} U_i = n_i v(N) - cn_i = n_i v\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) - cn_i \tag{1.25}$$

La condición de primero orden es

$$\frac{\partial U_i}{\partial n_i} = v\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) + n_i \frac{\partial v}{\partial n_i}\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) - c = 0 \tag{1.26}$$

Esta condición es la clásica: se incrementará el número de vacas hasta que la utilidad marginal iguale a su costo.

b) Un planificador social benevolente (PSB) maximizará la utilidad conjunta y cada granjero obtendrá una porción de la cuota total[7]. Es decir, el PSB resuelve:

$$\underset{N}{M\acute{a}x} U_{TOTAL} = Nv(N) - cN \tag{1.27}$$

La condición de primero orden es:

$$\frac{\partial U_{TOTAL}}{\partial N} = v(N) + N\frac{\partial v}{\partial N}(N) = c \tag{1.28}$$

Es decir se incrementará una vaca adicional al ejido hasta que el beneficio marginal para el sistema sea igual al costo adicional.

c) Sabemos que en esta situación hay una externalidad negativa, ya que cada ganadero no internaliza el efecto negativo que tiene para el resto el que él aumente el tamaño de su ganado. Por lo tanto se tendrán más ganado del socialmente óptimo ($N_{OS} < N_{comp}$).

Para comparar demostraremos por contradicción que $N_{OS} < N_{comp}$. Supongamos que $N_{OS} = N_{comp}$. Sabemos que la función v es decreciente y como N_{OS}=N_{comp} tenemos que

$$v(N_{comp}) \geq v(N_{OS}) \tag{1.29}$$

Sabemos que la función v es cóncava, pues $v'(x) < 0$ y $v''(x) < 0$. Como $N_{OS} = N_{comp}$ tenemos que

$$0 > v'(N_{comp}) \geq v'(N_{OS}) \tag{1.30}$$

Tomando módulo a :

$$|v'(N_{comp})| \leq |v'(N_{OS})| \tag{1.31}$$

Como $N_{OS} = N_{comp}$ también se cumple que

$$\frac{N_{comp}}{I} < N_{OS} \tag{1.32}$$

Ahora podemos comparar ambas condiciones para esto multiplicaremos las ecuaciones anteriores y obtenemos

[7] No necesariamente serán iguales, ya que al PSB no le importan las cuestiones distributivas, sino que el bienestar agregado.

$$\frac{N_{comp}}{I}\left|v'(N_{comp})\right| < N_{OS}\left|v'(N_{OS})\right| \tag{1.33}$$

Luego de hecho esto sacaremos el módulo (lo que dará vuelta el signo pues v'<0) y sumaremos

$$v(N_{comp}) + \frac{N_{comp}}{I}v'(N_{comp}) > v(N_{OS}) + N_{OS}v'(N_{OS}) \tag{1.34}$$

$$\Rightarrow\Leftarrow$$

Obviamente esto es una contradicción pues ambas condiciones son iguales a c. Por lo tanto la hipótesis inicial era errónea, lo correcto es, tal como lo indicaba la intuición

$$N_{comp} \geq N_{OS} \tag{1.35}$$

d) El problema es que los ganaderos no consideran el daño que hace un nuevo animal adicional, puesto que ese costo lo asumen todos. Por lo tanto una solución eficiente sería establecer derechos de propiedad sobre la tierra (que exista un dueño) o alternativamente fijar una cuota máxima (N_{OS}) y que los ganaderos decidan como dividírsela.

26. Considere el juego de la figura 1.10. Encuentre todos los equilibrios perfectos en el subjuego y describa los pagos a los agentes en cada equilibrio. Sea cuidadoso al escribir las estrategias usadas por cada jugador.

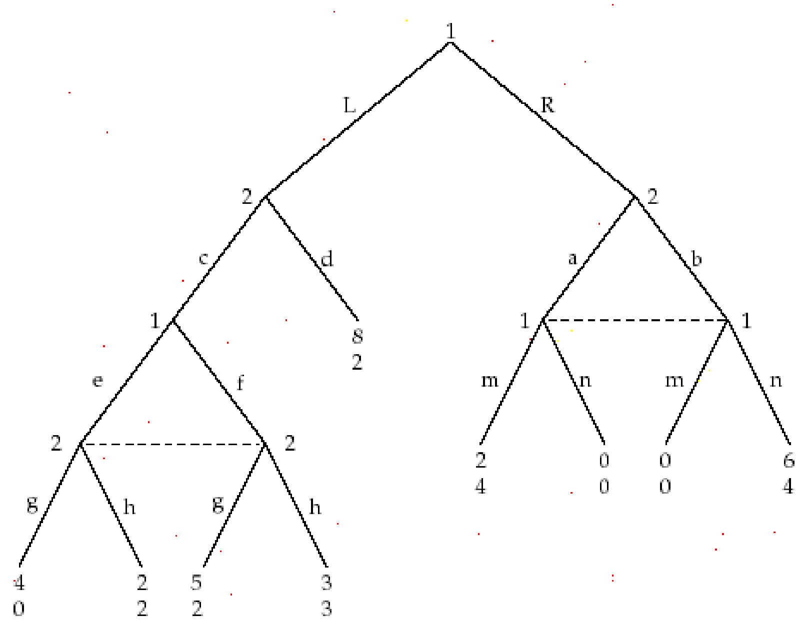

Figura 1.10: Juego clásico

27. El gobierno de Slavinia está preocupado pues el único productor de acero está aprovechando su poder de mercado. Por lo tanto, está planeando permitir las importaciones de acero desde el monopolio existente en Argenistán, sujetas a un arancel de t por unidad. La demanda en Slavinia es $Q = 1 - P$. donde Q es la cantidad total de acero que se vende en Slavinia. Suponga que ambos monopolios deciden cuanto producir para el mercado de Slavinia en forma simultánea y que el costo de producción es $c = 0$.

   a) Encuentre las funciones de ingreso marginal de cada empresa y grafíquelas en el plano q_2, q_1.

   b) Encuentre el equilibrio de Nash en cantidades, dado t.

   c) Calcule el valor del arancel t prohibitivo, es decir, que elimina las importaciones de acero.

   d) Suponga que el gobierno, adelantándose a las decisiones de las firmas, elige el t que maximiza el bienestar social (suma de excedente del consumidor, de la firma local y de los ingresos por aranceles del gobierno). Encuentre el t que constituye el EPS.

   e) Encuentre un equilibrio de Nash del juego anterior en el que el gobierno alcanza un menor bienestar social que en el EPS.

   Solución

   a) Tenemos que

$$P = 1 - Q$$
$$Q = q_s + q_a \Rightarrow P = 1 - (q_s + q_a)$$

   Luego

$$\prod_s = P(Q) * q_s - C_s(q_s) = (1 - q_s - q_a) * q_s$$
$$\frac{\partial \prod_s}{\partial q_s} = IMg_s = 1 - 2q_s - q_a$$

$$\prod_a = P(Q) * q_a - C_a(q_a) = (1 - q_a - q_s - t) * q_a$$
$$\frac{\partial \prod_a}{\partial q_a} = IMg_a = 1 - 2q_a - q_s - t$$

   Con

$$IMg_a = 1 - 2q_a - q_s - t = 0 \tag{1.36}$$

$$IMg_s = 1 - 2q_s - q_a = 0 \Rightarrow \tag{1.37}$$

   Ver gráfico 1.11

   b) De (1.36) y (1.37)

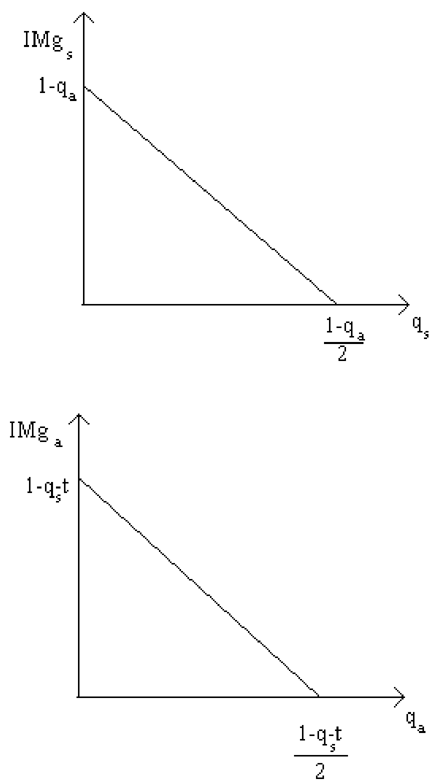

Figura 1.11: Funciones de reacción.

$$q_a = \frac{1 - q_s - t}{2}$$
$$q_s = \frac{1 - q_a}{2} \Rightarrow q_a^* = \frac{1 - 2t}{3} \text{ y } q_s^* = \frac{1 + t}{3}$$

Mientras mayor es la producción del rival menor es la producción propia y mientras mayor es la tarifa, produce más la empresa local y menos la empresa extranjera.

c) Si se eliminan las importaciones de acero $\Rightarrow q_a = 0$

$$\Rightarrow \frac{1 - 2t}{3} = 0$$
$$t^* = \frac{1}{2}$$

es el arancel prohibitivo.

d) Sabemos que

$$Q_t = \frac{2 - t}{3}$$
$$P^* = \frac{1 + t}{3}$$

Maximizar el bienestar social se logra maximizando la suma del excedente del consumidor, de la firma local y de los ingresos por aranceles del gobierno, este es un juego secuencial que se resuelve por inducción hacia atrás.

Max (ingresos por aranceles) + (excedente firma local) + (excedente consumidor)

Max

$$t * q_a + P * q_s + \frac{(1 - P)Q}{2}$$

Max

$$t(\frac{1 - 2t}{3}) + (\frac{1 + t}{3})(\frac{1 + t}{3}) + (\frac{2 - t}{3})(\frac{2 - t}{3})/2$$

Derivando e igualando a cero

$$\frac{1 - 4t}{3} + \frac{2 + 2t}{9} - \frac{4 - 2t}{18} = 0$$
$$\Rightarrow 3 - 9t = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

Es el arancel que maximiza el bienestar social.

e) Con cualquier t que pertenezca a $0 \leq t < \frac{1}{3}$ o

$$\frac{1}{3} < t < \frac{1}{2}$$

, el equilibrio de Nash es el mismo calculado en la parte 2 y se obtiene un menor bienestar que en el EPS. Con esto los jugadores no tienen incentivo a desviarse ya que maximizan sus utilidades dado lo que produce el otro, por lo que es equilibrio de Nash,

$$q_a = \frac{1 - q_s - t}{2}$$
$$q_s = \frac{1 - q_a}{2}$$

y el bienestar social es menor que en el EPS, ya que este es:

$$BS = \frac{2 + 2t + 3t^2}{6}$$

que alcanza su máximo en 1/3.

28. Considere el juego del n-ultimátum de la figura 1.12[8]. En este juego, el primer jugador ofrece dividir US$100 con el jugador 2. Si 2 acepta, el juego acaba y los jugadores reciben los pagos respectivos (el primer pago es del oferente, el segundo pago es para el que decide aceptar, los demás reciben cero). Si 2 no acepta, debe hacer una oferta de división de US100d$, con $d < 1$ al jugador 3. Si 3 no acepta, le hace una oferta a 4, y así sucesivamente.

    a) Considere $n = 3$. Encuentre un equilibrio de Nash en que el primer jugador recibe US$50.

    b) (Esta parte es independiente de la anterior). Considere solo equilibrios perfectos en el subjuego. Encuentre la expresión que describe cuánto recibe cada jugador para un n cualquiera.

    c) Considere el caso en que n tiende a infinito. Encuentre la condición para que el primer jugador reciba US$50 en un equilibrio perfecto en el subjuego.

29. Considere el siguiente juego estático. Encuentre los Equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas de este juego. Para el equilibrio en estrategias mixtas justifique claramente por qué es un equilibrio de Nash. Ayuda: NO intente resolver este problema por la fuerza bruta; examine cuidadosamente la matriz y piense antes de resolver.

	A	B	C	D
a	(9,9)	(11,6)	(5,7)	(6,5)
b	(6,11)	(15,15)	(32,10)	(20,9)
c	(7,5)	(10,32)	(4,4)	(6,3)
d	(5,6)	(9,20)	(3,6)	(2,2)

[8] La figura tiene un pequeño error en el factor de descuento y los pagos de n y n -1 (el correcto valor es el exponente menos uno).

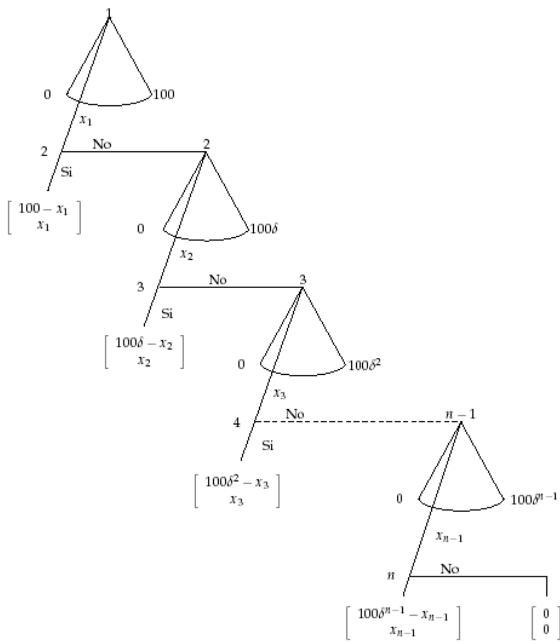

Figura 1.12: El juego del n-ultimátum

30. En Noviembre se enfrentarán en las elecciones presidenciales norteamericanas Bill Clinton y Bob Dole. Cada uno deberá elegir si concentrar su campaña en los grandes problemas nacionales, o bien atacará personalmente al candidato rival. Una vez comenzada la campaña ya no se puede cambiar de tema. Suponga justo antes de comenzar la campaña Clinton tiene ventaja apreciable en las encuestas. Si el tema de la campaña es el mismo, Clinton ganará sin problemas. La única posibilidad de Dole es que el tema de las campañas sea distinto (da lo mismo quien ataque y quien hable de los grandes problemas nacionales)).

    a) Plantee un juego que resuma la situación descrita. Explique claramente cual es el orden de las jugadas. Haga los supuestos que estime convenientes, pero explique cuáles son.

    b) ¿Qué hará Clinton si debe decidir antes que Dole su tema de la campaña? ¿Qué hará Dole si es él quien debe elegir primero? ¿Y si ambos deben elefir simultaneamente el tono de la campaña?. En cada caso explique por qué lo que usted propone es un equilibrio de Nash (o perfecto en subjuegos cuando corresponda)

31. Considere el siguiente juego en forma normal:

	D	I
U	(1,2)	(0,0)
D	(0,0)	(2,1)

    a) Explique por qué en un equilibrio de estrategias mixtas a un jugador le es indiferente jugar cualquiera de las acciones (estrategias) que juega con probabilidad positiva.

b) Encuentre el equilibrio de Nash en estrategias mixtas de este juego

32. Dos empresas compiten en el mercado de los automoviles. ambas producen modelos diferentes. Las funciones de demanda inversa por los autos producidos por cada empresa son, respectivamente:

$$p_1 = 100 - x_1 + p_2$$

$$p_2 = 100 - x_2 + p_1$$

Para simplificar suponga además que el costo marginal de producir un auto es constante e igual a cero

a) Encuentre el equilibrio de Nash del juego en que las empresas eligen simultaneamente el precio del auto que cada una produce

b) Suponga ahora que la primera empresa elige y anuncia su precio antes que la segunda. La segunda lo observa antes de decidir su precio. Obtenga el equilibrio de Stackelberg de este juego. Compare su respuesta con lo que obtuvo en la parte anterior

c) Por último, suponga que las dos empresas se fusionan formando un monopolio. ¿Comparado con lo que obtuvo en la primera parte los precios son mayores o menores? (Puede responder esta pregunta numéricamente o bien justificando su respuesta económicamente.)

33. La empresa de buses Camino al Cielo transporta pasajeros entre Talca y Rancagua. En cada viaje su ingreso, neto de costos de operación (gasolina, aceite, etc.) es de \$50. Sin embargo, si el chofer es imprudente es equivalente a que su salario se reduzca en \$15. La empresa puede despedir al chofer si se demuestra que es imprudente, en cuyo caso el chofer pierde su salario de \$30. Sin embargo, para probar imprudencia se debe monitorear al chofer, lo que tiene un costo de \$10 extra para Camino al Cielo.

a) Escriba la forma normal del juego entre la empresa y el chofer. Muestre que este juego no tiene un equilibrio de Nash en estrategias puras. Explique.

b) Encuentre el equilibrio de Nash en estrategias mixtas de este juego. Calcule la utilidad esperada de Camnio al Cielo en el equilibrio.

c) Suponga que Camino al Cielo puede contratar a la empresa Cospa S.A la que monitorea con probabilidad c (con $\frac{1}{2} < c < 1$) ¿Qué haría el chofer si Camino al Cielo contrata a Cospa para controlar al chofer?

d) Suponga que Cospa pide \$10 por el servicio. ¿Le conviene a Camino al Cielo contratar a Cospa?

34. Suponga que los automovilistas que viajan entre Santiago y Viña pueden elegir entre dos autopistas, A y B, operadas por empresas independientes. Para cada automovilista, el costo total de usar la carretera $i = A,\ B$ es

$$P_i + N_i \tag{1.38}$$

donde p_i es el peaje fijado por el operador de la carretera i, y N_i es el número de autos que transita por la carretera i. La ecuación (1.38) dice que para cada automovilista el costo total de usar la carretera i es lo que paga en peajes más el costo de la congestión, el que aquí suponemos proporcional al número de autos. Además, suponga que: i) el número total de automovilistas que viaja diariamente entre Santiago y Viña es fijo e igual a N (es decir, $N_A + N_B = N$); ii) los operadores eligen simultáneamente el peaje que cada uno cobra; y iii) el objetivo de los operadores es maximizar su ingreso total $p_i N_i$.

a) Explique por qué en equilibrio siempre debe cumplirse que

$$p_A + N_A = p_B + N_B$$

b) Exprese el ingreso total del operador A en función del peaje que cobra, y del peaje que cobra B; haga lo mismo para B. Luego describa la forma normal del juego entre los dos operadores (describa las estrategias (acciones) posibles de cada jugador, y los pagos de cada uno para cada combinación de estrategias).

c) Encuentre el equilibrio de Nash en precios de este juego.

35. Un agricultor del país de Los Tigres es dueño de un pequeño predio en el que sólo se pueden plantar frambuesas. Las matas de frambuesa producen durante una temporada, y luego tienen que ser reemplazadas. El costo de la inversión es \$550, el que se incurre íntegramente al plantar las frambuesas.

Cada año las frambuesas pueden ser enviadas a Europa por vía aerea. Si se despachan el primero de febrero, la ganancia del agricultor es \$1000 sin incluir costos de inversión ni de transporte. Por cada semana que se postergue el envío, la ganancia disminuye en \$500. (Para simplificar, suponga que sólo se puede despachar el 1/2, 8/2 y así sucesivamente). La frambuesas también pueden ser transportadas por tierra al vecino país de Los Gatos. Si se envían el primero de febrero las utilidades del agricultor son \$ 600, y por cada semana que se postergue el envío su valor disminuye en \$300. Para simplificar, suponga que producir transporte aereo y transporte por tierra no tiene costo.

El mercado aéreo no es muy competitivo en el país de Los Tigres, pues justo después que el agricultor plantó, el gobierno autorizó la fusión de las líneas aereas de ese país. Por lo tanto, las tarifas de la carga son negociadas por el agricultor y la línea aérea. Las negociaciones siguen las siguientes reglas: el primero de febrero la compañía aerea le hace una oferta al agricultor, quien decide si la acepta o la rechaza. Si la rechaza, el agricultor puede elegir entre vender las frambuesas en el país de Los Gatos, o esperar una semana y hacer una oferta a la linea aerea, y así sucesivamente. El transporte por tierra es perfectamente competitivo.

a) Demuestre que en equilibrio, (i) el agricultor acepta la oferta de la compañía aerea el primero de febrero; (ii) la compañía le cobra \$400 al agricultor. Explique en no más de cuatro lineas la intuición detrás del resultado.

b) Suponga que el mercado aereo era perfectamente competitivo antes de la fusión. ¿Cuál es el costo para el agricultor de la restricción de la competencia en el mercado aereo? Explique en no más de cuatro lineas.

c) Suponga que justo después que el agricultor planta, los productores de frambuesas del país de Los Gatos logran restringir las importaciones desde el país de Los Tigres. La consecuencia es que enviar las frambuesas el primero de febrero le deja sólo \$400 al agricultor; el valor del envío cae en \$200 por semana. Obtenga el equilibrio perfecto en subjuegos de este juego. Explique su resultado.

d) El próximo año ¿plantará frambuesas el agricultor si continúa vigente la restricción a las importaciones? ¿Y si el gobierno del país de Los Tigres abre los cielos y a consecuencia de esto el mercado aereo vuelve a ser perfectamente competitivo? Justifique en no más de cuatro lineas.

36. Encuentre el equilibrio por eliminación sucesiva de estrategias dominadas en el siguiente juego

	L	M	R
U	(4,3)	(5,1)	(6,2)
M	(2,1)	(8,4)	(3,6)
D	(3,0)	(9,5)	(2,8)

37. En este momento usted está participando en un juego. El resto de los jugadores son sus compañeros de curso quienes están dando este examen. El juego de movidas simultáneas consiste en nombrar alguna chilena o chileno destacado. Los pagos son como sigue: si nombra a la primera mayoría, obtiene un 7. Si nombra a la segunda, obtiene un 5, a la tercera un 3, y cualquier otro resultado un 1. Los empates dan puntaje como sigue. Si, por ejemplo, dos o más personajes empatan la primera mayoría, el 7 se le da a quienes nombrab al personaje cuya letra inicial del apellido está más cerca de la A en el alfabeto. Si la letra inicial coincide se sigue con la segunda, y así sucesivamente.

   a) Describa el juego (esto significa describir los jugadores, las acciones disponibles, etc.)
   b) Demuestre que en todo equilibrio de Nash nunca hay empate y todos los jugadores obtienen un 7
   c) Nombre a una chilena o chileno destacado, su puntaje se asignará según lo descrito en el enunciado
   d) ¿qué combinaciones de estrategias son un equilibrio de Nash? ¿Cuántos equilibrios de Nash tiene el juego? Explique

38. Suponga que los n vecionos de la comuna de Vigo deben colaborar para comprar una ambulancia para el consultorio comunal. La calidad de la ambulancia depende de cuanto contribuye cada vecino. suponga que el beneficio que recibe el vecino i de la ambulancia es

$$B(\overrightarrow{p}_{-i}, p_i) = \ln\left(\sum_{j}^{n} pj\right) - p_i$$

   donde p_j es la contribución de cada vecino. Suponga que hay dos formas alternativas de juntar la suma. En la primera, acuerdan una suma y todos deben cooperar en partes iguales (al que no colabora le cortan el agua). En la segunda, cada uno colabora con lo que desea. Si hay 100 vecinos en la comunidad, ¿Cuál es la recaudación bajo uno y otro sistema? ¿En que casos están mejor los vecinos?. Explique sus resultados en términos de teoría de juegos (Ayuda: Estudie el problema de maximización en cada caso).

39. Considere el siguiente juego en forma normal, jugado por Amalia (jugador 1) y Teobaldo (jugador 2):

	Izq. (I)	Der. (D)
Arriba (A)	a, b	c, d
Abajo (B)	e, f	g, h

   Indique qué relación debe existir entre los pagos de Amalia y Teobaldo para que (en cada caso, explique rigurosamente):

   a) El resultado (A, I) sea un equilibrio de Nash.

b) El resultado (A, I) sea un equilibrio en estrategias dominadas.

c) El resultado (A, I) domine en el sentido de Pareto a cada uno de los posibles resultados alternativos, *pero no sea un equilibrio de Nash*.

d) El resultado (A, I) no se pueda comparar en el sentido de Pareto con el resultado(B, D).

e) El juego descrito sea un "dilema de los prisioneros".

.

Capítulo 2

Información asimétrica

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.
   a) Selección Adversa - Seguros
   b) Compatibilidad de incentivos - Maximización de utilidades
   c) Efecto trinquete - Problema del agente y el principal
   d) Riesgo - Incentivos

2. Responda las siguientes preguntas:
   a) A los vendedores viajeros se les paga un sueldo base y se les da una comisión por ventas. Explique
      1) ¿Por qué no se les paga un sueldo fijo?
      2) ¿Por qué se les paga un sueldo base?
      3) A menudo se les exige un nivel mínimo de ventas. ¿Por qué?
   b) Hace un par de décadas muchos economistas consideraban que los contratos de mediería entre un inquilino y el dueño de un fundo eran rezagos de una época feudal. ¿Cuál era el motivo para esta opinión?¿Por qué se piensa hoy que el contrato es eficiente en las condiciones del agro?

3. Suponga que un gerente quiere contratar a un trabajador, sin embargo hay aspectos relacionados al trabajador que el gerente desconoce. Él sabe que los trabajadores son neutros al riesgo, pero el trabajador puede ser de 2 tipos con respecto a la desutilidad: esta puede ser e^2 ó $2e^2$. Es así como los trabajadores del segundo tipo (a quienes llamaremos malos) sufren una mayor desutilidad que los del primer tipo (llamados buenos). Por lo tanto, las funciones de utilidad para los diferentes tipos de trabajadores están dadas por: $U_B(w,e) = w - e^2$ y $U_M(w,e) = w - 2e^2$. La probabilidad de que un trabajador sea de tipo B es q. Ambos trabajadores tienen utilidad de reserva $U_0 = 0$. El gerente, que también es neutral al riesgo, valora el esfuerzo del trabajador a $\pi(e) = ke$, donde k >1 es una constante independiente del tipo de trabajador.
   a) Plantee y resuelva el problema del gerente si éste posee información perfecta sobre el tipo de trabajador.
   b) Plantee el problema del gerente cuando existe el problema de selección adversa.

c) Resuelva el problema calculando el contrato óptimo y compare el caso de información simétrica y asimétrica.

d) Considere el caso que el gerente quisiera contratar sólo trabajadores de tipo B. Calcule el contrato óptimo para este caso. Compare el resultado obtenido con los obtenidos anteriormente

Solución

a) Como existe información perfecta, podemos crear un contrato para cada tipo de trabajador de manera de maximizar la utilidad de la firma.

- Contrato para trabajadores Buenos:

$$MaxKe_B - w_B$$

$$sa.w_B - e_B^2 \geq 0 \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} L = Ke_B - w_B + \lambda\ (w_B - e_B^2) \\ \frac{\partial L}{\partial w_B} = -1 + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = 1 > 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_B} = K - 2\lambda e_B = 0\ \Rightarrow e_B = \frac{K}{2} \end{aligned} \tag{2.2}$$

Como $\lambda > 0$, $w_B = e_B^2\ \Rightarrow w_B = \frac{K^2}{4}$.

- Contrato para trabajadores Malos:

$$\begin{aligned} MaxKe_M - w_M \\ sa.w_M - 2e_M^2 \geq 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned} L = Ke_M - w_M + \lambda\ (w_M - 2e_M^2) \\ \frac{\partial L}{\partial w_M} = -1 + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = 1 > 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_M} = K - 4\lambda e_M = 0\ \Rightarrow e_m = \frac{K}{4} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Como $\lambda > 0$, $w_M = 2e_M^2 \Rightarrow w_M = \frac{K^2}{8}$.

$$\begin{aligned} E(\Pi) &= q\left(\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{K^2}{4} - \frac{K^2}{8}\right) \\ &= q\left(\frac{K^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{K^2}{8}\right) = \frac{K^2}{8}(1+q) \end{aligned} \tag{2.5}$$

b) El problema es

$$Max \quad q[Ke_B - w_B] + (1-q)q[Ke_M - w_M]$$

$$sa. \quad w_B - e_B^2 \geq 0 \tag{2.6}$$

$$w_M - 2e_M^2 \geq 0 \tag{2.7}$$

$$w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2 \tag{2.8}$$

$$w_M - 2e_M^2 \geq w_B - 2e_B^2 \tag{2.9}$$

Podemos notar primero que nada que $w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2 \geq w_M - 2e_M^2 \geq 0$
Luego, restricción (2.6) se cumple satisfaciendo (2.7) y (2.8) y por lo tanto puede ser eliminada del problema de maximización. Además, de (2.8) y (2.9) se tiene$e_B^2 - e_M^2 \leq w_B - w_M \leq 2(e_B^2 - e_M^2) \Longrightarrow e_B^2 \geq e_M^2 \Longrightarrow e_B \geq e_M$

c) El Lagrangeano del problema es

$$\begin{aligned} L &= q\,[Ke_B - w_B] + (1-q)\,[Ke_M - w_M] + \lambda\ (w_M - 2e_M^2) + \mu(w_B - e_B^2 - w_M + e_M^2) \\ &\quad + \delta(w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_B} = -q + \mu - \delta = 0 \Longrightarrow \mu - \delta = q \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_M} = -(1-q) + \lambda - \mu + \delta = 0 \Rightarrow \lambda - \mu + \delta = (1-q) \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_B} = qK - 2\mu e_B + 4\delta e_B = 0 \Rightarrow \mu - 2\delta = \frac{qK}{2e_B} \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_m} = (1-q)K - 4\lambda e_M + 2\mu e_M - 4\delta e_M = 0 \Rightarrow 2\lambda - \mu + 2\delta = \frac{(1-q)K}{2e_M} \tag{2.13}$$

de (2.10) y (2.11)

$$\begin{aligned} \mu - \delta &= q \\ \lambda - \mu + \delta &= 1 - q \\ \lambda &= 1 > 0 \end{aligned} \tag{2.14}$$

μ>0, pues si $\mu = 0$ entonces de (2.11) y/o (2.12) se tendrá δ<0. lo cual no es posible.
Como λ> 0

$$w_M - 2e_M^2 = 0 \tag{2.15}$$

Como $\mu > 0$

$$w_B - e_B^2 = w_M - e_M^2 \tag{2.16}$$

Veamos ahora si la restricción (2.9) es activa:

$$w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2 = (w_M - e_M^2 - w_B + e_B^2) - e_M^2 + e_B^2 = -e_M^2 + e_B^2 > 0 \tag{2.17}$$

Por lo tanto $\delta = 0$ pues la restricción no es activa.
De (2.15) $w_M = 2e_M^2$. De (2.15) y (2.16) $w_B = (2e_M^2) - e_M^2 + e_B^2 \Longrightarrow w_B = e_M^2 + e_B^2$.
De (2.10) $\mu = q$, de (2.12) $q = \frac{qK}{2e_B} \Rightarrow e_B = \frac{K}{2}$.
De (2.13) $2 - q = \frac{(1-q)K}{2e_M} \Rightarrow e_M = \frac{(1-q)K}{2(2-q)}$.
De (2.15) $w_M = \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2}$.
De (2.16) $w_B = \frac{K^2}{4} + \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}$.

$$\begin{aligned}
E(\Pi) &= q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\left[\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)} - \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2}\right] && (2.18)\\
&= q\left[\frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)^2}\left[2 - q - 1 + q\right] && (2.19)\\
&= q\left[\frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)^2} && (2.20)\\
&= q\frac{K^2}{4} - \frac{q(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2} + \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2} = q\frac{K^2}{4} + \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\left[2 - q\right] && (2.21)\\
&= \frac{K^2}{4(2-q)}\left[2q - q^2 + 1 - 2q + q^2\right] = \frac{K^2}{4(2-q)} && (2.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\Pi)_{(a)} - E(\Pi)_{(c)} &= \frac{K^2(1+q)}{8} - \frac{K^2}{4(2-q)} = \frac{K^2}{8}\left[\frac{2 + q - q^2 - 2}{2-q}\right] && (2.23)\\
&= \frac{K^2}{8}\frac{q(1-q)}{(2-q)} \geq 0 \; \forall q \in [0,1] \Rightarrow E(\Pi)_{(a)} \geq E(\Pi)_{(c)}
\end{aligned}$$

d) El problema es

$$Max \quad q[Ke \; - \; w]$$

$$sa. \quad w \; - \; e^2 \geq 0 \tag{2.24}$$

$$w \; - \; 2e^2 < 0 \tag{2.25}$$

$$L = q\left[Ke - w\right] + \lambda \; (w - e^2) - \mu(w - 2e^2) \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -q + \lambda - \mu = 0 \quad \Rightarrow \lambda - \mu = q \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = qK - 2\lambda e + 4\mu e = 0 \ \Rightarrow \lambda - 2\mu = \frac{qK}{2e} \tag{2.28}$$

Si $\lambda = 0$, entonces de (2.27) y/o (2.28) μ<0, lo cual no es posible. Por lo tanto $\lambda > 0$.
Si $\lambda > 0$, entonces (2.24) es activa; luego $w = e^2$.
Veremos ahora si (2.25) es activa: $w - 2e^2 = (e^2) - 2e^2 = -e^2 < 0$ por lo tanto (2.25) no es activa, => μ =0. Además de (2.27) $\lambda = q$. De (2.28):

$$q = \frac{qK}{2e} \Rightarrow e = \frac{K}{2} \Rightarrow w = \frac{K^2}{4} \tag{2.29}$$

$$\Rightarrow E(\Pi) = q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right] = q\frac{K^2}{4} \therefore E(\Pi)_{(a)} \geq E(\Pi)_{(d)}$$

$$E(\Pi)_{(c)} - E(\Pi)_{(d)} = \frac{K^2}{4(2-q)} - \frac{qK^2}{4} = \frac{K^2}{4}\left[\frac{1-2q+q^2}{2-q}\right] \geq 0 \forall q \in [0,1]$$

$$\therefore E(\Pi)_{(c)} \geq E(\Pi)_{(d)}$$

4. Considere el siguiente problema de producción en equipo. Un grupo de investigadores deben desarrollar un nuevo producto. Hay n científicos en el laboratorio, y e_i es el esfuerzo que hace el científico i. El valor del nuevo producto depende del esfuerzo de cada científico $V = \sum_i \sqrt{e_i}$. El salario de los científicos es w_i, y suponemos que son los dueños de la empresa, de manera que $\sum_i w_i = V$. Las preferencias son idénticas: $U_i = w_i - e_i$. Considere sólo equilibrios simétricos. Suponga que no hay problemas de observabilidad (todos pueden verificar cuánto se esfuerzan los demás), de manera que todos trabajan para maximizar la utilidad promedio, $U = V/n - e$.

   a) Encuentre el nivel de esfuerzo correspondiente.
   b) Suponga que, tal como en la vida real, se distribuye el valor V en partes iguales, independientes de los esfuerzos que realiza cada agente, el que no se puede verificar. Cada agente maximiza su utilidad independientemente de los demás. Encuentre el esfuerzo de equilibrio.
   c) Muestre que en el segundo caso la ineficiencia aumenta a medida que aumenta el número de científicos y que en particular, mientras más científicos en el laboratorio, más bajo el bienestar. ¿Qué juego le recuerda?

5. La teoría de los mercados eficientes dice que el valor de las acciones de una empresa refleja el valor presente del flujo de dividendos futuros. sin embargo, es común que el anuncio que un banco de propiedad dispersa un inversionista importante ha decidio comprar una parte importante de la propiedad aumente su precio. Supongamos que Ud. cree que los mercados accionarios son eficientes. Use la teoría del agente principal para explicar esta alza.

6. El país Urgentina necesita urgentemente mejorar su situación económica. El presidente de Urgentina sabe que toda solución pasa por contratar un nuevo ministro de economía (y con urgencia). Sin embargo, teme que el economista que contrate resulte ser un charlatán. Por lo tanto, decide crear un contrato que sólo sea aceptable para un economista serio.

Se sabe que la probabilidad de que el paquete de medidas de un economista charlatán tenga éxito es de 4 %. Por otra parte, debido a la crítica situación que enfrenta Urgentina, la probabilidad de que un economista serio tenga éxito como ministro es sólo de 40 %. Tanto economistas serios como charlatanes son aversos al riesgo, con función de utilidad $u(w) = w^{\frac{1}{2}}$. Ningún economista serio trabajará en el ministerio si la utilidad esperada del contrato es menor que $U = 10$. Los charlatanes se conforman con menos, $U = 1$. El presidente de Urgentina es neutral al riesgo, pero quiere diseñar un contrato inaceptable para charlatanes ya que el costo político es demasiado alto. Defina w_e y w_f como los salarios en caso de éxito y fracaso, respectivamente.

a) Formule el problema que debe resolver el presidente de Urgentina.

b) Utilice las condiciones de primer orden para mostrar que los multiplicadores asociados a las restricciones son positivos.

c) En base a lo anterior, encuentre los salarios w_e y w_f.

d) Calcule el costo de este contrato respecto al caso en que el presidente de Urgentina puede determinar a simple vista si el economista es un charlatán.

Solución

a) El presidente de Urgentina desea contratar a un ministro de economía, y debe para ello encontrar los salarios w_e y w_f (en caso de éxito y fracaso respectivamente) que debe pagar, de tal manera que maximicen su utilidad, o lo que es lo mismo, que minimicen sus costos (dado que no se presenta la función de ingreso ni un a función utilidad del presidente). Luego, la función objetivo del presidente de Urgentina estará dada por:

$$Minf(w_e, w_f) = (Prob.éxito^c/econ.serio)w_e + (Prob.fracaso^c/econ.serio)w_f \tag{2.30}$$

$$Minf(w_e, w_f) = 0{,}4w_e + 0{,}6w_f \tag{2.31}$$

Recordar que el presidente de Urgentina no es capaz de soportar el costo político de contratar a un charlatán, por lo tanto, el diseño del contrato (y por ende, la función objetivo) debe asumir que no se contratará ningún charlatán. Además, el contrato debe ser tal que le convenga para un economista serio, por lo que el espacio de posibilidades debe estar sujeto a:

$$E(U_{e.serio}(\omega_e, \omega_f)) \geq U \underset{e.serio}{\text{mín}} \tag{2.32}$$

$$(Prob.éxito^c/econ.serio)\,U(w_e) + (Prob.fracaso^c/econ.serio)U(w_f) \geq 10 \tag{2.33}$$

$$0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} \geq 10 \tag{2.34}$$

Análogamente, para lograr que el contrato sea inaceptable para charlatanes, debe imponerse que:

$$E(U_{charlán}(\omega_e, \omega_f)) < U \underset{charlatán}{\text{mín}} \tag{2.35}$$

$$(Prob.éxito^c/econ.charlatán)\,U(w_e) + (Prob.fracaso^c/econ.charlatán)\,U(w_f){<}1 \tag{2.36}$$

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} < 1 \tag{2.37}$$

Luego, tenemos el problema que debe resolver el presidente de Urgentina es:

$$Min 0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f \tag{2.38}$$

sujeto a

$$0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} \geq 10 \tag{2.39}$$

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} < 1 \tag{2.40}$$

b) Planteamos el Lagrangeano correspondiente

$$L = (0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f) + \lambda\left(-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10\right) + \mu\left(0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} - 1\right)$$

Para verificar que los múltiplicadores asociados son positivos obtenemos las derivadas parciales.

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_e} = 0{,}4 + \lambda\left(-0{,}4\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) + \mu\left(0{,}04\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) = 0 \tag{2.41}$$

$$\therefore 0{,}1\lambda - 0{,}01\mu = 0{,}2\sqrt{\omega_e} \tag{2.42}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_f} = 0{,}6 + \lambda\left(-0{,}6\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) + \mu\left(0{,}96\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) = 0 \tag{2.43}$$

$$\therefore 0{,}1\lambda - 0{,}16\mu = 0{,}2\sqrt{\omega_f} \tag{2.44}$$

Luego obtenemos:

$$(0{,}1 - 0{,}1)\,\lambda - (0{,}01 - 0{,}16)\,\mu = 0{,}2\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right) \tag{2.45}$$
$$0{,}15\mu = 0{,}2\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right)$$
$$\therefore \mu = \frac{4}{3}\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right)$$

Dado que es esperamos que el ministro solucione los problemas de la economía, es lógico pagar más si es que resultado es exitoso, es decir, $w_e > w_f \Rightarrow \mu > 0$, Además

$$\lambda = 2\sqrt{\omega_e} + 0{,}1\mu = 2\sqrt{\omega_e} + \frac{4}{3}\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right) \Rightarrow \lambda > 0 \tag{2.46}$$

Luego, ambos multiplicadores son estrictamente positivos. Por lo tanto, las restricciones son activas.

c) Puesto que los multiplicadores sin positivos, podemos imponer:

$$-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10 = 0 \tag{2.47}$$

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} - 1 = 0 \tag{2.48}$$

Luego obtenemos:

$$(0{,}4 - 0{,}4)\sqrt{\omega_e} + (9{,}6 - 0{,}6)\sqrt{\omega_f} - (10 - 10) = 0 \tag{2.49}$$
$$\Rightarrow 9\sqrt{\omega_f} = 0 \therefore \omega_f = 0$$

Además se tiene:

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} = 1 \Rightarrow \sqrt{\omega_e} = 25 \therefore \omega_n = 625 \tag{2.50}$$

d) De lo anterior se tiene que el Costo del Contrato $= 0{,}4w_e + 0{,}6w_f = 250$
Si se puede distinguir a simple vista cuál economista es serio y cuál un charlatán, entonces no necesitará definir 2 salarios diferentes para el caso de éxito y fracaso, pues la función de éstos es la de poder crear un contrato que pueda discriminar automáticamente a 2 (o más) tipos de empleados. Realizando un desarrollo similar al anterior, podemos encontrar el costo del contrato y verificar lo anteriormente expuesto.

$$Min 0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f \tag{2.51}$$

s.a.

$$0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} \geq 10 \tag{2.52}$$

$$L = (0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f) + \lambda\left(-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10\right) \tag{2.53}$$

Las condiciones de primer orden de este problema son:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_e} = 0{,}4 + \lambda\left(-0{,}4\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) = 0 \Rightarrow \lambda = 2\sqrt{\omega_e} \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_f} = 0{,}6 + \lambda\left(-0{,}6\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) = 0 \Rightarrow \lambda = 2\sqrt{\omega_f} \tag{2.55}$$

$$\therefore \omega_e = \omega_f = \omega \tag{2.56}$$

7. El DII está considerando contratar un gerente para que se haga cargo de los proyectos externos. Los esfuerzos del gerente no son observables. Su utilidad es $U(w,e) = \sqrt{w} - e^2$. Hay sólo dos niveles de esfuerzo posible $e = 0$ o 3 y se tiene que la utilidad del gerente en un trabajo alternativo es $U = 21$. Suponga que hay tres resultados del esfuerzo del gerente: $x \in \{0, 1000, 2500\}$. Las probabilidades asociadas son:

	$x = 0$	$x = 1000$	$x = 2500$
$e = 0$	0,4	0,4	0,2
$e = 3$	0,2	0,4	0,4

a) Muestre que las probabilidades satisfacen dominancia estocástica de primer orden.

b) Escriba el contrato de información perfecta.

c) ¿Cuál es el contrato óptimo para esfuerzo $e = 0$?

d) ¿Cuál es el problema cuando se desea esfuerzo $e = 3$?

e) Determine el contrato que ofrecerá el DII.

8. Suponga que hay un continuo de empresarios (cada uno con riqueza W) indexados por $i \in [0, 1]$. El empresario i decide si depositar su dinero en el banco (a una tasa ρ) o invertir en el proyecto i. Los proyectos requieren una inversión I. El banco presta dinero a una tasa r. Los agentes son neutrales al riesgo. Los proyectos tienen distintas probabilidades de éxito p_i, las que están distribuidas uniformemente entre 0 y 1. Cada empresario conoce su probabilidad de éxito, pero el banco sólo conoce la distribución de p_i. El empresario paga el préstamo sólo si el proyecto tiene éxito, ya que si no entra en bancarrota. Todos los proyectos tienen igual retorno esperado: $p_i R_i = p_j R_j = R, \forall i, j$. Además se cumple que $R \geq (1 + r)(I - W) \geq 0$.

   a) Demuestre que la Utilidad esperada del empresario es decreciente en p_i y concluya que el empresario sólo pide prestado (es decir, invierte) si $p_i \leq p^*$, donde p^* es tal que la utilidad esperada del empresario es igual a $W(1 + \rho)$.

   b) Demuestre que la utilidad esperada del banco es $r(I - W)p^{*2}/2$.

   c) Derive la utilidad esperada del banco con respecto a r e identifique los dos efectos que se contraponen. Relacione uno de ellos con la selección adversa. Note que p^* depende de r.

   d) Concluya por qué en los mercados financieros hay un exceso de demanda, es decir, por qué aunque haya gente dispuesta a pedir prestado a una tasa mayor que r, el banco no sube la tasa de interés y a esa gente no se le presta (racionamiento de crédito).

9. En el modelo regulatorio chileno, existe la Maldición del regulador (Engel, Fischer y Galetovic (2001)). Consideramos una forma simplificada de este fenómeno. La ley requiere que el regulador modele una firma eficiente. Para esto necesita calcular los costos de la empresa, la demanda, etc. Supongamos que podemos representar las utilidades de la empresa como $\pi(p, \theta)$, donde $p \in R^m$ es el vector de precios regulados y $\theta \in R^n$ es un vector de parámetros de la firma (costos, salarios, demanda, número de trabajadores, impuestos, depreciación, etc). El rol del regulador es primero, estimar los parámetros θ_i y luego usarlos para determinar tarifas que le den a la firma regulada rentabilidad normal (ajustada por riesgo).

   Los estudios del regulador le permiten medir los parámetros con un margen de error que es insesgado: $\hat{\theta}_i = \theta_i + \epsilon_i, E(\epsilon_i) = 0, \forall i$. Suponga que la firma regulada conoce el valor real de los parámetros θ_i. La ley permite que la firma regulada pueda llevar a un arbitraje todos los parámetros en los que discrepa del valor estimado por el regulador. Los árbitros nunca se equivocan, y siempre eligen el valor correcto del parámetro en cuestión.

   a) Muestre que con este procedimiento, la firma regulada siempre obtiene una rentabilidad superior a la rentabilidad normal.

   b) Encuentre una forma de determinar los parámetros de manera que la firma obtenga la rentabilidad normal. ¿Le paree que el procedimiento genera información importante sobre la empresa?

10. Suponga que Ramada Inn es una compañía que se especializa en ofrecer anticuchos y chicha durante la semana del 18 de Septiembre. Ramada Inn puede producir anticuchos de calidad alta o baja. Producir anticuchos de calidad alta tiene un costo mayor que producir calidad baja ($c_1 > c_0$). Supondremos

que los consumidores que se enferman luego de comer un anticucho (es decir, que come un anticucho de mala calidad) nunca más le compran a Ramada Inn. Ramada Inn vende chicha de una sola calidad, la que tiene un costo c_c y un precio p_c, con $p_c > c_c$. Suponga que la tasa de descuento relevante para Ramada Inn es ρ. ¿Cuáles son las condiciones para que Ramada Inn produzca buenos anticuchos? ¿Qué sucede con las condiciones anteriores si Ramada Inn decide diversificarse y producir anticuchos y chicha también durante la Semana del Mar?

Solución:

Podemos ver que la decisión de Ramada Inn es ofrecer productos de buena calidad durante varios años (una eternidad) o vender productos de baja calidad sólo durante un período, ya que los consumidores nunca más le comprarán. Luego la condición será:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{p_a - c_1}{(1+\rho)^i} + \frac{p_c - c_c}{(1+\rho)^i}\right] \geq \frac{p_a - c_0}{(1+\rho)} + \frac{p_c - c_c}{(1+\rho)} \tag{2.57}$$

$$\frac{p_a - c_1}{\rho} + \frac{p_c - c_c}{\rho} \geq \frac{p_a - c_0}{(1+\rho)} + \frac{p_c - c_c}{(1+\rho)}$$

$$\left(\frac{p_a - c_1}{\rho}\right) - \left(\frac{p_a - c_0}{(1+\rho)}\right) \geq \left(\frac{p_c - c_c}{1+\rho}\right) - \left(\frac{p_c - c_c}{\rho}\right)$$

$$p_a\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{1+\rho}\right) \geq \left(\frac{p_c - c_c}{(1+\rho)}\right) - \left(\frac{p_c - c_c}{\rho}\right) + \left(\frac{c_1}{\rho}\right) - \left(\frac{c_0}{(1+\rho)}\right)$$

$$p_a\left(\frac{1}{\rho(1+\rho)}\right) \geq (p_c - c_c)\left(\frac{1}{1+\rho} - \frac{1}{\rho}\right) + \frac{((1+\rho)c_1 - c_0\rho)}{\rho(1+\rho)}$$

$$p_a \geq -p_c + c_c + (1+\rho)c_1 - c_0\rho$$

(Nótese que supuse que la tasa ρ es en base anual). Encontramos la condición para el precio de los anticuchos:

$$p_a \geq -p_c + c_c + (1+\rho)c_1 - c_0\rho \tag{2.58}$$

Si Ramada Inn decide diversificarse la condición inicial anterior se transforma a:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{p_a - c_1}{(1+\rho)^{\frac{i}{2}}} + \frac{p_c - c_c}{(1+\rho)^{\frac{i}{2}}}\right] \geq \frac{p_a - c_0}{(1+\rho)^{1/2}} + \frac{p_c - c_c}{(1+\rho)^{1/2}} \tag{2.59}$$

Donde incorporamos el hecho de que ahora funcionará cada seis meses u otra forma de hacerlo sería ocupar el resultado anterior, pero considerar que la tasa ρ_1 es semestral por lo que debemos transformarla a base anual:

$$(1+\rho_1)^2 = 1+\rho \Longleftrightarrow \rho_1 = \left((1+\rho)^{1/2} - 1\right) \tag{2.60}$$

Con esto podemos reemplazar directamente:

$$p_a \geq -p_c + c_c + \left((1+\rho)^{1/2}\right)c_1 - c_0\left((1+\rho)^{1/2} - 1\right) \tag{2.61}$$

Es intuitivo que el segundo precio debe ser mayor, veamos:

$$
\begin{aligned}
-p_c + c_c + \left((1+\rho)^{1/2}\right) c_1 - c_0 \left((1+\rho)^{1/2} - 1\right) &\geq -p_c + c_c + (1+\rho)c_1 - c_0\rho \qquad (2.62)\\
\left((1+\rho)^{1/2}\right) c_1 - c_0 \left((1+\rho)^{1/2} - 1\right) &\geq (1+\rho)c_1 - c_0\rho\\
c_1 \left[(1+\rho)^{1/2} - (1+\rho)\right] &\geq c_0 \left[(1+\rho)^{1/2} - 1 - \rho\right]\\
c_1 \left[(1+\rho)^{1/2} - (1+\rho)\right] &\geq c_0 \left[(1+\rho)^{1/2} - (1+\rho)\right]
\end{aligned}
$$

Simplificando llegamos a: $c_1 \geq c_0$ Lo que es cierto, ya que sabemos (por el enunciado) que el costo de producir anticuchos de buena calidad es mayor que el costo de producir anticuchos de baja. Por lo tanto nuestra intuición era correcta.

11. Suponga que usted a creado una empresa muy exitosa. Sin embargo, es hora de dedicarse a nuevos proyectos, por lo que desea contratar a un gerente que maneje su empresa. El problema es diseñar el contrato de incentivos, ya que usted no tiene tiempo para vigilar al gerente constantemente. La función de utilidad del gerente es conocida: $U = 10 - \frac{10}{w} - G$ donde w es el salario en \$MM y G es el costo en utilidad del esfuerzo. Si el gerente no se esfuerza $G = 0$, si se esfuerza $G = 2$. Usted sabe que si el gerente se esfuerza con probabilidad $p = 2/3$ la empresa tendrá utilidades iguales a \$5MM, y con probabilidad $1 - p = 1/3$ las utilidades serán iguales a \$1MM. Si el gerente no se esfuerza, las probabilidad que las utilidades sean altas es $q = 1/3$. Usted también sabe que el gerente puede encontrar un trabajo alternativo, en que no se tiene que esforzar, en que le pagan \$1.25 MM.

    a) Escriba las restricciones de compatibilidad de incentivos y de participación que enfrenta el gerente. ¿Qué significan?

    b) Encuentre el salario correspondiente al contrato eficiente de incentivos.

    c) Encuentre las utilidades de la empresa.

    Solución

    a) Compatibilidad de incentivos: La utilidad esperada del agente (gerente) si se esfuerza, tiene que ser mayor o igual que la utilidad esperada del agente si no se esfuerza, es decir

    $$\frac{2}{3}\left(10 - \frac{10}{w_a} - 2\right) + \frac{1}{3}\left(10 - \frac{10}{w_b} - 2\right) \geq \frac{1}{3}\left(10 - \frac{10}{w_a}\right) + \frac{2}{3}\left(10 - \frac{10}{w_b}\right) \qquad (2.63)$$

    Simplificando la expresión anterior

    $$
    \begin{aligned}
    \frac{2}{3}\left(-\frac{10}{w_a}\right) + \frac{1}{3}\left(-\frac{10}{w_b}\right) - 2 &\geq \frac{1}{3}\left(-\frac{10}{w_a}\right) + \frac{2}{3}\left(-\frac{10}{w_b}\right) \qquad (2.64)\\
    -2 &\geq \frac{10}{3w_a} - \frac{10}{3w_b}
    \end{aligned}
    $$

    Restricción de participación: La utilidad esperada del agente (gerente) si se esfuerza, tiene que ser mayor o igual que la utilidad esperada de su trabaja alternativo, es decir

    $$\frac{2}{3}\left(10 - \frac{10}{w_a} - 2\right) + \frac{1}{3}\left(10 - \frac{10}{w_b} - 2\right) \geq 10 - \frac{10}{1,25} \qquad (2.65)$$

Simplificando la expresión anterior

$$\frac{2}{3}\left(-\frac{10}{w_a}\right)+\frac{1}{3}\left(-\frac{10}{w_b}\right)-2\geq-\frac{10}{1,25} \tag{2.66}$$
$$-\frac{20}{3w_a}-\frac{10}{3w_b}\geq-6$$

b) En equilibrio ambas restricciones son activas, por lo que debemos solucionar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-2=\frac{10}{3w_a}-\frac{10}{3w_b} \tag{2.67}$$
$$-\frac{20}{3w_a}-\frac{10}{3w_b}=-6 \tag{2.68}$$

Restando:

$$-2+6=\frac{10}{3w_a}-\frac{10}{3w_b}+\frac{20}{3w_a}+\frac{10}{3w_b}\Leftrightarrow 4=\frac{30}{3w_a}\Leftrightarrow w_a=\frac{5}{2} \tag{2.69}$$

Reemplazando en la primera ecuación tenemos que $w_b=1$

c) Si la firma tiene éxito las utilidades serán

$$\pi_e=5-w_a=5-\frac{5}{2}=\frac{5}{2} \tag{2.70}$$

en caso contrario $\pi_f=1-w_b=0$. Luego la utilidad esperada es

$$E(\pi)=p_e\pi_e+p_f\pi_f=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{2}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{5}{3} \tag{2.71}$$

12. Un amigo suyo a pedido una cotización a la compañía de seguros "Ruleta Rusa" para saber cuanto costaría asegurar su hogar contra robos. La propuesta que le ha llegado es la siguiente:
• El seguro reembolsará hasta 100 UF por las pertenencias que hayan robado, pero solo a partir de un monto de 10 UF. Es decir el seguro tiene un deducible de 10 UF.
• Si la casa tiene alarma la prima tiene un descuento de 20 %.

Además su amigo se enteró que a otra persona (quién vivía en otro barrio) la compañía le negó el seguro (no quisieron venderle un seguro). Ante estos antecedentes él (que no sabe tanto de economía como usted) le pregunta:

a) ¿Por qué el seguro tiene un deducible?

b) ¿Cuál es la idea de cobrar menos si uno tiene alarma?

c) ¿Por qué a otra personas le niegan el seguro?, ya que (en su opinión) si viviesen en un barrio más "peligroso" la solución obvia sería cobrarle una prima mayor (más caro por el mismo producto).

d) Comente que rol juegan las asimetrías de información en los mercados de seguros y como estos pueden ser solucionados (a parte de las que ocupó la empresa *"Ruleta Rusa"*).

13. Responda las siguientes preguntas:

a) ¿Por qué las vacunas son obligatorias?

b) ¿Por qué el llevar cinturón de seguridad es obligatorio?

c) Sam Peltzman[1] sostiene que la introducción de cinturones de seguridad ha aumentado el número de accidentes. ¿Puede esto ser explicado por la existencia de riesgo moral?

d) Hace un tiempo, un estudio encontró que el porcentaje de accidentes asociados a cierto modelo de automóvil era (notoriamente) mayor que el resto, sin embargo, las pruebas indicaban que era el más seguro del mercado. Explique por qué no hay contradicción en esos hallazgos (Ayuda: Piense en si existe riesgo moral y/o selección adversa).

14. A un gerente de finanzas de una compañía con presencia en la bolsa de comercio (es decir, las acciones de la empresa se transan en el mercado de capitales) se le pide que levante capital para nuevos proyectos. Él esta pensando en emitir más acciones, obviamente él tiene más información que el mercado sobre el real estado financiero de la empresa.
Para responder las siguientes preguntas no considere el efecto de premio por liquidez o el que esta diluyendo la propiedad, ni ningún otro efecto financiero que nos aleje de la materia del curso.

 a) ¿Él emitiría acciones si el mercado está subvalorando el precio de la acción? ¿Por qué?

 b) ¿Él emitiría acciones si el mercado esta sobrevalorando el precio de la acción? ¿Por qué?

 c) ¿Explica este fenómeno el que las compañías bajen aproximadamente un 3 % de su valor en bolsa luego de emitir acciones?

15. Frecuentemente se argumenta que en política económica es mejor que la autoridad sea transparente a que oculte información. A continuación mostramos que esto no es necesariamente cierto. Suponga que tanto el Banco Central como la sociedad desean elegir la tasa de crecimiento de dinero, Δm, que minimiza el valor esperado de: $V = \frac{1}{2}\left[\lambda(y - y_a - k)^2 + \pi^2\right]$ donde y denota el (logaritmo del) producto, y_a el (logaritmo del) producto natural y π la tasa de inflación. Suponemos $\lambda > 0$, $k > 0$. La relación entre la "brecha del producto" y la diferencia entre inflación esperada e inflación realizada viene dada por: $y = y_a + a(\pi - \pi^e) + \epsilon$donde π^e denota la inflación esperada por los agentes privados y ϵ un shock de oferta de media nula. La relación entre la inflación y la elección de Δm por parte de la autoridad viene dada por: $\pi = \Delta m + v$ donde v denota un shock de velocidad, de media cero y no correlacionada con ϵ. Supondremos que, al momento de elegir Δm, el Banco Central conoce ϵ pero no conoce v.
Además el Banco Central conoce ϵ antes que el sector privado se forme sus expectativas de inflación. Luego el Banco Central puede elegir entre revelar esta información a los privados ("transparencia") y no revelarla ("confidencialidad").

 a) Determine la inflación de equilibrio y el valor de la función objetivo en el equilibrio con confidencialidad, es decir, cuando la autoridad no revela el valor observado de ϵ.

 b) Repita lo hecho en *a*) para el caso de transparencia.

 c) En base a lo hecho en *a*) y *b*) concluya que, en este modelo, la confidencialidad es mejor para la sociedad que la transparencia.

 d) ¿Cuál es la *intuición económica* tras el resultado obtenido en *c*)?

 e) Si este modelo representará bien la realidad, qué les diría a quienes dicen que el problema en el caso Banco Central - Inverlink es que el ente monetario no revela información relevante para el mercado?

[1] *"The Effects of Automobile Safety Regulations"*, Journal of Political Economy, agosto, 1975.

16. Supongamos que se cumple el modelo CAPM, es decir, podemos representar la tasa exigida a una acción como: $r_e = r_f + \beta(r_m - r_f)$ donde r_f, r_e y r_m es la tasa libre de riesgo (que decide el Banco Central), la tasa de retorno exigida o esperada y la tasa de retorno del merado respectivamente, $r_m - r_f$ es el premio por riesgo. Si alguien sabe, antes que el resto del mercado, que el Banco Central moverá la tasa de referencia (r_f) puede lucrar con esa información privilegiada? (suponga que el premio por riesgo se mantiene constante)[2].

17. Suponga que el mercado estima que el precio de un papel (Acción, Bono, etc.) es P, el que variará de acuerdo a lo que pase en la semana, la variación puede ser positiva con lo que el nuevo precio será $(1+k)P$, nula (el precio se mantiene) o negativa, con lo que el precio será $(1-k)P$. Con $k > 0$. Si el mercado y el vendedor son aversos al riesgo y las probabilidades de lo que pase en la semana son idénticas:

    a) ¿Cuál será el precio al que están dispuestos a comprar y vender, tanto el mercado como el vendedor?.

    b) Si el vendedor conoce de ante mano que pasará en la semana, ¿En qué casos vende y/o compra?.

    c) Si el mercado sabe que el vendedor tiene más información que ellos, ¿En qué casos se comercia?.

    d) ¿Qué puede concluir al respecto?. ¿Por qué nadie quería transar papeles con Inverlink?

18. **El Banco Grameen**. En Bangladesh existe un banco, creado por el economista Muhammad Yunus, que se dedica a prestar pequeños montos de dinero a personas que no tienen acceso a los métodos de financiamiento tradicionales. El funcionamiento es el siguiente: un grupo de 5 personas se unen (voluntariamente) y le piden préstamos individuales al banco, éste les presta sólo a dos de ellos, si ellos devuelven el dinero, entonces el banco le presta a los dos siguientes, si estos pagan, se le concede un préstamo al jefe del grupo. Los resultados de este sistema han sido notables, pues tienen una tasa de recuperación bastante alta (alrededor de un 98 %). Explique por qué los efectos de la selección adversa y el riesgo moral son aminorados por el sistema de préstamos.

19. Hasta 1979 la organización de las comunas rurales chinas se basaba en los principios marxistas ortodoxos. Los campesinos percibían una cantidad acorde con una estimación aproximada (mediante un complejo mecanismo) de su aporte a los ingresos de la comuna. Se apartaba el 5 % de la tierra para parcelas privadas, pero los campesinos no podían ir a las ciudades a vender la producción. A finales de 1978, el gobierno central chino introdujo un "sistema de responsabilidad", este especificaba que cada parcela podía quedarse con toda la producción que sobrepasara cierta cuota, y por lo tanto podía venderla en los mercados privados (que también se desregularon). Entre 1978 y 1984 la producción aumentó en un 61 % y más de las tres cuartas partes de ese incremento es atribuible sólo a incentivos.[3] Usando sus conocimientos sobre teoría de incentivos explique qué fue lo que sucedió.

20. Considere un agente (un analista de bolsa) que puede producir información que es valiosa para un principal (el inversionista) que es neutro al riesgo. El principal observa una señal β (el retorno de la inversión recomendada por el analista) que está positivamente correlacionada con el esfuerzo (e) desplegado por el agente en producir la información. Por simplicidad asuma que tanto β como e puede tomar sólo dos valores: 1 ó 0. La probabilidad de que el principal reciba una señal $\beta = 1$ es p si el agente se esforzó y q si no lo hizo (con $p > q$), tal como se muestra en la siguiente tabla.

[2] Un dato interesante para esta pregunta es que las ventas cortas (compras con pactos de retroventa) de compañías de seguros aumentaron en un porcentaje inusualmente alto la semana anterior al atentado del 9/11 en Nueva York. Dicho sea de paso, este dato fue lo que permitió identificar a muchos financistas del terrorismo internacional.

[3] McMillan *et al* (1989).

	$e=1$	$e=0$
$\beta=1$	p	q
$\beta=0$	$1-p$	$1-q$

El contrato entre el principal y el agente especifica una función de salarios Z que depende de β. La función de utilidad del agente es $V(Z,e)=u(Z)-ce$. Donde $u\prime(\cdot)>0$ y $u\prime\prime(\cdot)<0$, y c es un parámetro positivo que indica que el esfuerzo es costoso.

a) Definiendo $W_0=u(Z(0))$ y $W_1=u(Z(1))$ plantee las restricciones de incentivos y de participación. Además explique qué significan.

b) Muestre que el contrato óptimo es

$$W_0 = R - \frac{qc}{p-q} \tag{2.72}$$

$$W_1 = R + \frac{(1-q)c}{p-q} \tag{2.73}$$

c) Considere el caso ahora de dos agentes (que no tienen problemas de comunicación entre ellos, es decir, pueden observar el esfuerzo desplegado por el otro) quienes reciben el contrato anteriormente especificado con el principal, pero comparten sus salarios. Muestre que ellos están mejor en coalición ($\Delta U \geq 0$) y que su ganancia es (Ayuda: note que sólo hay transferencias si es que el principal recibe señales distintas). Además explique de donde proviene la ganancia

$$\Delta U = 2p(1-p)\left[u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - \frac{U(Z(0))}{2} - \frac{U(Z(1))}{2}\right] \tag{2.74}$$

d) ¿Qué sucederá si hay problemas de comunicación entre los agentes? (Ayuda: pregúntese si el contrato anterior es óptimo)

Solución

a) El agente aceptará el contrato sólo si obtiene, al menos, la utilidad de su opción externa. Es decir, participará si se cumple:

$$pW_1 + (1-p)W_0 - c \geq R \tag{2.75}$$

Por otro lado, el contrato debe ser compatible en incentivos, es decir, para el agente tiene que ser mejor esforzarse

$$pW_1 + (1-p)W_0 - c \geq qW_1 + (1-q)W_0 \tag{2.76}$$

b) Despejando (2.76) llegamos a que:

$$W_1 - W_0 \geq \frac{c}{p-q} \tag{2.77}$$

En el contrato óptimo ambas restricciones son activas, por lo que tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (W_1 y W_0)

$$W_1 - W_0 = \frac{c}{p-q} \tag{2.78}$$

$$pW_1 + (1-p)W_0 = R + c \tag{2.79}$$

Para despejar buscamos $p(2.78) - (2.79)$

$$\begin{aligned}
pW_1 - pW_0 - pW_1 - (1-p)W_0 &= \frac{cp}{p-q} - R - c \\
-W_0 &= \frac{cp}{p-q} - R - c \\
-W_0 &= -R + c\left(\frac{p}{p-q} - 1\right) \\
W_0 &= R - \frac{qc}{p-q}
\end{aligned}$$

Para encontrar W_1 reemplazamos W_0 en (2.78)

$$W_1 - \left[R - \frac{qc}{p-q}\right] = \frac{c}{p-q}$$

$$W_1 = R + \frac{c}{p-q}(1-q)$$

c) Sin coalición la utilidad conjunta esperada es:

$$U_{sc} = [pU(Z(1)) + (1-p)U(Z(0))]$$

Si el principal recibe señales iguales entonces no habrá transferencia, pues ambos principales recibirán el mismo salario. Sin embargo es posible que la señal sea distinta, por lo que cada empleado recibirá un salario distinto, ésto ocurre con probabilidad $2p(1-p)$.

$$\begin{aligned}
U_c &= p\left[pU(Z(1)) + (1-p)U\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right)\right] \\
&\quad +(1-p)\left[(1-p)U(Z(0)) + pU\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right)\right] \\
&= 2p(1-p)U\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) + p^2U(Z(1)) + (1-p)^2U(Z(0))
\end{aligned}$$

Luego la ganancia $\Delta U = U_c - U_{sc}$ será

$$\begin{aligned}
\Delta U &= 2p(1-p)U\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) + p^2U(Z(1)) \\
&\quad +(1-p)^2U(Z(0)) - pU(Z(1)) + (1-p)U(Z(0)) \\
&= 2p(1-p)U\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - p(1-p)U(Z(1)) - (1-p)pU(Z(0)) \\
&= 2p(1-p)\left[u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - \frac{U(Z(0))}{2} - \frac{U(Z(1))}{2}\right]
\end{aligned}$$

Sabemos que $\Delta U \geq 0$ por la desigualdad de Jensen, lo que nos indica que hay una ganancia debido a la diversificación del riesgo.

Podemos demostrarlo fácilmente notando que $2p(1-p) > 0$ y por lo tanto el signo de ΔU será el de la segunda expresión, es decir

$$sign(\Delta U) = sign\left[u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - \frac{U(Z(0))}{2} - \frac{U(Z(1))}{2}\right]$$

Como U es cóncava se tiene que cumplir que $U(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda U(x) + (1-\lambda)U(y)\ \forall \lambda \in [0,1]$, por lo que en particular para $\lambda = \frac{1}{2}$ y haciendo $x = Z(0)$ e $y = Z(1)$ tenemos que

$$u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - \frac{U(Z(0))}{2} - \frac{U(Z(1))}{2} \geq 0$$

Luego

$$\Delta U = 2p(1-p)\left[u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right) - \frac{U(Z(0))}{2} - \frac{U(Z(1))}{2}\right] \geq 0$$

donde $2p(1-p)$ es la probabilidad de que el principal vea señales distintas, $u\left(\frac{Z(0)+Z(1)}{2}\right)$ es la utilidad del salario en caso de transferencia, $U(Z(0))$ y $U(Z(1))$ son las utilidades fuera de la coalición (o cuando el principal ve la misma señal para ambos).

d) Si hay problemas de comunicación y observabilidad entonces tendremos que los agentes pueden no realizar esfuerzo, ya que el contrato que reciben (o internalizan) no es el que el principal diseña, sino que el de la coalición, por lo que podría haber riesgo moral, es decir, se porían esforzar menos, pues se aminora el efecto incentivador de esfuerzo que ejercía el riesgo.

21. Un próspero ex-alumno de IN51 decide dar "el gran paso" de la casa propia. Una vez diseñados los planos, debe contratar un jefe de obras, que se encargará de construir su casa. El ex-alumno sabe que los jefes de obra pueden ser de dos tipos: trabajadores (T) o flojos (F) con probabilidad p_T y p_F respectivamente, con $p_T + p_F = 1$. Los primeros son cuidadosos con los materiales de construcción y vigilan constantemente el trabajo de los obreros. Los jefes de obra flojos siguen la ley de mínimo esfuerzo, por lo que es más probable que la construcción sea deficiente, cara y tome más tiempo. La calidad de la obra (x_i) también depende de variables aleatorias ($i = 1; ....; n$ representa los posibles estados de la naturaleza, por ejemplo, el clima).

    Suponga que tanto el ex - alumno del IN51 como los potenciales jefes de obra son neutrales al riesgo. La utilidad del ex-alumno está dada por $U^C = B(e) - w$, donde $B(e)$ es el valor de la obra para el ex-alumno y w es la remuneración del jefe de obra. Se tiene que $B(e) = \sum_i p_i(e) \cdot x_i$ y $p_i(e) = \Pr(x = x_i|e)$. La utilidad del jefe de obra es $U^{JO} = u(w) - ke$ donde $k \in \{k_T, k_F\}$ con $k_T < k_F$. El nivel de utilidad de reserva de los jefes de obra está dado por $\underline{U}$. El "juego" consiste en que i) la naturaleza elige al tipo (T, F) del jefe de obra, ii) el ex-alumno diseña el contrato en base a variables verificables; y iii) el jefe de obra acepta o rechaza el contrato. Si acepta el contrato, elige el nivel de esfuerzo que maximiza su utilidad. La calidad final de la construcción depende del esfuerzo puesto por el jefe de obras y del clima durante el periodo de construcción.

    a) Suponga que el tipo del jefe de obras es observable. Escriba el problema que maximiza el ex-alumno.

    b) Encuentre las condiciones de primer orden que debe resolver el ex-alumno e interprete los resultados.

c) En particular, compare los niveles de esfuerzo exigidos a cada tipo de jefe de obra y la remuneración que reciben.

d) Suponga que el tipo del jefe de obra no es observable y plantee el problema de optimización que enfrenta el ex-alumno.

e) Encuentre las condiciones de primer orden que resuelve el ex-alumno en este caso e interprete los resultados. En particular, compare los niveles de esfuerzo exigidos a cada tipo de jefe de obra y la remuneración que reciben y vea cuales son las restricciones activas y por qué.

22. Andrés y Antonio tienen que decidir si transan o no un terrenito en Achupallas (Andrés es el dueño del terreno). Ambos lo quieren sólo con fines especulativos y planean venderlo al cabo de un año. El precio de reventa depende de qué plano regulador se apruebe. Si se permite la subdivisión de terrenos, el precio será alto (p^A) si no se permite subdividir los terrenos, el precio de reventa será bajo (p^B). La subdivisión se permite con probabilidad p. Tanto andrés como Antonio son neutrales al riesgo y no descuentan el futuro. Si para andrés es indiferente vender hoy o mañana , y para Antonio comprar o no comprar, ambos transan.

a) Suponga que la información es simétrica. ¿Se transará el terreno? ¿A qué precio? Demuestre.

b) Suponga ahora que Andrés es amigo íntimo del alcalde de Achupallas, y al momento de la transacción sabe si se permitirá la subdivisión o no. ¿En que caso se transará el terreno? ¿A que precio? Demuestre.

23. El modelo de Mankiw (1986). Considere una economía à la Stiglitz y Weiss en la que cada firma θ puede invertir una unidad de dinero en tecnología que retorna X_θ con probabilidad $1-\theta$ y cero con probabilidad θ. Las firmas invierten solo si tienen una utilidad esperada estrictamente positiva. El parámetro θ sigue una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Asuma que todos los proyectos tienen el mismo retorno esperado $(1-\theta)X_\theta = \overline{X}$ y un θ mayor indica que el proyecto es más riesgoso. Además asuma que no hay colateral (ese instrumento lo utilizaremos en los modelos de señales)

a) ¿Qué firmas demandarán créditos si el pago es R (obviamente se paga en caso de éxito)?

b) Encuentre el retorno esperado para el banco.

c) Asumiendo que los el banco puede acceder a una tasa libre de riesgo r. ¿Encuentre la condición que determina la existencia del mercado?. Explique.

Solución

a) La firma θ demanda créditos si

$$X_\theta - R > 0 \Longleftrightarrow \frac{\overline{X}}{1-\theta} - R > 0 \tag{2.80}$$

$$\underline{\theta} > 1 - \frac{\overline{X}}{R} \tag{2.81}$$

Es decir sólo las empresas más riesgosas demanda créditos, aunque si $\frac{\overline{X}}{R} > 1$ todas las empresas demandarán.

La demanda agregada viene dada por:

$$D = \int_{\underline{\theta}}^{1} d\theta = \int_{1-\frac{\overline{X}}{R}}^{1} d\theta = \frac{\overline{X}}{R} \tag{2.82}$$

Donde $\frac{\overline{X}}{R}$ también representa el monto total de préstamos.

b) El valor esperado para el banco es:

$$\int_{1-\frac{\overline{X}}{R}}^{1} R(1-\theta)d\theta = \frac{\overline{X}^2}{2R} \tag{2.83}$$

Luego el retorno esperado es

$$\rho = \frac{\int_{1-\frac{\overline{X}}{R}}^{1} R(1-\theta)d\theta}{\frac{\overline{X}}{R}} = \frac{\overline{X}}{2} \tag{2.84}$$

si $\frac{\overline{X}}{R} < 1$ y $\rho = \frac{R}{2}$ en caso contraio.

c) Si $\frac{\overline{X}}{R} < 1 \Longrightarrow \rho > r \Longleftrightarrow \frac{\overline{X}}{2} > r$, en caso contrario no existirá el mercado. Si $\frac{\overline{X}}{R} > 1 \Longrightarrow \rho > r \Longleftrightarrow R > 2r$.

24. Este problema es una adaptación de De Meza y Webb 1987. Considere una economía en la que existe un continuo de agentes neutros al riesgo que tienen la misma riqueza W y que tienen acceso a un proyecto que retorna y con probabilidad p y cero con $1-p$. Los agentes difieren en la probabilidad de éxito (p), la que se distribuye en el intervalo $[0,1]$ con densidad $f(p)$. La inversión requiere un monto de capital I que es mayor que la riqueza de los individuos W por lo que tienen que obtener un préstamo $L = I - W$. La oferta de capital $S(r)$ para préstamos es creciente en la tasa de interés, que se asume que es la tasa libre de riesgo ($r = r_f$), que a su vez es el costo de oportunidad del dinero.[4] Primero estudiaremos el equilibrio con un contrato estándar con información perfecta.

a) Escriba la condición de racionalidad de la inversión para los agentes.

b) Escriba las ecuaciones que determinan el equilibrio en el mercado del dinero, el inversionista marginal, y la condición de competencia para el banco.

c) Confirme que sólo los proyectos con un VPN positivo son ejecutados.

Asuma ahora que p **hay información asimétrica**, por lo que R no puede depender de p.

d) Encuentre el equilibrio de la tasa de interés r y la probabilidad de éxito del inversionista marginal.

e) Muestre que hay sobreinversión. ¿Le parece interesante, por qué?

Solución

a) Un inversionista inviete si y sólo si

$$p[y - R(p)] \geq W(1+r) \tag{2.85}$$

[4] En nuestro caso esto sería la TPM.

b) El inversionista marginal es tal que (2.85) se cumple en igualdad. La condición de competencia de sistema bancario es que no haya rentas para ellos (los bancos), por lo que debe cumplirse que:

$$pR(p) = (1 + r)L \tag{2.86}$$

La demanda de préstamos es deducible de (2.85) y (2.86)

$$py = (1 + r)I \Longrightarrow \widehat{p} = \frac{(1 + r)I}{y} \tag{2.87}$$

por lo que el equilibrio del mercado del dinero es el punto donde se cumple que la oferta es igual a la demanda, y vendrá dada por:

$$D(r) = \int_{\widehat{p}}^{1} f(p)dp = S(r) \tag{2.88}$$

c) de (2.85) y (2.86) se desprende que

$$py \geq I(1 + r) \tag{2.89}$$

d) Primero necesitamos encontrar la media de p, pues en el mercado competitivo, los bancos tendrás utilidades nulas (en valor esperado), es decir, $\overline{p}R = (1 + \widehat{r})L$. Donde $\overline{p}$ viene dado por

$$\overline{p} = \frac{\int_{\widehat{p}}^{1} pf(p)dp}{1 - F(p)} \tag{2.90}$$

Por lo tanto encontramos la primera condición de equilibrio:

$$\frac{\widehat{r}\int_{\widehat{p}}^{1} pf(p)dp}{1 - F(p)} = (1 + \widehat{r})L \tag{2.91}$$

La segunda viene dada por el inversionista marginal

$$\widehat{p}[y - \widehat{r}] = W(1 + \widehat{r}) \tag{2.92}$$

e) Sumando (2.91) y (2.92) llegamos a

$$\widehat{p}y - \widehat{p}\widehat{r} + \frac{\widehat{r}\int_{\widehat{p}}^{1} pf(p)dp}{1 - F(p)} = (1 + \widehat{r})I \tag{2.93}$$

Que puede reescribirse como

$$\widehat{p}y + \widehat{r}\left[\frac{\widehat{r}\int_{\widehat{p}}^{1} pf(p)dp}{1 - F(p)} - \widehat{p}\right] = (1 + \widehat{r})I \tag{2.94}$$

Como la media es siempre mayor que el ínfimo (son iguales sólo si el conjunto tiene elementos iguales)

$$\frac{\widehat{r}\int_{\widehat{p}}^{1} pf(p)dp}{1 - F(p)} - \widehat{p} > 0 \tag{2.95}$$

por lo que, comparando (2.89) y (2.94) concluimos que habrá sobre inversión.

25. Considere el siguiente modelo del mercado laboral[5]. Hay N firmas, cada una de las cuales emplea a lo más a un trabajador. Las N empresas difieren en su productividad: en una firma de tipo γ un trabajador de habilidad θ produce $\gamma\theta$ unidades de producto. El precio de cada unidad de producto es 1 y las firmas son neutrales al riesgo. El parámetro γ se distribuye uniformemente en el intervalo $[0, 1]$.

   a) Denote por $z(w, \mu)$ la demanda agregada por trabajo cuando el salario es w y la productividad promedio de los trabajadores μ. Deduzca la demanda por trabajo.

   b) Sea $\mu(w) \equiv E[\theta : r(\theta) \leq w]$, y defina la demanda agregada por trabajo $z^*(w) \equiv z(w, \mu(w))$.

      1) ¿Cuáles son los determinantes de μ?
      2) Muestre que $z^*(w)$ es estrictamente creciente en w cuando evaluada en $\bar{w}$ si y sólo si la elasticidad de μ con respecto a w en ese punto es mayor que 1 (suponga que todas las funciones relevantes son diferenciables). Explique intuitivamente.

   c) Sea $s(w) = \int_{\theta(-)}^{r^{-1}(w)} f(\theta)d\theta$ la oferta agregada de trabajo, y definamos como salario de equilibrio competitivo w^* uno tal que $z^*(w^*) = s(w^*)$. Muestre que si hay múltiples equilibrios competitivos, aquel en que el salario es más alto Pareto-domina al resto de los equilibrios.

   d) Considere un modelo de teoría de juegos en que dos firmas ofrecen salarios simultáneamente luego de observar los niveles de educación del trabajador. Denote el mayor salario que puede darse en un equilibrio competitivo por w^{**}. Muestre que:

      1) Sólo w^{**} puede resultar en un equilibrio perfecto en subjuegos.
      2) El equilibrio competitivo con el salario más alto es un equilibrio perfecto en subjuegos si y sólo si $z^*(w) \leq z^*(w^{**})$ para todo $w > w^{**}$.

   e) ¿Qué peculiaridades de los mercados con selección adversa le llaman la atención? Comente.

26. Usted, después de años de intenso estudio, ha decidido emprender un nuevo negocio. El sector en el que desea desenvolverse es la venta de aspiradoras a domicilio. Para esto debe contratar a un vendedor puerta a puerta. Suponga que estos vendedores tienen sólo tres niveles posibles de esfuerzo $\{e_1, e_2; e_3\}$ con $e_1 > e_2 > e_3$ y que el costo asociado a cada nivel es $g(e) = \{\frac{5}{3}; \frac{8}{5}; \frac{4}{3}\}$ respectivamente. Asuma que la función de utilidad del vendedor esta dada por $v(w) - g(e)$ con $v(w) = \sqrt{w}$ y que su utilidad de reserva es cero. Dependiendo del esfuerzo del vendedor y de factores aleatorios, los ingresos por venta de la empresa puede tomar dos valores: $\pi_H = 10$, $\pi_L = 0$. Las probabilidades de conseguir utilidades altas (π_H) son $\{\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$ para $\{e_1, e_2; e_3\}$ respectivamente. Usted maximiza su utilidad esperada dada por la diferencia del ingreso por venta y el salario que paga al vendedor.

   a) ¿Cuál es el contrato óptimo (nivel de esfuerzo exigido y salario pagado) si el nivel de esfuerzo es observable?

   b) Suponga que el nivel de esfuerzo no es observable. Piense bien qué tipo de contrato se puede especificar en estas condiciones. (Para resolver esta parte puede ser más fácil concentrarse en $v(w)$ en vez de en w)

      1) Suponga que usted quiere que el vendedor ejerza el nivel de esfuerzo óptimo (que usted encontró en la parte *a*) ¿Qué restricciones adicionales tiene que cumplir el contrato en relación al contrato de la parte *a*)?
      2) Demuestre que cuando el esfuerzo no es observable, e_2 no es implementable. ¿Para qué niveles de $g(e_2)$ es e_2 implementable?

[5] Para resolver este problema puede ser útil consultar a *C. Wilson (1980) The Nature of Equilibrium in Markets with Adverse Selection, Bell Journal of Economics 11: 108-30.*

3) Caracterice el contrato óptimo.

27. Suponga que un banco puede prestar a distintos tipos de empresarios, cada uno con un proyecto que financiar. Estos proyectos tienen una rentabilidad R con probabilidad θ y 0 con probabilidad $1-\theta$. Los préstamos que ofrece el banco son todos de \$1. Un contrato de préstamos es un par (t, C), donde t es la cantidad que el empresario le devuelve al banco si el pryecto tiene éxito y $C \geq 0$ es el valor del colateral que el empresario entrega si el proyecto fracasa. El valor del colateral es menor para el banco que para el empresario, es decir, el valor para el banco es βC con $0 \geq \beta \geq 1$. El proyecto tiene un costo no pecuniario b para el empresario.

    a) Escriba la utilidad esperada del banco y del empresario. Suponga que ambas partes son neutrales al riesgo y que si no hay contrao la utilidad es 0.

    b) Suponga que hay dos tipos de empresarios, caracterizados por la probabilidad de éxito de sus proyectos. Los mejores empresarios tienen un parámetro $\overline{\theta}$ y los empresarios con proyectos más malos tienen una probabilidad $\underline{\theta}$, con $\overline{\theta} \geq \underline{\theta}$. Muestre que si elbanco conoce el valor de θ del empresario, el banco elige un colateral $C = 0$.

    c) Suponga que el banco no conoce el valor de θ del empresario, pero desea que ambos tipos de empresarios soliciten $(\theta R \geq b + 1, \forall\theta)$. Encuentre las restricciones de participación (RP) y de compatibilidad de incentivos (CI) que se cumplen con igualdad.

    d) Muestre qye el contrato $\{t = R - \frac{b}{\underline{\theta}},\ C = 0\}$ a todos los agentes. ¿Qué tipo de empresarios tiene un excedente, es decir, utilidad estrictamente positiva?.

28. En el Taller de Ingeniería de Sistemas de este año el experto chileno-español Christian Barros describió las bondades del Teletrabajo. El teletrabajo consiste en que las empresas permiten que los trabajadores trabajen en su casa, usualmente conectados en línea con al empresa. Los beneficios del trabajador son la mayor flexibilidad, los menores costos de transporte, etc. La empresa se beneficia con menor gasto en infraestructura (oficinas - estacionamientos) y trabajadores satisfechos. En esta pregunta debe usar la teoría del agente-principal para evaluar aspectos del teletrabajo (por lo tanto, deben usar la teoría y no sus conocimientos generales sobre el tema).

    a) Describa en no más de seis líneas el problema modelado por la teoría del agente-principal. Mnecione que ocurriría si el principal pudiera observar el esfuerzo del agente.

    b) Use la teoría del agente-principal (y no otra) para evaluar los posibles costos del teletrabajo para la empresa.

    c) Suponga que la Empresa adopta el teletrabajo pero continúa pagando un salario fijo mensual. Use la teoría del agente-principal para determinar si el teletrabajo será exitoso para la empresa. Si no fuera exitoso, ¿Qué sistema de remuneración sería el adecuado?

    d) Christian Barros señaló que bajo el sistema de teletrabajo se tiende a evaluar a los trabajadores en base a los resultados cualitativos. Explique, usando la teoría del agente-principal

    e) ¿Qué tipo de trabajos serían adecuados para el teletrabajo? De un ejemplo.

29. Suponga que el dueño de un terreno es averso al riesgo. Un capitalista que es neutral al riesgo está dispueso a establecer un contrato con el dueño del terreno para su uso agrícola. ¿Qué tipo de contrato se establece?

30. Suponga que usted está encargado de la división de futuros de una empresa minera. tiene a su cargo un operador cuyo esfuerzo es inobservable para usted, pero si son observables los resultados del esfuerzo del operador. Usted debe diseñar un contrato de incentivos para el operador. su función de utilidad depende del valor esperado de los beneficios provenientes del operador. La función de utilidad de éste es $U = \log_2(w) - e$ (el logaritmo se encuentra en base 2), donde w es el salario y e es el costo del esfuerzo. Si el operador se esfuerza, la empresa obtiene beneficios altos π^a con probabilidad p y beneficios bajos π^b con probabilidad $(1-p)$. Si el operador no se esfuerza, la probabilidad del resultado alto es q, con $q < p$, y el costo de esfuerzo es cero.

    a) ¿Cuál es la condición que se debe cumplir para que el operador se esfuerce?

    b) Suponiendo que la competencia en el mercado de los empleadores implica que los beneficios netos de éstos son cero, encuentre las condiciones que permiten determinar los salarios (*Hint*: Encuentre la expresión para que los beneficios esperados de la empresa sean cero. Utilice la expresión obtenida en la parte anterior para encontrar una relación entre los salarios. Reemplace esta relación en la expresión anterior).

    c) Suponga que $e = 1$, $\pi^a = 39{,}5$, $\pi^b = 11{,}5$, $p = 0{,}75$ y $q = 0{,}25$. Encuentre el valor de los salarios.

31. Es común que en la Administración Pública se asignen fondos según criterios históricos. Vale decir, si un ministerio gasta $\$X$ este año, en el presupuesto del año siguiente le asignan un monto similar. Adicionalmente, lo habitual es que cada oficina pública gaste todo su presupuesto —muy pocas veces ocurre que se gaste menos que lo asignado. Más aún, cuando se acerca el fin de año, y no se ha gastado todo el presupuesto, es frecuente que se busquen formas de gastar lo que falta. (Se cuenta el caso de un ministerio que organizó un seminario interno en Punta Arenas y llevó a muchos funcionarios, sólo para gastar lo que de otra forma se hubiese devuelto a las arcas fiscales).Según lo que leyó en Milgrom y Roberts explique en qué consiste el "efecto trinquete" y use este concepto para explicar el comportamiento de los ministerios.

32. El Ministerio de Educación está estudiando cómo mejorar la educación. Se propone premiar a cada colegio según el resultado de sus alumnos en el SIMCE. Suponga que existen sólo dos escuelas. Lo que aprenden los alumnos del colegio A depende sólo del esfuerzo pedagógico de los profesores del colegio, e_a . Sin embargo, el Ministerio sólo puede observar el puntaje del SIMCE, s_a, el que depende del esfuerzo y de dos factores que están fuera de control del colegio:(i) las condiciones imperantes el día de la prueba (p. ej. estado del tiempo, ruido, estado de ánimo de los alumnos, etc.), el que denotamos por x_a; (ii) el grado de dificultad de la prueba, y. Así,

$$s_a = e_a + x_a + y$$

    De manera similar, para el colegio B

$$s_b = e_b + x_b + y$$

    Además, y,x_a y x_b son variables aleatorias independientes con $E[x_i] = E[y] = 0$. En esta etapa experimental el Ministerio planea entregarle al colegio A un premio

$$P_a = \alpha + \beta(s_a - \delta s_b)$$

    con $\alpha, \beta, \delta > 0$. La función de utilidad esperada del colegio A es:

$$E[P_a] - C(e_a) - \frac{r_a}{2} \cdot var(Pa),$$

donde $r > 0$ es el coeficiente absoluto de aversión al riesgo, y $C, C" > 0$. El Ministerio, que es neutral al riesgo, quiere que los alumnos aprendan, pero al menor costo posible. Así su función objetivo es:

$$e_a - [\alpha + \beta(e_a - \delta e_b)]$$

Por último, es necesario notar que en esta etapa experimental el Ministerio no puede forzar al colegio a participar; le tiene que dar utilidad esperada positiva.

a) Escriba las restricciones de participación y de incentivos que enfrenta el Ministerio. Luego explique qué significan.

b) Considere el premio $P_a = \alpha + \beta(s_a - \delta s_b)$. Explique qué implica. Luego explique por qué es razonable que, todo lo demás constante, el colegio A se le pague menos mientras mejor le vaya al colegio B.

c) Encuentre el valor óptimo de δ que selecciona el ministerio. Explique intuitivamente qué significa.

d) Encuentre el β óptimo que selecciona el Ministerio.

e) En no más de cinco líneas dé una razón de por qué no siempre es deseable premiar a un colegio únicamente por el puntaje que obtengan sus alumnos en el SIMCE. (Obviamente esta razón debe ser sugerida por la teoría del agente-principal.)

33. En *El Mercurio* del sábado 20 de noviembre el Dr. Orozco anunció que si la U sale campeón se editará un video titulado "El último campeón del siglo" con todos los goles de la gran campaña de 1999. Según Orozco, La U ya cerró un acuerdo con la empresa productora del video. El 85 % de las utilidades del proyecto serán para la U; la empresa productora pagará todos los costos y se quedará con el 15 % restante.

    a) En este contrato ¿quién es el agente? ¿Quién es el principal?

    b) ¿Es razonable pensar que el Dr. Orozco podrá calcular las *utilidades* que deje la venta de videos? En base a lo que aprendió en el curso, explique qué problemas pueden ocurrir con los contratos en que se reparten utilidades.

    c) Compare un contrato como el que acordó el Dr. con uno en que se comparten ingresos por ventas. ¿Resolvería este tipo de contratos los problemas que ud. discutió en (b)? Justifique.

34. En los últimos años se han producido varios escándalos en los mercados de instrumentos derivados (futuros, opciones, etc), los que incluso han llevado a un banco a la quiebra. Típicamente un operador realiza las operaciones y también lleva la contabilidad de las mismas. Una vez que empieza a perder plata, apuesta sumas cada vez más grandes para recuperar las pérdidas, hasta que éstas son demasiado grandes y son descubiertas. Use la teoría del agente principal para explicar el origen del problema y sugerir una solución.

35. Suponga que usted está negociando un paquete de acciones. quién lo vende conoce exáctamente el valor del paquete. Usted sólo sabe que el valor del paquete se distribuye uniformemente en el intervalo $[\$0, \$1000]$. El juego dinámico consiste en lo siguiehte: usted decide cuánto ofrecer por el paquete, luego el vendedor observa su oferta , decide si la acepta o la rechaza. Con esto el juego termina. Demuestre que en equilibrio usted **siempre** ofrece \$0.

36. El siguiente modelo formaliza una variante de la "ley de Gresham", según la cual el mal dinero expulsa al buen dinero. La idea es que que una economía en que circulan varios medios de pagos riesgosos (dineros), y donde el mercado bancario es competitivo, puede ser víctima del problema del problema *free-rider*. Considere un modelo con N bancos idénticos. Cada uno tiene M depostitantes que depositan exactamente \$1. Cada banco puede emitir certificados de depósitos que pueden circular como medios de pago. La "calidad" q_n de los certificados emitidos por el banco n crece con el esfuerzo que hace cada depositante de por monitorear al banco de acuerdo con la función

$$q_n = \sum_{m=1}^{M} e_{m,n} + \theta,$$

donde $e_{m,n}$ es el esfuerzo del depositante m del banco n y θ es la calidad intrinseca (o tipo) del banco. La calidad de los depósitos, q_n, sólo es conocida por los depositantes del banco n. La utilidad de un depositante es

$$U_{m,n} = q_n - \frac{1}{2}\gamma e_{m,n}^2$$

cuando el guarda los certificados de depósitos y

$$U_{m,n} = P - \frac{1}{2}\gamma e_{m,n}^2$$

cuando los usa como dinero. $\frac{1}{2}\gamma e_{m,n}^2$ es el costo del esfuerzo y P es el valor de mercado del dinero en circulación. Tal como en Akerlof (1970), el precio es indéntico para todo el dinero circulante: $P = k\overline{q}$, donde $\overline{q}$ es la calidad promedio. y $k > 1$ representa la utilidad ganada por usar el dinero como medio de pago.

a) Explique por qué los certificados del banco n circulan si y sólo si $P \geq q_n$.

b) Muestre que en una situación simétrica todo el dinero circula y que la utilidad para cada depositante es $U = kq - \frac{1}{2}\gamma e^2$, donde $q = Me + \theta$.

c) Muestre que en el'óptimo de primer mejor todo el dinero circula y $e_{m,n} = e^* = \frac{kM}{\gamma}$; $q_n = q^* = \frac{k}{\gamma}M^2 + \theta$.

d) Muestre que en un equilibrio de Nash simétrico todo el dinero circula pero $e_{m,n} = e^{**} = \frac{k}{\gamma}$; $q_n = q^{**} = \frac{k}{\gamma}M + \theta$. Explique que sucedió con la calidad del dinero y qué está pasando.

Suponga de ahora en adelante que los bancos tienen distintas calidades intrinsecas $\theta_1 < \theta_2 < .... < \theta_N$.

e) Muestre que si el dinero circulante es indistinguible, el primero mejor del nivel de esfuerzo sería el mismo que en (c).

f) Caracterice el equilibrio de Nash y muestre que la selección adversa potencia el problema del *free-rider*.

g) Suponga que k es menor que el número de dineros en circulación N^*. ¿Se cumple la ley de Gresham?

h) Si $N = 2$, encuentre las condiciones bajo las cuales sólo el dinero 1 circula en equilibrio.

i) Hay alguna justificación en este modelo para que exista un regulador? si la respuesta es afirmativa qué debería hacer?

37. Suponga que los conductores de la locomoción colectiva tienen una función de utilidad $U = B(w(e)) - e$, donde w es el salario y e es el esfuerzo en calidad de la conducción. Suponga además que a los empresarios les interesa que los conductores sean cuidadosos (para que no choquen ni estropeen los buses), por lo que los salarios dependen positivamente del esfuerzo, pero de manera decreciente ($w_e > 0$ y $w_{ee} < 0$). Obviamente a los conductores prefieren los salarios altos ($B_w > 0$) y el beneficio marginal del salario es decreciente en el esfuerzo ($B_{ew} < 0$).
Últimamente se ha desatado una polémica por el elevado n° de accidentes, ocasionados por buses, que se producen cada año. Es por esto que la autoridad quiere imponer la obligatoriedad de un seguro personal para todos los conductores. Además se creará una base de datos pública que informará sobre el n° de accidentes en los que ha estado involucrado un determinado conductor, con la idea de que las compañías de seguros, al vender un seguro, sepan que tan buen conductor es el cliente, luego el costo del seguro será $c(e)$, con $c_e < 0$ (los mejores conductores pagan menos).
A usted se le pide determinar si la medida será efectiva, para esto:

a) Encuentre la condición de primer orden para cada caso (sin y con seguro)

b) Demuestre que el seguro inducirá un incremento del esfuerzo y de una intuición al respecto (Hint: es útil probar que B es cóncava en el esfuerzo).

c) ¿Existe selección adversa y riesgo moral en este caso? Explique.

Solución

a) Sin seguro:

$$\frac{\partial U}{\partial e} = \frac{\partial B}{de} - 1 = 0 \Rightarrow B'(e_1) = 1 \tag{2.96}$$

Con seguro:

$$\frac{\partial U}{\partial e} = \frac{\partial B}{de} - 1 - \frac{\partial C}{\partial e} = 0 \Rightarrow B'(e_2) = 1 + C'(e_2) \tag{2.97}$$

b) Reemplazando la primera condición en la segunda tenemos que:

$$B'(e_2) = B'(e_1) + C'(e_2) \tag{2.98}$$

Como un mayor esfuerzo se traduce en menores costos en seguros

$$B'(e_2) = B'(e_1) + C'(e_2) < B'(e_1) \Leftrightarrow B'(e_2) < B'(e_1) \tag{2.99}$$

Si B es cóncava ($B_J < 0$) en el esfuerzo, entonces $e_2 > e_1$.
Veamos

$$B_{ee} = \frac{\partial}{\partial e}\left(\frac{\partial B}{de}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial e}\left(\frac{\partial B}{dw} \cdot \frac{\partial w}{de}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial B}{\partial e \partial w} \cdot \frac{\partial w}{\partial e} + \frac{\partial B}{\partial w} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial e^2} < 0 \tag{2.100}$$

$$\Leftrightarrow B_{ew} w_e + B_w w_{ee} < 0$$

Esto se cumple pues B_{ew} y w_{ee} son menores que cero y w_e y B_w son mayores que cero.

c) No hay selección adversa pues el seguro es obligatorio y el riesgo moral no existe pues el tener seguro induce esfuerzo en los conductores (se esfuerzan más que sin seguro!).

38. **(Por qué los alcaldes e intendentes se gastan casi todo su esfuerzo en proyectos vistosos)** Suponga que los alcaldes (o intendentes) pueden dedicarle su esfuerzo y tiempo a dos tipos de actividades, las "vistosas" (v.g. cortar cintas, aparecer en la prensa, gastar en autos de seguridad vistosos, construir playas) y las "discretas" (v.g. estudiar con cuidado los determinantes de los robos y adoptar medidas preventivas efectivas, coordinar los semáforos, negociar duramente con la empresa de basura para que cobre poco). El costo total del esfuerzo es $C(e_v + e_d)$, donde e_v es el esfuerzo dedicado a las actividades vistosas y e_d el esfuerzo dedicado a las actividades discretas, con $C', C'' > 0$. Por supuesto, el esfuerzo del alcalde y su distribución entre actividades no es observable. Además, suponga que el riesgo le es indiferente al alcalde.

    El resultado del esfuerzo en cada tipo de actividad es $z_i = e_i + \varepsilon_i$, con $E[\varepsilon_i] = 0$, $\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ y $\mathrm{Cov}(\varepsilon_v, \varepsilon_d) = 0$. El bienestar de la comunidad es una función

$$z_v + z_d - C(e_v + e_d),$$

    vale decir, la comunidad reconoce que el esfuerzo cuesta. Sin embargo, a los alcaldes o los intendentes sólo les interesa el *rating* w que obtienen en las encuestas menos el costo de obtenerlo, que es una función

$$w = \beta_v z_v + \beta_d z_d - C(e_v + e_d).$$

    a) Obtenga el nivel de esfuerzo socialmente óptmo, tanto agregado como el dedicado a cada actividad.

    b) Obtenga el esfuerzo que le dedicará el alcalde a cada actividad; compárelo con el esfuerzo socialmente óptimo. Por último, explique y aplique el "principio de la igualdad de las compensaciones" que Ud. estudió cuando leyó el capítulo 7 del libro de Milgrom y Roberts.

    c) En general, $\beta_v \gtreqless \beta_d$. Sin embargo, es razonable esperar que $\beta_v > \beta_d$. Explique por qué y la consecuencia que eso tiene sobre el comportamiento del alcalde.

    d) A la luz de lo que aprendió, evalúe la siguiente afirmación: "Cuando los alcaldes son elegidos, su interés primordial es hacer lo que maximiza el bienestar de la comunidad, porque si no lo hace los votantes lo castigarán". (**Nota**: no se le pide su opinión sino que use la teoría del agente y el principal y los resultados de este problema para evaluar la afirmación.)

39. Considere un mercado de financiamiento de proyectos de inversión. Todos los proyectos requieren de 1 dólar. Hay dos tipos de proyectos: buenos y malos. Un proyecto bueno tiene una probabilidad p_G de dar utilidades positivas y una probabilidad $(1 - p_G)$ de retornar cero. Para los malos proyectos, las probabilidades relativas son p_B y $(1 - p_B)$ respectivamente, donde $p_G > p_B$. La fracción de proyectos buenos es $\lambda \in (0, 1)$.

    Los inversionistas van a los bancos para endeudarse en el valor de la inversión (asuma por ahora que requieren toda la cantidad). Un contrato especifica una cantidad R que se pagará al banco. Los inversionistas conocen de que tipo es su proyecto, pero los bancos no. En la eventualidad de que el proyecto fracase, el banco no recibe pago alguno. Los bancos actúan competitivamente y son neutrales al riesgo. La tasa de interés libre de riesgo (que el banco paga a los depósitos que financian los préstamos) es r. Asuma que:

$$p_G\Pi - (1 + r) > 0 > p_B\Pi - (1 + r)$$

a) Encuentre el nivel R de equilibrio y el conjunto de proyectos financiados. ¿Cómo depende de p_G, p_B, Π y r.

Suponga ahora que el inversionista puede ofrecer contribuir, con sus propios recursos, una fracción $x \in (0,1)$ del dólar inicial. El inversionista enfrenta restricciones de liquidez, por lo que, el costo efectivo de hacer esto es $(1+\rho)x$, donde $\rho > r$.

b) Escriba la función de utilidad de cada tipo de inversionista en función de su tipo, x y R.

c) Describa el mejor equilibrio bayesiano de separación (desde el punto de vista del bienestar) del juego en que el inversionista primero hace una oferta al banco (especificando x), el banco responde ofreciendo R y, finalmente, el inversionista acepta o no el préstamo. ¿Cómo depende la fracción de la inversión que ofrecerá el inversionista que tiene un buen proyecto ante cambios en p_G, p_B, λ, Π y r?

d) Compare *b*) y *c*) para los dos tipos de inversionistas.

Solución

a) En este caso la banca es competitiva por lo que, en valor esperado, debe obtener cero utilidades[6]. Esto significa que:

$$\lambda p_G R + (1-\lambda)p_B R - (1+r) = 0 \tag{2.101}$$

Despejando R de (2.101)

$$R = \frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B} \tag{2.102}$$

La dependencia la analizamos derivando la ecuación (2.102) con respecto a cada parámetro. Luego

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{1}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B} > 0 \tag{2.103}$$

De (2.103) se deduce que las alzas en las tasas de interés libre de riesgo (por ejemplo la TPM) son traspasadas a los consumidores.

$$\frac{\partial R}{\partial \Pi} = 0 \tag{2.104}$$

El resultado (2.104) nos dice que el pago no depende de las utilidades, esto implícitamente supone que se puede prestar, es decir, que $\exists R^*$ tq $\Pi - R^*(p_G, p_B, \lambda, r) > 0$. En caso contrario el ejercicio no tiene sentido, pues las asimetrías de información harían que este mercado no exista (¿será el caso de las pymes?).

$$\frac{\partial R}{\partial p_G} = -\frac{(1+r)\lambda}{(\lambda p_G + (1-\lambda)p_B)^2} < 0 \tag{2.105}$$

$$\frac{\partial R}{\partial p_B} = -\frac{(1+r)(1-\lambda)}{(\lambda p_G + (1-\lambda)p_B)^2} < 0 \tag{2.106}$$

[6] Recordar que no puede distinguir entre los proyectos buenos y malos.

Las expresiones (2.105) y (2.106) eran completamente esperables, pues un aumento de la probabilidad de éxito (independiente del tipo de proyecto) aumenta el valor esperado del banco, y como esto es competitivo, esto se traspasa a los consumidores. Sin embargo las magnitudes de cada efecto no son iguales, pues están ponderadas por la fracción correspondiente (λ o su complemento).

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda} = -\frac{(1+r)\,(p_G - p_B)}{(\lambda p_G + (1-\lambda)p_B)^2} < 0 \tag{2.107}$$

Nuevamente obtenemos algo intuitivo, pues al aumentar la proporción de proyectos buenos, disminuye el costo de financiamiento.

b) La función de utilidad, para un inversionista que aporta x_i (con $i = \{G, B\}$) es

$$U_G = p_G\,(\Pi - (1 - x_G)R_G) - (1+\rho)x_G \tag{2.108}$$

$$U_B = p_B\,(\Pi - (1 - x_B)R_B) - (1+\rho)x_B \tag{2.109}$$

c) En el mejor equilibrio de separación el banco discrimina el tipo, por lo que cobra según eso. Esta expresión se obtiene de la versión "informada" de (2.101):

$$p_i\,(1 - x_i)\,R_i - (1+r)\,(1 - x_i) = 0 \tag{2.110}$$

Luego

$$R_i = \frac{1+r}{p_i} \tag{2.111}$$

Además sabemos que en el mejor equilibrio de separación los malos proyectos no reciben financiamiento, pues tienen $VPN < 0$, ya que:

$$0 > p_B\Pi - (1+r) \tag{2.112}$$

Por lo tanto los de tipo G darán una señal (o el banco filitrará) que permita informar al banco y los que tienen proyectos malos estarán indiferentes entre tomarlos o no. Es decir, de (2.109):

$$p_B\,(\Pi - (1 - x_G)R_G) - (1+\rho)x_G = 0 \tag{2.113}$$

Luego

$$x_G = \frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)} \tag{2.114}$$

La expresión (2.114) es menor que uno por (2.112).

d) Las utilidades en cada caso se presentan en la siguiente tabla:

	Confusión	Separación
G	$p_G\left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B}\right)\right]$	$p_G\left(\Pi - \left[1 - \left(\frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}\right)\right]\left(\frac{1+r}{p_G}\right)\right) - \frac{(1+\rho)\left[\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)\right]}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}$
B	$p_B\left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B}\right)\right]$	0

Comparando el estado en cada caso para los tipo B obtenemos que ellos preferirán el equilibrio de confusión si:

$$p_B \left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} \right) \right] > 0 \Longleftrightarrow \Pi > \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} \right) \tag{2.115}$$

$$\lambda p_G + (1-\lambda) p_B > \frac{1+r}{\Pi} \Longleftrightarrow \lambda p_G - \lambda p_B > \frac{1+r}{\Pi} - p_B \Longleftrightarrow \tag{2.116}$$

$$\lambda_1 = \frac{\frac{1+r}{\Pi} - p_B}{p_G - p_B} \tag{2.117}$$

Es decir, si la proporción de proyectos buenos es grande, los inversionistas que tienen proyectos malos preferirán el equilibrio de confusión, pues tendrán utilidades positivas.

Para el caso de los tipo G, y para evitar pasos algebraicos complicados reescribimos las utilidades en el equilibrio de separación como $p_G\left(\Pi - [1-x]\, R_G\right) - (1+\rho)x$. La condición para que prefieran el equilibrio de separación es:

$$p_G\left(\Pi - [1-x]\, R_G\right) - (1+\rho)x > p_G \left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} \right) \right] \Longleftrightarrow \tag{2.118}$$

$$p_G\, [1-x]\, R_G + (1+\rho)x < p_G \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} \right) \Longleftrightarrow \tag{2.119}$$

$$(\lambda p_G + (1-\lambda) p_B) < \frac{p_G(1+r)}{p_G\, [1-x]\, R_G + (1+\rho)x} \tag{2.120}$$

$$\lambda < \frac{\frac{p_G(1+r)}{p_G[1-x]R_G + (1+\rho)x} - p_B}{p_G - p_B} \tag{2.121}$$

Ahora reemplazando $R_G = \frac{1+r}{p_G}$ tenemos que:

$$\lambda < \frac{\frac{p_G(1+r)}{p_G[1-x]R_G + (1+\rho)x} - p_B}{p_G - p_B} = \frac{\frac{p_G(1+r)}{[1-x](1+r) + (1+\rho)x} - p_B}{p_G - p_B} = \frac{\frac{p_G(1+r)}{1+r-xr+\rho x} - p_B}{p_G - p_B} \tag{2.122}$$

$$\lambda_2 = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho - r)x} - p_B}{p_G - p_B} \tag{2.123}$$

Reemplazando ahora $x_G = \frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}$, tenemos que:

$$\lambda_2 = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho - r)\left[\frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}\right]} - p_B}{p_G - p_B} = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho - r)p_B\left[\frac{p_G \Pi - (1+r)}{(1+\rho)p_G - (1+r)p_B}\right]} - p_B}{p_G - p_B} \tag{2.124}$$

Capítulo 3

Licitaciones

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.

   a) Licitación Holandesa - Colusión.

   b) Licitación de Segundo Precio - Licitación Inglesa.

   c) Licitaciones - Maldición del Ganador.

   d) Sobre Cerrado Primer Precio - Licitación Holandesa.

   e) Maldición del ganador – Información Asimétrica

2. Suponga que el dueño de un cuadro organiza una licitación de sobre cerrado primer precio para venderlo. Es conocimiento común que la disposición a pagar de cada participante (v) se distribuye uniforme entre 0 y 200.

   a) Suponga que es conocimiento común que el número de participantes en la licitación es N. Demuestre que la combinación de estrategias en que la postura de cada participante es: $\frac{N-1}{N}v$ es un equilibrio de Nash. Explique intuitivamente lo que esta estrategia sugiere.

   b) Suponga ahora que es conocimiento común entre todos los participantes de la licitación que el número de interesados en el cuadro es N_1 con probabilidad p y $N_2 > N_1$ con probabilidad $1-p$; y que el vendedor del cuadro sabe con certeza cuantas personas se interesan por el cuadro. Antes que los participantes en la licitación entreguen sus posturas el vendedor del cuadro declara el número de participantes; sin embargo, el dueño del cuadro puede mentir (y lo hará cada vez que aumente el precio esperado de venta del cuadro). Si los participantes en la licitación son crédulos, ¿qué hará el dueño del cuadro? Explique.

   c) Suponga que los participantes no son crédulos, y que anticipan que el dueño mentirá cada vez que logre aumentar el precio esperado de venta del cuadro. ¿cómo elegirán sus posturas si el dueño declara que $N = N_2$? No es necesario que calcule la postura óptima de cada participante, sólo explique.

   d) Cómo cambiarían sus respuestas en las partes anteriores si la licitación es de sobre cerrado, segundo precio.

   Solución

a) Sabemos que

$$b_j = \frac{n-1}{n} v_j$$

y que $v \rightarrow$ U[0,200].
Nos interesa saber si es que la combinación de estrategias en que cada participante presenta posturas (b_i) es un equilibrio de Nash.
Al oferente le interesa maximizar su el valor esperado de su utilidad (asumimos que es averso al riesgo), es decir, la diferencia entre lo que esta dispuesto a pagar multiplicado por la probabilidad de ganar.

$$\underset{b_i}{M\acute{a}x} U_i = (b_i - v_i) \Pr ob \left(b_i > b_j, \forall j \neq i \right) \tag{3.1}$$

Donde

$$\Pr ob \left(b_i > b_j, \forall j \neq i \right) = \prod_{j \neq i}^{n} \Pr ob \left(b_i > b_j \right) = \prod_{j \neq i}^{n} \Pr ob \left(b_i > \frac{n}{n-1} v_j \right) \tag{3.2}$$

Imponiendo simetría tenemos

$$\prod_{j \neq i}^{n} \Pr ob \left(b_i > \frac{n-1}{n} v_j \right) = \left[\Pr ob \left(b_i > \frac{n-1}{n} v_j \right) \right]^{n-1} = \tag{3.3}$$
$$\left[\Pr ob \left(\frac{n b_i}{n-1} > v_j \right) \right]^{n-1} = \left[\Pr ob \left(v_j < \frac{n b_i}{n-1} \right) \right]^{n-1}$$

Como sabemos que $v \lozenge$ U[0,200] podemos

$$\Pr ob \left(x < c \right) = \int_a^c \frac{dx}{b-a} = \frac{c}{b-a} \tag{3.4}$$

$$\Pr ob \left(v_j < \frac{n b_i}{n-1} \right) = \int_0^{\frac{n b_i}{n-1}} \frac{d v_i}{200} = \frac{1}{200} \left(\frac{n b_i}{n-1} \right) \tag{3.5}$$

Para no dificultar el trabajo algebraico llamaremos A a $\frac{1}{200} \left(\frac{n}{n-1} \right)$que es una constante.
Retomando nuestra maximización

$$\underset{b_i}{M?x} U_i = (b_i - v_i) A^{n-1} b_i^{n-1} \tag{3.6}$$
$$\frac{\partial U_i}{\partial b_i} = n A^{n-1} b_i^{n-1} - (n-1) v_i A^{n-1} b_i^{n-2} = 0$$
$$n b_i - v_i (n-1) = 0 \Leftrightarrow b_i = \frac{v_i (n-1)}{n}$$

Hemos demostrado que es un equilibrio de Nash, ya que no hay incentivos a salirse (es lo mejor que el oferente i puede hacer dado lo que hacen los otros oferentes j).

b) El vendedor del cuadro mentirá siempre, ya que las posturas son crecientes en N y la recaudación es creciente en las posturas, por lo que es su mejor estrategia[1].

$$\begin{aligned} \frac{N_1-1}{N_1}v_i &< \frac{N_2-1}{N_2}v_i \Leftrightarrow 1-\frac{1}{N_1} < 1-\frac{1}{N_2} \Leftrightarrow \\ -\frac{1}{N_1} &< -\frac{1}{N_2} \Leftrightarrow \frac{1}{N_1} > \frac{1}{N_2} \Leftrightarrow N_2 > N_1 \end{aligned}$$

Por lo tanto para el vendedor es una estrategia dominante decir que hay N_2 participantes.

c) No considerarán la información que da el dueño, por lo que maximizarán el Valor esperado de su utilidad considerando que con probabilidad p hay N_1 participantes y que con probabilidad $1-p$ hay N_2.

d) Sabemos que en las licitaciones sobre cerrado segundo precio la estrategia dominante es ofrecer la valoración del artículo, es decir, $b_i = v_i$.[2]Luego nuestras respuestas en *a*) sería que $b_i = v_i$ es el equilibrio de Nash simétrico.
En *b*) y *c*) diríamos que el número de participantes no es relevante para decidir la postura, por lo que diga o deje de decir el dueño no tiene importancia.

3. Suponga que Ud. desea licitar una mina de cobre. Los n compradores saben cuánto cobre tiene la mina, pero dado que tienen costos de producción distintos, sus valoraciones de la mina son también distintas. Supondremos que estas valoraciones v_i están distribuidas independientemente y uniformemente en $[0,1]$ y que no existe aversión al riesgo entre los participantes en la licitación. El problema que usted enfrenta es como licitar para conseguir el mayor valor esperado posible. Usted dispone de dos opciones: licitación de segundo precio y licitación de primer precio.

   a) La utilidad esperada por el participante i si hace una postura b_i está dada por $E(U_i|b_i) = (v_i - b_i)Prob\{b_i > Max_j(b_j), j \neq i\}$, donde $Prob\{b_i > Max_j(b_j) j \neq i\}$ es la probabilidad que la oferta b_i sea la mayor oferta. Utilice este resultado para encontrar las ofertas $b_i(v)$ que forman el equilibrio de Nash (simétrico) en el caso de licitación de primer precio.

   b) Utilice las ofertas $b_i(v)$ obtenidas antes para calcular el valor que usted espera recibir en la licitación. (Nota: El valor esperado de una variable es la integral de la variable multiplicada por la probabilidad de la variable).

   c) Usted ya conoce la oferta que debe hacer un participante en la licitación de segundo precio. Utilice esta información junto al hecho que la probabilidad de que el segundo valor más alto sea v es $n(n-1)v^{n-2}(1-v)$ para encontrar el valor que espera recibir en una licitación de segundo precio. ¿Cuál sistema prefiere usted?

   Solución

   a) Se sabe que

$$E\left(U_i/b_i\right) = \left(v_i - b_i\right) P\left(b_i \geq max\left(b_j\right)\right)$$

[1] Otra forma de demostrarlo es asumir que n es continuo y derivar la función de posturas con respecto a n.
[2] Como ejercicio puede demostrarlo ocupando el mismo procedimiento que ocupamos en *a*).

Además:

- Las valorizaciones son independientes
- Si $b_i \geq max\left(b_j\right)$implica que $b_i \geq b_j$ para $\forall j \neq i$ (son n-1 compradores)

Entonces

$$P\left(b_i \geq maxb_j\right) = \left[P\left(b_i \geq b_j\right)\right]^{n-1} = \left[P\left(b_j \leq b_i\right)\right]^{n-1} \tag{3.7}$$

Esto deja nuestro problema de la siguiente forma:

$$E\left(U_i/b_i\right) = \left(v_i - b_i\right)\left[P\left(b_j \leq b_i\right)\right]^{n-1} \tag{3.8}$$

Ahora veamos cuanto es

$$P\left(b_j \leq b_i\right) \tag{3.9}$$

Para esto utilizaremos el supuesto inicial:

$$P\left(b_j \leq b_i\right) = P\left(\frac{n-1}{n}v_j \leq b_i\right) = P\left(v_j \leq \frac{n}{n-1}b_i\right) = \int_0^{\frac{n}{n-1}b_i} dv_j = \frac{n}{n-1}b_i \tag{3.10}$$

Por lo tanto nuestro problema queda así:

$$E\left(U_i/b_i\right) = \left(v_i - b_i\right)\left[\frac{n}{n-1}b_i\right]^{n-1} \tag{3.11}$$

Para encontrar el $b_i$óptimo se debe maximizar las utilidades esperadas.

$$\Rightarrow \frac{\partial E\left(U_i/b_i\right)}{\partial bi} = 0 \Rightarrow \left(v_i - b_i\right)\left(n-1\right)\left[\frac{n}{n-1}b_i\right]^{n-2}\frac{n}{n-1} - \left[\frac{n}{n-1}b_i\right]^{n-1} = 0 \tag{3.12}$$

$$\Leftrightarrow \left(v_i - b_i\right)n - \frac{n}{n-1}b_i = 0$$

$$\Leftrightarrow b_i = \frac{n-1}{n}v_i$$

Se puede observar que el jugador i haría exactamente lo mismo que el resto de los participantes, lo que nos llevará a un equilibrio de Nash simétrico.

b) Sabemos que

$$E\left(U_{licitaodor}\right) = E\left(b_{max}\right) = \int b_i fbmax\left(b_i\right) \tag{3.13}$$

donde

$$fbmax\left(b_i\right) \tag{3.14}$$

es la función densidad de b_{max}

Para calcular $fbmax$se puede calcular la función de distribución (F) del b_{max} y luego derivarla con respecto a b.

$$F_{bmax}\left(a\right)=P\left(max\left(b_i\right)\leq a\right) \tag{3.15}$$

Pero:
- Las valorizaciones son independientes
- Si $max\left(b_i\right)\leq a$ implica que $b_i\leq a$ para $\forall i$ (son n compradores)
- En la parte a) se vio que

$$P\left(b_i\leq a\right)=\frac{n}{n-1}a \tag{3.16}$$

Entonces nos queda que

$$F_{bmax}\left(a\right)=\left[\frac{n}{n-1}a\right]^n \tag{3.17}$$

y falta sólo derivar.

$$f_{bmax}\left(b_i\right)=\frac{\partial F_{bmax}\left(b_i\right)}{\partial b_i}=n\left[\frac{n}{n-1}b_i\right]^{n-1}\left(\frac{n}{n-1}\right) \tag{3.18}$$

Con este resultado integramos.
Los límites de integración son los valores extremos que puede tomar nuestra variable b_i.Por el resultado obtenido en la parte a) y sabiendo que $v_i\rightarrow U\left[0,1\right]$ podemos concluir que:

$$b_i\in\left[0,\frac{n-1}{n}\right] \tag{3.19}$$

Con esto en mente empezamos a integrar.

$$\int b_i fbmax\left(b_i\right)=\int_0^{\frac{n-1}{n}} b_i n\left[\frac{n}{n-1}b_i\right]^{n-1}\left(\frac{n}{n-1}\right)db_i=n\left(\frac{n}{n-1}\right)^n\cdot\int_0^{\frac{n-1}{n}} b_i^n db_i \tag{3.20}$$

$$=n\left(\frac{n}{n-1}\right)^n\frac{1}{n+1}b_i^{n+1}\Big|_0^{\frac{n-1}{n}}=\frac{n}{n+1}\cdot\left(\frac{n}{n-1}\right)^n\cdot\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n+1}=\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n-1}{n}$$

$$\Rightarrow E\left(U_{licitador}\right)=\frac{n-1}{n+1}$$

c) Primero veamos que estrategia utiliza cada jugador en licitación de segundo precio:
Sea $r_i=max\left(b_{-i}\right)$ donde b_{-i} es la postura de los demás compradores potenciales.
<u>Caso 1:</u> Sea $b_i>v_i$

- Si $r_i\leq v_i<b_i$, entonces la persona i gana la licitación y sus utilidades serán $v_i-r_i\geq 0$ ya que deberá pagar el segundo precio más alto. Además

$$U\left(b_i,b_{-i}\right)=U\left(v_i,b_{-i}\right) \tag{3.21}$$

- Si $v_i<r_i\leq b_i$, entonces la persona i gana la licitación, pero su utilidad sería $v_i-r_i\leq 0$. Pero

$$U\left(b_i,b_{-i}\right)<U\left(v_i,b_{-i}\right) \tag{3.22}$$

- Si $v_i < b_i \leq r_i$, entonces la persona i **no** gana la licitación y su utilidad es 0. Además

$$U(b_i, b_{-i}) = U(v_i, b_{-i}) = 0 \tag{3.23}$$

En este caso elegir $v_i$domina débilmente a b_i
Caso 2: Sea $b_i < v_i$

- Si $r_i \leq b_i < v_i$, entonces la persona i gana la licitación y sus utilidades serán $v_i - r_i > 0$ ya que deberá pagar el segundo precio más alto. Además

$$U(b_i, b_{-i}) = U(v_i, b_{-i}) \tag{3.24}$$

- Si $b_i < r_i \leq v_i$, entonces la persona i **no** gana la licitación y su utilidad sería 0, pero

$$U(b_i, b_{-i}) = 0 \leq U(v_i, b_{-i}) = v_i - r_i \tag{3.25}$$

- Si $b_i < v_i \leq r_i$, entonces la persona i **no** gana la licitación y su utilidad es 0.

Además

$$U(b_i, b_{-i}) = U(v_i, b_{-i}) = 0 \tag{3.26}$$

En este caso elegir $v_i$domina débilmente a b_i. Por lo tanto $b_i = v_i$ es una estrategia débilmente dominante.
Volvamos entonces al problema suponiendo que $b_i = v_i$ además suponemos que:

$$P(v_{segundo+alto}) = n(n-1)v^{n-2}(1-v) \tag{3.27}$$

Entonces el problema queda así:

$$E(U_{licitador}) = E(v_{segundo+alto}) = \int_0^1 v \cdot n(n-1)v^{n-2}(1-v)\,dv \tag{3.28}$$

$$= n \cdot (n-1) \cdot \left\{ \int_0^1 v^{n-1}dv - \int_0^1 v^n dv \right\} = n \cdot (n-1) \cdot \left\{ \left.\frac{v^n}{n}\right|_0^1 - \left.\frac{v^{n+1}}{n+1}\right|_0^1 \right\}$$

$$= n \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = n \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{n+1-n}{n(n+1)} \right) = \frac{n(n-1)}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow E(U_{licitador}) = \frac{n-1}{n+1}$$

Se puede observar que la utilidad esperada del licitador es independiente del tipo de licitación que utilice.
Sin embargo se sabe que la licitación de segundo precio es más sensible a la colusión ya que si alguno de los jugadores se sale de la colusión no obtiene una utilidad mayor.
En el caso de la licitación de primer precio, si uno de los jugadores ofrece un ϵ más que el acordado en la colusión, éste ganará la licitación y su utilidad sería mayor. Por esta razón sostener una colusión en licitación de primer precio es más difícil.
(En los apuntes del profesor Fischer, en el capítulo de Licitaciones, está explicado con mayor detalle).

4. La forma tradicional de regular un monopolio consiste en que un regulador le fije el precio. Sin embargo, es sabido que los reguladores suelen no tener suficiente información para fijar precios correctos. Por ello, hace bastante tiempo Harlod Demsetz sugirió que en vez de regular a los monopolios , se los licite periódicamente, ganando quien ofrezca cobrar el menor precio. Por ejemplo, de acuerdo a esta propuesta las compañías de agua potable se licitarían cada cierto tiempo (por ejemplo, cada 20 años). La idea es que la competencia por el derecho a ser monopolio llevará a precios muy cercanos a los costos. En esta pregunta se le pide utilizar sus conocimientos de teoría de juegos para analizar un caso particular de este tipo de licitaciones.
   Suponga que existe una empresa establecida, que actualmente es dueña del monopolio, y una empresa aspirante, a quien le gustaría ganarse el monopolio. La empresa establecida sabe que el costo unitario de producción es c^v. El aspirante, por su parte, sólo sabe que el costo unitario de producción se encuentre en el rango $[c^{(-)}, c^{(+)}]$ (obviamente $c^v \in [c^{(-)}, c^{(+)}]$). La licitación consiste en lo siguiente: el aspirante ofrece un precio. Luego de observar la oferta del aspirante, la empresa establecida decide su postura. Si ofrece un precio mayor o igual que el aspirante, pierde el monopolio.

   a) Describa jugadores, acciones y pagos.

   b) Demuestre que en equilibrio la empresa establecida siempre se queda con el monopolio y cobra un poco menos que $p = c^{(+)}$.

   c) Explique la intuición del resultado anterior.

   d) Suponga ahora que antes de la licitación el aspirante averigua que el costo es c^v. Demuestre que en este caso en equilibrio el aspirante se queda con el monopolio, y cobra $p = c^v$.

   e) Explique por qué los equilibrios son distintos, dependiendo de si el aspirante conoce o no el costo unitario de producción.

5. Noticia aparecida en el diario:

   > *El tercer juzgado del Crimen de Santiago está investigando la existencia de una "mafia" que mediante amenazas y ofrecimientos de dinero a otros postores, conseguía adjudicarse propiedades rematadas en los juzgados civiles de la capital* (El Mercurio, 28/11/99)

   Estas propiedades se rematan mediante una subasta abierta ascendente (el clásico remate). Mediante estos artilugios, la "mafia" consigue las propiedades por la mínima postura, perjudicando a los deudores, que amortizan una porción mucho menor de la deuda que los llevó al remate judicial. Los remates se hacen en forma periódica, rematando las propiedades en forma individual. La "mafia" son individuos que siempre participan en estos remates y utilizan distintos mecanismos para repartirse las propiedades a un bajo precio. Suponga que se hacen 5 remates en cada sesión semanal. Suponga que Ud. Está encargado de rediseñar el sistema de remates para evitar los problemas observados.

   a) ¿Cuáles son las debilidades del sistema actual?.

   b) Sugiera cambios al sistema de remates que reduzcan la posibilidad que la "mafia" funcione.

6. El estado debe decidir que hacer con las empresas que aún están en sus manos, las alternativas son mantenerlas o privatizarlas, en este último caso debe decidir como hacerlo: licitación o venta directa.

   a) ¿Por qué sería apropiado licitar en vez de ir directamente a negociar con el que este dispuesto a pagar más (por ejemplo el operador más eficiente en el área a la que pertenece la empresa licitada) por la empresa?

b) Es irrelevante si debe seguir interactuando con el nuevo dueño de la empresa? (Por ejemplo se puede pensar en un monopolio licitado al que después se le tendrá que fijar precios)

7. El porcentaje de fracasos de nuevos productos es de alrededor de 80 %, lo que a todas luces parece alto, en esta pregunta trataremos de modelar el proceso de selección de un proyecto a realizar. Supongamos que una empresa cualquiera tiene N ideas sobre proyectos que puede realizar (nuevos productos, mejoras del proceso productivo, cambios en políticas de RRHH, etc). Dado que los recursos son escasos el gerente ha decidido que cada uno de sus N de los M empleados de la empresa (con $M > N$) estudie los costos y beneficios del proyecto, para luego decidir en base a esa información qué proyectos se realizarán y cuáles no. Cada uno de los que está evaluando un proyecto debe entregar al final de su labor la TIR (tasa interna de retorno) y el VPN del proyecto. El costo de Capital de la empresa es r (o sea es la tasa a la que la empresa descuenta los flujos).
   Usted sabe que las TIR se comportan como una $U(0, r_1)$ y que las estimaciones de los empleados son insesgadas ($\widehat{TIR}_i = TIR_i + \epsilon_i$, $E(\epsilon_i) = 0$, $\forall i.$).
   a) ¿Qué tipo de proyectos querrá realizar la empresa, por qué?
   b) ¿Qué tipo de proyectos realizará (Ayuda: Haga una analogía con la maldición del ganador).
   c) Puede explicar esto el dato dado inicialmente (el 80 % de los nuevos proyectos fracasa).
   d) Un asesor del gerente propone que se elijan proyectos al azar y que estos se lleven a cabo. Bajo que condiciones esto será mejor que no hacer ningún proyecto?. Existe alguna otra solución para no sufrir “*la maldición de asignación de portafolio*”?

8. Un contratista eléctrico se quejaba: "Por lo general trabajo para unas cuantas empresas constructoras con las que he tratado por años. cuando tengo que estimar el costo de un trabajo que me encargan, en promedio le acierto. Algunas veces el costo efectivo resulta un más alto de lo que pensaba, otras veces un poco más bajo, pero en promedio le acierto. Ocasionalemnte, cuando el negocio anda lento, compito con otros contratistas en licitaciones por trabajos grandes. Pero esos trabajos son distintos. Casi siempre terminan costando más de lo que pensaba".
   a) Explique por qué el contratista se equivoca cuando compite en licitaciones.
   b) Explique por qué el contratista no se equivoca en promedio cuando trabaja con empresas con las que ha tratado por años (y no hay procesos de licitación).
   c) ¿Qué le aconsejaría a este perplejo contratista?

9. Un Marine de Estados Unidos volvió a casa con un trofeo de la guerra de Irak: una pistola de Saddam Hussein bañada en oro. Decide ponerla en venta y tiene que evaluar distintas alternativas.
   a) ¿Qué ventajas tiene para el Marine licitar el arma usando un sistema como remates.com versus la venta directa a potenciales interesados?
   b) Suponga que el Marine decide subastar la pistola. Sin embargo no tiene claro qué mecanismo de licitación utilizar (inglesa, holandesa, sobre cerrado primer precio, sobre cerrado segundo precio). Su mayor preocupación es elegir aquella forma de licitación que maximice su ingreso. Como asesor de este Marine, ¿en qué condiciones le recomendaría usted fijarse especialmente al momento de diseñar la licitación? En base a lo anterior, ¿qué mecanismo de licitación le recomendaría usted usar?

c) Suponga que el valor de la pistola depende solamente de la cantidad de oro que contiene. Los participantes en la licitación tienen acceso a observar la pistola de cerca para estimar el valor del oro. Suponga ahora que uno de los interesados es un perito que puede determinar exactamente la cantidad de oro en la pistola y que todos los demás interesados lo saben. ¿Cómo afecta este hecho al número de participantes en la licitación y al monto ofrecido? ¿Depende esto del tipo de subasta? Suponga que participar en la licitación tiene un costo, aunque muy pequeño.

10. En Pakistan la ley obliga a comprar una licencia para ver televisión. Sin embargo, a pesar de que en ese país hay más de 9 millones de televisores, menos de un millón paga. En su desesperación por obtener ingresos, el gobierno licitó el año pasado el cobro de licencias. A cambio de un pago fijo el ganador de la licitación se quedará con todo lo que pueda cobrar. La compañía RCS ganó la licitación ofreciendo pagar 441 millones de rupias, casi el doble de los 240 millones de rupias que el estado lograba recaudar. (*The Economist*, agosto 22, 1998).

    a) ¿Por qué se licitó contra un pago fijo? ¿No hubiera sido más conveniente para el gobierno compartir **ingresos** (no utilidades) de modo que RCS no obtuviera ganancias "excesivas"? Para responder use sus conocimientos de la teoría del agente y el principal.

    b) Explique cómo es posible que la compañía estuviera dispuesta a pagar más de lo que el gobierno recaudaba.

    c) RCS fue el único interesado esta licitación. ¿Debería preocuparle la maldición del ganador?

11. El gerente de una empresa le pide que lo asesore para diseñar un mecanismo de licitación para comprar insumos. Las licitaciones serán frecuentes, aunque la empresa tiene cierto margen para acumular inventarios de modo que el tiempo entre licitaciones sea mayor. El gerente estima muy probable que los proveedores quieran coludirse. (Para responder considere que el gerente de la empresa es aficionado a la economía y por lo tanto entiende qué es un equilibrio de Nash.)

    a) Leyendo sobre ganadores de premios Nobel el gerente se entera que William Vickrey, uno de los galardonados, propuso un mecanismo en que gana la licitación quien ofrece el precio más bajo, pero le pagan la segunda oferta más baja (la licitación sobre cerrado segundo precio). Está muy entusiasmado con el mecanismo y quiere adoptarlo. Usted debe convencerlo que cometería un grave error. si le ayuda use un ejemplo

    Impresionado por su respuesta y convencido que usar la licitación propuesta por Vickrey sería un error, el gerente le pregunta qué debe hacer para dificultar la colusión

    b) Explíquele por qué quienes se coluden enfrentan un dilema de los prisioneros

    c) Explíquele por qué sería conveniente que transcurra harto tiempo entre una licitación y otra

    d) Explíquele por qué es conveniente usar una licitación de sobre cerrado primer precio sin revelarle al resto de los participantes la oferta ganadora

12. Hace un tiempo una compraventa de autos usados ideó el siguiente mecanismo de venta. Durante el fin de semana (sábado y domingo) los autos se expondrían en su local de ventas. Los interesados podrían examinar el auto y dar una vuelta. Si les interesaba podían hacer una oferta en un sobre cerrado (obviamente, la comopraventa le fijaba un precio mínimo a cada auto). El lunes la compraventa abría los sobres y le vendería el auto al mejor postor por el precio ofrecido.

a) Suponga que usted decide hacer una oferta por un auto. Luego de examinarlo, determina que su mejor estimación del estado de conservación del auto es que vale un 30 % más que el valor promedio de los autos de ese modelo. Explique como eligiría su postura.

b) ¿Le convien al dueño de la compraventa anunciar el número de ofertas que ha recibido? (suponga que lo puede hacer creíblemnte)

c) La susodicha compraventa no ha vuelto a anunciar este mecanismo por los diarios, porque ya no lo usa. basado en lo que ha aprendido sobre licitaciones especule por qué.

13. Considere la siguiente licitación: dos participantes deciden simultáneamente pagan $b_i \in [0,1]$ pero sólo la más alta recibe un peso. Muestre que el juego no tiene equilibrio en estrategias puras y caracterice el equilibrio en estrategias mixtas.

Solución

Los dos jugadores simultáneamente pagan b_i (entre 0 y 1) y sólo la más alta recibe un peso. Los pagos son:

$$\pi_1(b_1,b_2) = \begin{array}{cc} 1-b_1 & \text{si } b_1>b_2 \\ 0{,}5-b_1 & \text{si } b_1=b_2 \\ -b_1 & \text{si } b_1<b_2 \end{array}$$

Para analizar el equilibrio en estrategias puras veremos los casos:

• Si $b_1 > b_2$:

$$U_2(b_1,b_2) = -b_2 < 0$$

Pero el jugador 2 tiene incentivos a cambiar su estrategia pues si define $b_2^* > b_1$ se tiene que

$$U_2(b_1,b_2*) = 1 - b_2^* > 0$$

• Si $b_1 < b_2$

$$U_1(b_1,b_2) = -b_1 < 0$$

Pero el jugador 2 tiene incentivos a cambiar su estrategia pues si define $b_1^* > b_2$ se tiene que

$$U_1(b_1^*,b_2) = 1 - b_1^* > 0$$

• Si $b_1 = b_2$ (con $b_i < 1$): En este caso ambos tienen incentivos a cambiar su estrategia, en efecto:

$$U_i(b_i,b_{-i}) = \frac{1}{2} - b_i < U_i(b_i+\epsilon,b_{-i}) = 1 - b_1$$

• Si $b_i = 1$: En este caso el jugador i tiene incentivos a cambiar su estrategia (aunque gane!!), en efecto:

$$U_i(b_i,b_{-i}) = 1 - b_i = 0 < U_i(b_i-\epsilon,b_{-i}) = 1 - b_i + \epsilon > 0 \ \forall b_{-i}, sib_{-i} \neq 1$$

• Si $b_1 = b_2 = 1$: En este caso ambos jugadores tienen incentivos por si mismos para cambiar su estrategia, en efecto:

$$U_i(b_i, b_{-i}) = -\frac{1}{2} < U_i(b_i*, b_{-i}) = 0 \forall b_i* \neq b_i$$

Ya hemos visto que siempre al menos uno de los jugadores (oferentes) tiene incentivos a salirse, por lo que no hay equilibrio de Nash en estrategias puras. Sin embargo sabemos que el Teorema de Nash dice que todo juego finito tiene un equilibrio (de Nash) en estrategias mixtas[3].

Sabemos que el jugador i debe estar indiferente entre las estrategias, luego la función de distribución $(f(b_j))$ debe cumplir que[4]:

$$E(U_i(b_i)/f(b_j)) = E(U_i(b_i*)/f(b_j)) \forall i, \forall b_i, \forall b_j$$

Es decir

$$E(U_1(b_1)/f(b_j)) = E(U_1(b_1*)/f(b_2)) \forall b_1^*$$

Sin pérdida de generalidad podríamos decir que

$$E(U_1(b_1)/f(b_j)) = k \forall b_1$$

por lo tanto tenemos que

$$(1 - b_1)P(b_1 > b_2) + (0{,}5 - b_1)\, P(b_1 = b_2) - b_1 P(b_1 < b_2) = k$$

Como las probabilidades son sobre funciones de distribución continuas la probabilidad de estar en un punto específico es despreciable (distribución no atómica) => $P(b_1 = b_2) = 0$. Entonces

$$\begin{gathered}(1 - b_1)P(b_1 > b_2) - b_1 P(b_1 < b_2) = k \Leftrightarrow \\ (1 - b_1)P(b_1 > b_2) - b_1 \left[1 - P(b_1 > b_2)\right] = k\end{gathered}$$

$$P(b_1 > b_2) - b_1 = k \tag{3.29}$$

Lo que es bastante razonable pues está última expresión es el valor esperado del pago (uno por la probabilidad de ganar) menos el costo de la oferta (siempre hay que pagar la postura). Además sabemos que:

$$P(b_1 > b_2) = P(b_2 < b_1) = F_2(b_1) = \int_0^{b_1} f_2(t)dt$$

Por propiedades de la funciones de distribución se cumple que:

[3] Recordar que estrategias puras es un caso específico de estrategias mixtas y es cuando jugar cierta estrategia tiene probabilidad 1.

[4] Una respuesta más elegante sería considerar distribuciones F_1, F_2 con soporte en $[0, 1]$ que forman un EN en estrategias mixtas y suponer que el equilibrio es simétrico $F_1 = F_2$. Luego, supongamos que para $b_1 < 1$, la distribución F_2 otorga probabilidad 0 al evento $b_2 = b_1$. . Por tanto, el pago esperado de 1 al jugar $b_1 < 1$ es $u_1(b_1, F_2) = F_2(b_1)(1 - b_1) + (1 - F_2(b_1))(-b_1) = -b_1 + F_2(b_1)$. Como esto debe ser constante en el soporte de F_1, se sigue que necesariamente $F_2(b_1) = b_1$ y los jugadores aleatoreamente escogen precios en $[0, 1]$ de acuerdo a una uniforme.

$$F_2(1) = \int_0^1 f_2(t)dt = 1$$

$$F_2(0) = \int_0^0 f_2(t)dt = 0$$

Incorporando esto a (3.29):

$$F_2(b_1) - b_1 = k \forall b_1 \tag{3.30}$$

Evaluando en los límites

- Si $b_1 = 1 => F_2(1) - 1 = 1 - 1 = 0 = k$
- Si $b_1 = 0 => F_2(0) - 0 = 0 - 0 = k$

Como ya sabemos que $k = 0$. De (3.30) se concluye que

$$F_2(b_1) - b_1 = 0 \forall b_1$$
$$F_2(b_1) = b_1 \forall b_1$$

Propiedad que sólo cumple la distribución uniforme y considerando el hecho de que el juego es simétrico, podemos concluir que las posturas siguen una distribución uniforme:

$$b_i \rightarrow U\,[0,1]\,\forall i$$

Capítulo 4

Teoría de la Firma

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.
   a) Activos Específicos - Integración Vertical
   b) Contratos Incompletos - Activos Específicos - Comportamiento Oportunista
   c) Costo de Transacción - Teoría de la Firma
   d) Oportunismo - Capital Específico
   e) Integración Vertical - Activos Específicos
   f) Tamaño de la Firma - Costos de Transacción
   g) Tamaño de la Firma - Problema del agente y el principal

2. Preguntas conceptuales:
   a) Explique por qué los diarios generalmente son dueños de sus imprentas, las revistas mensuales generalmente no lo son y las editoriales de libros casi nunca.
   b) ¿Qué es un contrato incompleto? ¿Qué lo distingue de un contrato completo? ¿Cuáles son las principales causas por las que existen los contratos incompletos?
   c) ¿Por qué existen las firmas? Si las empresas son tan eficientes, ¿por qué existe el mercado? Por último, explique cómo el oportunismo y la existencia de activos específicos puede conducir a la integración vertical.
   d) Explique qué son las cuasi-rentas apropriables y relaciónelas con los activos específicos.
   e) Muchas firmas arriendan sus muebles de oficina a empresas especializadas. En cambio, pocas firmas subcontratan los servicios de ascensores. Explique el motivo de esta diferencia en base a la teoría de la cuasi-renta.

3. Suponga que hay dos períodos: $t = 1$ (*ex ante*) y $t = 2$ (*ex post*). En el período 2, un proveedor y un comprador deciden si intercambiar una unidad de un bien indivisible (por ejemplo, un proyecto). De este modo, el volumen de intercambio es 0 ó 1. El valor del bien para el comprador es v y el costo de producirlo para el proveedor es c (con $c<1/2$).
   En el período 1, el proveedor invierte, afectando la calidad del producto (es decir, el valor para el comprador). El valor *ex post* para el comprador es $v(I) = 3I - \frac{I^2}{2}$. Por lo tanto v es observable por el comprador, pero no verificable por un tribunal, por lo que no se puede especificar en un contrato.

a) Determine la cantidad eficiente de inversión.

b) Si las partes negocian *ex post* de modo que el excedente de intercambio se lo dividen equitativamente, ¿es óptima la inversión resultante? Identifique la externalidad.

c) Si las partes firman un contrato en que se especifica que el comprador posee el derecho a comprar el precio a un determinado precio p, ¿es eficiente este contrato? ¿Qué ocurriría si el proveedor poseyera el derecho a vender a un determinado precio?.

d) ¿Qué ocurriría si el proveedor poseyera el derecho a escoger el precio *ex post*?

Solución

a) La cantidad eficiente de inversión viene dada por la maximización del excedente total, es decir, se resuelve

$$\max_{I} ExT. = Ex_c + Ex_p = v(I) - p + p - c - I = 3I - \frac{I^2}{2} - c - I \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial Exc.}{\partial I} = 3 - I - 1 = 0 \Longrightarrow I = 2 \tag{4.2}$$

Por lo tanto, la cantidad eficiente de inversión es $I = 2$.

b) La negociación *ex post* implica que se reparten el excedente de <u>intercambio</u> equitativamente

$$\begin{aligned} v(I) - p &= p - c \\ p &= \frac{v(I) + c}{2} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Ex ante, el proveedor resuelve

$$\max_{I} \frac{v(I) + c}{2} - c - I \tag{4.4}$$

La condición de primer orden es $3/2 - I/2 - 1 = 0$, de donde $I = 1$, lo que es sub-óptimo $(1 < 2)$.

c) si el comprador tiene el derecho a comprar al precio p, el proveedor no invertirá o invertirá la cantidad mínima a la que el comprador compraría, es decir, tal que $v(I) = p$.

- Si $p = 4$, la inversión es igual a 2 (inversión óptima), pues el proveedor se apodera de todo el beneficio que genera.[1]
- Si $p < 4$, la inversión es sub-óptima o inexistente.

Si el proveedor posee el derecho a vender a un determinado precio la inversión es nula, pues su beneficio se maximiza (dado un p) minimizando el gasto (I).

d) Si el proveedor posee el derecho a escoger el precio, se tendría la inversión eficiente. Esto pues el EPS del juego es que $p = v(I)$.

[1] Notar que si v(I)=p entonces el proveedor resolverá el mismo problema que un planificador social benevolente (como en la parte anterior).

4. A principios de los años ochenta Chile separó verticalmente la industria eléctrica y permitió la competencia en generación. Se crearon dos sistemas interconectados. En cada uno distintos generadores inyectan potencia a un sistema de transmisión común al que están conectados los clientes. En el Sistema Interconectado del Norte Grande (SING) alrededor del 95 % de la energía la consumen grandes clientes mineros. Las mineras contratan su energía en licitaciones en las que compiten varias empresas eléctricas, todas interconectadas al SING. Estos contratos de largo plazo frecuentemente obligan a la empresa eléctrica a construir una nueva planta. Al mismo tiempo, ninguna empresa minera es dueña de una planta eléctrica desde que Codelco vendió la central Tocopilla hace algunos años. Por contraste, en la mayoría de los países sin sistemas interconectados, es común que las empresas mineras sean dueñas de su propia planta de energía eléctrica. Esto ocurre a pesar de que, tal como en Chile, en muchos casos sería perfectamente factible licitar competitivamente un contrato de suministro de largo plazo y seleccionar una empresa eléctrica que podría construir su propia planta para servir al mineral.

   a) Usando la teoría de los activos específicos y el comportamiento oportunista explique por qué en Chile las compañías mineras contratan su energía eléctrica a terceros mientras que en países sin sistemas interconectados las minas tienden a construir sus propias plantas.

   b) Un estudio estadístico con datos de muchos países mostró que, todo lo demás constante, el costo de la energía de aquellas minas que contratan el suministro tiende a ser menor que el de las minas que son dueñas de su propia planta. Con ese antecedente, una reputada empresa consultora le recomendó a una empresa minera multinacional externalizar la provisión de energía eléctrica en todo el mundo vendiendo las plantas que actualmente posee. La consultora argumentó que las licitaciones competitivas para seleccionar a la empresa eléctrica le permitían a la minera replicar todas las ventajas de la competencia a un en países sin sistemas interconectados.¿Está de acuerdo con el diagnóstico de la consultora? Justifique.

   c) Si la empresa minera le hace caso a la consultora, ¿caerán sus costos?

   d) ¿Qué le recomendaría usted a la empresa minera?

   Solución

   a) Sin sistema interconectado, la empresa eléctrica puede amenazar a la empresa minera que abastece con no suministrar energía eléctrica, a menos de que renegocien el contrato (le puede decir que su costo por unidad es mayor que la tarifa que acordaron en el contrato). Con sistema interconectado, la empresa minera no depende de si la empresa eléctrica está produciendo o no para tener energía, por lo que la amenaza de esta de no suministrar es menos creíble. Por esta razón en Chile las compañías mineras contratan su energía eléctrica a terceros, mientras que en países sin sistemas interconectados las minas tienden a construir sus propias plantas.

   b) La consultora no tiene razón. Sin sistema interconectado, la empresa generadora puede utilizar la amenaza de no entregar energía (no intercambiar) para apropiarse parte de los excedentes de la empresa minera (oportunismo).

   c) No necesariamente. En un primer momento los costos debieran bajar al licitar la provisión de energía, pero no se puede descartar que el contrato de licitación se renegocie (la empresa eléctrica puede presionar más para ello).

   d) Licitar en los países en que hay sistema interconectado y producir energía en los que no, ya que en los países con sistema interconectado el problema del oportunismo se reduce notoriamente.

5. Suponga que la tintorería 0-Mancha desea comprar un máquina única en su tipo para lavar ropa. Si compra la máquina, la utilidad (sin considerar el costo de la máquina) de 0-Mancha es $v = 2$. El costo de producirla depende de la inversión que haga la empresa vendedora, de manera que $c(I) = 1 - I^2$. Esta inversión no tiene ningín uso alternativo y está hundida, es decir, no se puede recuperar la inversión una vez hecha. Suponga que el costo de la inversión I es I.

   a) Suponga que en las renegociaciones los excedentes se dividen por la mitad. ¿A que precio va a comprar la máquina 0-Mancha? ¿Cuánta inversión habrá? ¿Cuál será el costo para la empresa vendedora? ¿Cuál es la utilidad de 0-Mancha y de la empresa vendedora?

   b) Suponga ahora que en vez de comprar la máquina, 0-Mancha se fusiona con la empresa que produce la máquina. ¿Cuánta inversión habrá en ese caso? ¿Cuál es la utilidad de la empresa fusionada?

   c) Suponga que las firmas no se fusionan pero 0-Mancha puede establecer un contrato irrevocable y verificable sobre el precio. ¿Cuánta inversión habrá? ¿Cuál será el costo para la empresa vendedora? ¿Cuál es la utilidad de 0-Mancha y de la empresa vendedora?

6. Suponga que la empresa de helados *Frescolín* desea cambiar el diseño de sus helados y para esto contrata a la empresa *Alamín*, que produce palitos de helado. Los palitos que *Frescolín* le pide a *Alamín* son totalmente diferentes de los usuales, por lo que hay que efectuar inversiones especiales, que no tienen uso alternativo. Suponga que con los nuevos helados, *Frescolín* obtiene un monopolio en la industria de los helados. La demanda inversa por helados es $q = 1 - p$, y el único costo de producción es el precio pagado a *Alamín* por los palitos, p_p. A su vez, el costo de producción de los palitos depende de la inversión hundida (no recuperable) I que realiza *Alamín*, donde el costo por palito es $c = 1 - I^2$.

   a) Suponga que *Frescolín* y *Alamín* son del mismo holding, que considera la maximización de beneficios de las empresas integradas. Calcule la inversión óptima y la producción óptima (No se preocupe si hay pérdidas).

   b) Suponga que las empresas no están integradas. *Frescolín* es oportunista, por lo que *Alamín* sabe que después de renegociar, el precio de los palitos terminará siendo la mitad de la diferencia entre el precio de venta de helados y el costo de los palitos (es decir, *Frescolín* se queda con la mitad del excedente): $p - p_p = p_p - c$. Muestre que la inversión es ineficiente en este caso, por lo que las utilidades totales son necesariamente menores, por lo que hay incentivos a la integración vertical.

7. El gerente de una mina de carbón está pensando en pedirle a una compañía de trenes que construya una línea ferroviaria hacia la mina. Esta haría disminuir los costos de transporte en 500 MU$. La construcción de la línea cuesta solo 200 MU$. Considere el siguiente juego: En el primer período la decide si construir o no hacerlo. En el segundo período la mina de carbón decide cuanto pagar a la empresa de ferrocarriles por el uso de la línea ferroviaria. En el tercer período la empresa de ferrocarriles acepta o rechaza la oferta, si hace esto último, la línea no se usará y ninguna empresa ganará por la construcción.

   a) Describa la forma extensiva del juego, encuentre el EPS y muestre que la empresa ferroviaria nunca invierte.

   b) El gerente de la mina puede firmar un contrato que incluye un precio mínimo. Como podría eso resolver el problema de no inversión?.

   c) Ahora suponga que la empresa de ferrocarriles puede en el tercer período rechazar la oferta y servir a unos consumidores alternativos. Encuentre el EPS.

d) Joskow (AER, 1987) encontró que la en el oeste de EEUU las minas típicamente establecían contratos de largo plazo con las empresas operadoras de ferrocarriles. Y en el Este se hacían contratos de corto plazo. Explique (Ayuda: Usted debería notar que en el Este de los EEUU hay una mayor densidad poblacional que en el Oeste).

8. Ha usted le han ofrecido la licencia de un producto de vanguardia (que no existe en el mercado nacional), lo que le permitiría tener un monopolio. El problema es que existe incertidumbre en la demanda (inversa), usted sabe que esta será $P = A - Q$ con probabilidad p_1 y $P = a - Q$ con probabilidad $1 - p_1$, con $A > a$. La tasa de descuento relevante es r y el costo de la licencia es F (el costo marginal es nulo).

   a) ¿Si Ud. tuviese el monopolio cuánto produciría?.

   b) ¿Cuánto estaría dispuesto Ud. A pagar por la licencia que le da exclusividad?.

   c) ¿Cuáles serían sus utilidades en cada caso (A y a)?

   Usted piensa que con probabilidad p_2 la compañía dueña de la licencia querrá renegociar el contrato.

   d) ¿Cuándo querrá renegociar? ¿Y cuánto le cobrará (costo fijo extra) en ese caso?¿Cambia su respuesta a *b*) dado lo que descubrió en *c*)?. ¿Qué pasará?.

   e) ¿Qué puede inferir con respecto a las licencias?

   f) Comente la siguiente frase del empresario H. Briones (refiriéndose a una experiencia con una licencia de importación exclusiva de unos relojes suizos):

   "Si te va bien te quitan la licencia y si te va mal también"

Solución

a) Dado que no sabemos que tipo de demanda tendremos, lo lógico es maximizar el valor esperado de nuestras utilidades

$$
\begin{aligned}
Max\ \pi &= pq - c(q) = p_1(A-q)q + (1-p_1)(a-q)q - F \qquad (4.5)\\
&= Ap_1q - p_1q^2 + (1-p_1)aq - (1-p_1)q^2 - F\\
\frac{\partial \pi}{\partial q} &= Ap_1 - 2p_1q + (1-p_1)a - 2(1-p_1)q = 0\\
\Rightarrow \overline{q} &= \frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2p_1 + 2(1-p_1)} = \frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}
\end{aligned}
$$

b) Lo máximo que estaría dispuesto a pagar por la licencia viene de la condición de participación en el mercado, es decir, las utilidades deben ser mayores o iguales que cero.

$$\pi = p_1(A - \left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right))\left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right) + \tag{4.6}$$

$$+(1-p_1)\left(a - \left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right)\right)\left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right) - F = 0 \tag{4.7}$$

$$\Rightarrow F = p_1\left(A - \left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right)\right)\left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right) +$$

$$(1-p_1)\left(a - \left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right)\right)\left(\frac{Ap_1 + (1-p_1)a}{2}\right) \tag{4.8}$$

c) Sabemos que el valor esperado de las utilidades es cero, pero que luego de realizado el parámetro a (sobre el que hay incertidumbre) habrá utilidades positivas o negativas (nunca cero). Por lo tanto la empresa siempre querrá renegociar cuando haya utilidades, ya que el que tiene la licencia estará dispuesto a aceptar un F' tal que sus utilidades sean cero (con el parámetro de demanda alta A)

d) Obviamente habrá que considerar que en el caso de que la demanda sea alta con probabilidad p_2 querrán renegociar la licencia, por lo que la disposición a pagar por la licencia disminuirá. Eventualmente podría anularse, ya que existe un p_2 tal que el valor esperado del negocio es cero[2].

e) Las licencias por lo general son problemáticas, ya que la causa de las utilidades es la existencia de una marca prestigiada y esta no le pertenece al vendedor, por lo que si no cumple las exigencias del dueño se la quitarán. Nótese que si no fuera así el equilibrio de Nash sería comprar la licencia y producir productos de mala calidad, ya que se no se está internalizando la externalidad negativa sobre el prestigio[3]. Aunque en la realidad (tal como lo conversamos en clase) este efecto se ve disminuido por el efecto en el deterioro del prestigio (que se traducirá en menores franquicias futuras).

f) La frase es bastante lógica, considerando lo expuesto en e), ya que si las ventas son altas el negocio se torna atractivo para el dueño de la marca y si son bajas el dueño preferiría probar con otro “concesionario”.

9. Muy molesto por el problema de cerro Paranal está el Dr. Riccardo Giaconni, director general de ESO. En una entrevista publicada el domingo pasado por El Mercurio, el Dr. Giaconni sostuvo que la ESO estudia la posibilidad de no terminar el observatorio de cerro Paranal y dejar La Silla. Afirmó además, que si la ESO se va, las negociaciones comerciales entre Chile y la Unión Europea fracasarán: ”El razonamiento es que Chile no sería un sitio adecuado para inversionistas o para trabajar” dijo.

   Suponga que el gobierno chileno tiene dos opciones, arreglar el problema, o no hacer nada. Arreglar el problema le cuesta 30 millones -el costo esperado de pagar la indemnización que piden los abogados de la sucesión Latorre, quien reclama para sí los terrenos donde se está construyendo el observatorio. Por otro lado, si el gobierno no hace nada la ESO podría irse, en cuyo caso las negociaciones con la Unión Europea fracasarían, lo que al gobierno le cuesta el equivalente a y millones. Sin embargo, si el gobierno no hace nada y la ESO decide quedarse y terminar el observatorio pese a todo, las negociaciones con la Unión Europea proseguirán normalmente.

[2] Imaginemos que con probabilidad 1 la empresa querrá renegociar en caso de existir demanda alta, luego las opciones son obtener utilidades negativas (con probabilidad p_1) o cero (con probabilidad 1 - p_1), por lo que (a todas luces) el negocio no es atractivo.

[3] Por ejemplo se podría obtener la licencia de un local de comida rápida y producir con insumos de mala calidad, y dado que la marca genera lealtad las ventas no bajarán tanto como para compensar los beneficios debido al ahorro de costos.

La ESO valora en 300 millones la calidad del cielo de cerro Paranal (el mejor del mundo según el Dr. Giaconni); terminar el observatorio le cuesta 50 millones. En todo momento la ESO puede construir un observatorio similar en una isla francesa del Pacífico, lo que le costaría 100 millones. Sin embargo, el cielo de la isla no es tan bueno -la ESO lo valora en sólo 200 millones. Por último, suponga que si el gobierno no arregla el problema y se termina de construir el observatorio, la ESO anticipa una nueva batalla legal con los abogados de la sucesión Latorre, estimando que ellos son capaces de apoderarse completamente de la cuasi-renta que la ESO obtiene del observatorio de cerro Paranal.

a) Suponga que el gobierno no hace nada, pero a pesar de todo la ESO termina el observatorio. Calcule la cuasi-renta apropiable que la ESO obtiene de cerro Paranal explicando claramente su razonamiento. (Ayuda: recuerde que la ESO siempre puede abandonar Chile y construir un observatorio en la isla francesa.)

b) Si la ESO anticipa el comportamiento oportunista de los abogados de la sucesión Latorre ¿terminará el observatorio? ¿Es creible su amenaza de irse de Chile? Explique.

c) Dado su respuesta en *b*) ¿qué hará el gobierno chileno? ¿De qué forma depende su respuesta del valor de y? ¿Cuanto es el pago de la ESO si el gobierno soluciona el problema?

d) ¿Cambiarían sus respuestas si los abogados de la sucesión Latorre pudiesen extraer solamente la mitad de la cuasi-renta que la ESO obtiene del observatorio de cerro Paranal?

10. Si bien parece que las negociaciones del gasoducto trasandino están por terminar, aun no se soluciona el problema -a todas luces fundamental- de la "cláusula de no interrupción" que consiste en lo siguiente: de acuerdo con la legislación argentina el abastecimiento domiciliario de gas tiene prioridad sobre la exportación. Por eso, si en un momento dado las autoridades argentinas estiman que el nivel de reservas de gas es tan bajo que compromete el normal abastecimiento interno, ellas pueden suspender administrativamente las exportaciones de gas por tiempo indefinido. Por ello, el contrato entre el consorcio que construya el gasoducto y su proveedor argentino no puede contener una cláusula que comprometa al proveedor a no interumpir el servicio.

    a) Explique por qué les preocupa tanto a los consorcios que pretenden contruir el gasoducto que la autoridad argentina pueda suspender administrativamente la exportaciones de gas.

    b) Suponga que la ley de abastecimiento prioritario no puede modificarse. ¿Qué puede hacer el gobierno argentino para solucionar el problema?

11. Las empresas grandes que le venden directo al público como por ejemplo MacDonald's, Copec o las Ópticas GMO suelen tener dos modalidades de operación minorista. En algunos casos, la empresa es dueña de la mayoría de los locales y quienes trabajan son empleados. En otros casos—las así llamadas franquicias—la mayoría de los puntos de venta es propiedad de un concesionario quien opera el local pero vende con la marca de la empresa.

    En un artículo reciente Francine Lafontaine de la Universidad de Michigan y Katrhyn Shaw de la Carnegie Mellon University examinan una muestra grande de puntos de venta, y encuentran que sólo el 15 % es de la empresa dueña de la marca; el 85 % restante son franquicias. Sin embargo, el porcentaje de franquicias es mucho menor en industrias tales que las empresas gastan mucho en publicidad de su marca. En esencia, una marca se desarrolla para comunicarle a los clientes que el bien que recibirán cumple con un cierto estándar de calidad.

    Explique esta regularidad utilizando para ello la teoría de las inversiones específicas y el comportamiento oportunista vista en clases. En la primera parte de su respuesta explique cuál es la inversión específica y en qué consiste el comportamiento oportunista. En la segunda parte explique la regularidad.

Capítulo 5

Monopolio

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.
   a) Barreras a la Entrada - Restricciones Legales
   b) Doble Marginalización - Integración Vertical
   c) Monopolio Multiproducto - Bienes Sustitutos
   d) Costo Hundido - Costo Fijo
   e) Precio Máximo de Reventa - Doble Marginalización
   f) Control Vertical - Máximo Precio de Reventa
   g) Bien Durable - Monopolio

2. Un monopolista siempre opera en la parte elástica de la curva de demanda
   a) Demuéstrelo formalmente
   b) Explique el resultado intuitivamente.

3. En Chile, toda transacción de un bien inmueble debe ser inscrita en el Conservador de Bienes Raíces de la zona respectiva. Por ley, en cada zona sólo puede haber un único Conservador, el que por tanto es un monopolio. El cobro por una inscripción está regulado por ley y es proporcional al monto de la transacción, a pesar de que los costos de una inscripción no dependen del monto de la transacción. Por último, es interesante destacar que muchos abogados gastan tiempo y esfuerzo en el largo y engorroso proceso en el que se elige a los nuevos Conservadores y sólo unos pocos son finalmente elegidos.
   a) Analice el cobro proporcional al monto de la transacción como instrumento de discriminación de precios. (Indicación: Pregúntese cómo varía la disposición a pagar por una inscripción cuando el monto de la transacción es mayor).
   b) ¿Cuáles son los costos sociales del monopolio de los Conservadores de Bienes Raíces? ¿El costo social total sería mayor o menor si los conservadores cobraran una tarifa única por cada servicio que fuera independiente del monto de la transacción?

4. Un hotel se enfrenta a dos tipos de demandas: demanda no punta ($q_1 = D_1(p_1)$) y demanda punta ($q_2 = D_2(p_2)$), donde $D_1(p) = kD_2(p)$, con $k < 1$ (para simplificar suponemos las demandas independientes). El costo marginal de producción es c (mientras la capacidad no esté saturada). El costo marginal de invertir en una unidad de capacidad es b. La misma capacidad sirve para satisfacer los dos tipos de demanda.

   a) Demostrar que si la demanda no punta es relativamente inferior a la demanda punta (donde "inferior" debe definirse), el monopolista iguala los ingresos marginales a c y a $c + b$, respectivamente.

   b) Considerar el caso en el que la demanda no punta no es pequeña y las demandas tienen elasticidad constante. Resolver.

5. Considere el problema de la fábrica de refrigeradores *Frigerio*, la que no tiene competidores. Los consumidores están ubicados uniformemente a lo largo de la carretera. Es caro para los consumidores ir a buscar el refrigerador. Suponga que cada potencial consumidor tiene una demanda unitaria (a lo más compra un refrigerador), si el costo de comprarlo no excede su valoración v. El costo que enfrentan los consumidores es el precio p más el costo de transporte t por unidad de distancia. Por ejemplo, un consumidor a una distancia x tiene un costo de transporte del refrigerador t·x. Los refrigeradores tienen un costo de producción 0. Usted es el gerente comercial y debe decidir cual es el precio de Frigerio.

   a) Suponga que el precio elegido es $p = \frac{1}{2}$ y que $t = 1$ y $v = 2$. Grafique el excedente de cada consumidor como función de su ubicación, y por lo tanto, cuál es la demanda que enfrenta el monopolio cuando $p = \frac{1}{2}$. Recuerde que un consumidor compra solo si su excedente es positivo.

   b) En base al análisis anterior, encuentre la demanda que enfrenta el monopolista para un precio p como función de los costos de transporte t y la valoración v.

   c) Plantee y resuelva el problema del monopolista: precios y cantidades que vende el monopolista que maximizan utilidades.

   d) El monopolista podría usar la estrategia de ofrecer transporte gratis a las ubicaciones de los clientes. Esto significa que Frigerio debe asumir los costos de transporte. Plantee el problema de maximización de beneficios de Frigerio en este caso.

   e) Decida cuál estrategia es mejor para Frigerio: asumir los costos de transporte o que los consumidores tengan que ir a buscar los refrigeradores. Nota: Para la comparación final use $v = 2$ y $t = 1$.

   Solución

   a) Sabemos que el excedente de cada consumidor depende de la valoración y el costo de transporte, que a su vez depende de la ubicación. La restricción que debe cumplirse es que el excedente debe ser mayor que cero, luego:

   $$v - (p + tx) \geq 0 \tag{5.1}$$

   Reemplazando los valores tenemos que $2 - (\frac{1}{2} + x) \geq 0$, es decir, comprarán solo los $x < 3/2$. Esto se representa en la figura 5.1.

   Sabemos que los consumidores están ubicados uniformemente[1] a lo largo de la carretera, por lo que para determinar la demanda necesitamos saber cuantas personas viven entre $0 < x < 3/2$. Supongamos que la densidad poblacional $\rho = \frac{1}{b-a}$ es ρ. Luego:

[1] Si $x \rightarrow U[a, b] =>$ para un c tal que $a < c < b$ se tiene que $\Pr ob\,(x < c) = \int\limits_a^c \frac{dx}{b-a} = \frac{c}{b-a}$

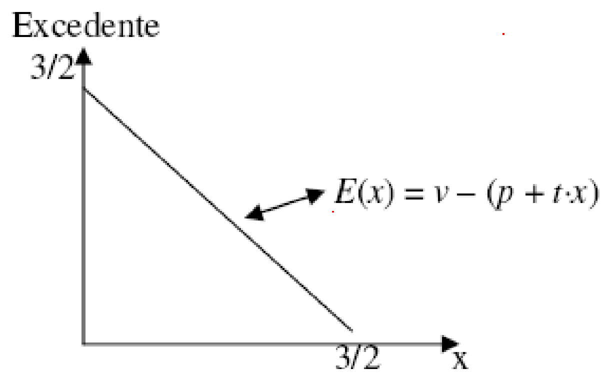

Figura 5.1: Excedente de los consumidores de Frigerio.

$$D = \int_0^{3/2} \rho dx = [\rho x]_0^{3/2} = \frac{3\rho}{2} \tag{5.2}$$

b) Tenemos que generalizar el resultado anterior, para esto encontraremos el límite o frontera de compra, es decir, el x máximo al que puede vender el monopolio.

$$\begin{aligned} v - (p + tx) &\geq 0 \\ x &\leq \frac{v-p}{t} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Luego la demanda será

$$D(p) = \int_0^{\frac{v-p}{t}} \rho dx = [\rho x]_0^{\frac{v-p}{t}} = \frac{\rho(v-p)}{t} \tag{5.4}$$

c) El problema del monopolio es

$$\max_p \pi = p\frac{\rho(v-p)}{t} = \frac{\rho}{t}\left(vp - p^2\right) \tag{5.5}$$

La condición de primer orden es

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{\rho}{t}(v - 2p) = 0 \tag{5.6}$$

Al resolver tenemos que $p = v/2$. Por lo que la cantidad será $\frac{\rho v}{2t}$ y las utilidades $\pi = \frac{\rho v^2}{4t}$

d) En este caso *Frigerio* enfrenta dos decisiones:

- Cuál será el precio? (p)
- A quienes se les venderá? ($\overline{x}$)

Si *Frigerio* ofrece asumir los costos de transporte entonces todos los posibles compradores tendrán excedente positivo si $v > p$. Por lo que la demanda será:

$$D(p) = \int_0^{\overline{x}} \rho dx = \rho\overline{x} \tag{5.7}$$

Si $v < p$ la demanda será 0 (Nadie compra si no le reporta beneficio[2]).
Además debemos considerar que por cada venta habrá costos de transporte, luego los costos serán:

$$C(x) = \int_0^{\overline{x}} txdx = \frac{t\overline{x}^2}{2} \tag{5.8}$$

El problema del monopolista en este caso es

$$\underset{p,x}{máx}\pi = p\rho x - C(x) = p\rho x - \frac{tx^2}{2} \tag{5.9}$$
$$s.a\ p < v$$

El Lagrangeano es

$$L = p\rho x - \frac{tx^2}{2} - \lambda(p - v) \tag{5.10}$$

Las condiciones de primer orden son

$$p : \frac{\partial L}{\partial p} = \rho x - \lambda = 0 \tag{5.11}$$
$$x : \frac{\partial L}{\partial x} = p\rho - tx = 0$$

La primera condición indica que la restricción será activa, ya que el multiplicador de Lagrange es igual al precio, y estos siempre son positivos. Por lo tanto el precio será igual a la valoración ($p = v$).La segunda condición indica que el monopolio solo venderá a quienes estén ubicados hasta que $x \leq \frac{pv}{t}$.
Por lo tanto las utilidades serán

$$\pi = \frac{v^2\rho^2}{t} - \frac{(\rho v)^2}{2t} = \frac{(\rho v)^2}{2t} \tag{5.12}$$

e) Tenemos que evaluar cuál estrategia será la óptima dado que $v = 2$ y $t = 1$.

- Sin asumir costos

$$\pi = \frac{\rho v^2}{4t} = \rho \tag{5.13}$$

- Asumiendo costos de Transporte

[2] Este es una regla de oro en Economía: Si se genera una transacción, es porque vendedor y comprador resultan beneficiados, ya que si no fuese así uno el perjudicado preferiría no comerciar.

$$\pi = \frac{(\rho v)^2}{2t} = 2\rho^2 \tag{5.14}$$

Por lo tanto cuál alternativa sea la mejor depende de la densidad poblacional y se preferirá no asumir los costos de transporte siempre y cuando $\rho < \frac{1}{2}$.

6. En el país Mecano existe una única fábrica productora de pernos, llamada *Pernos El Espiral*, quien posee por lo tanto el monopolio de los pernos. Los costos marginales de producción son c_p. Sin embargo, existe una única firma productora de tiercas, llamada Tuercas El Apriete, la cual posee el monopolio de la producción de tuercas. Los costos marginales de producción de tuercas son c_t. Pernos y tuercas son complementarios perfectos, por lo que la curva de demanda está dada por $Q = 1 - P$, donde $P = P_p + P_t$ es el precio del bien compuesto, Pt es el precio de la tuerca y P_p es el precio del perno.

    a) Suponga que las 2 empresas eligen sus precios simultáneamente. Determine P_t, P_p y P de equilibrio. Calcule las utilidades de cada firma.

    b) *El Espiral* y *El Apriete*, convencidos de que podrían obtener mayores beneficios, deciden reunirse para estudiar el tema de los precios. Luego de intensas negociaciones, *El apriete* logra convencer a *El Espiral* de que ella fijará primero P_t, teniendo en cuenta el efecto que su elección tendrá sobre P_p, para que luego, el espiral decida libremente el precio P_p (ya conociendo P_t). Determine P_t, P_p y P según esta metodología. Calcule las utilidades de cada firma y determine si la nueva metodología les conviene o no.

    c) Suponga ahora que nuevamente las firmas se reúnen para estudiar el tema de los precios. En esta oportunidad, luego de arduas negociaciones, *El Espiral* le propone a *El Apriete* una integración de ambas firmas (Suponga que las utilidades de la estructura integrada se reparte en partes iguales entre las firmas). Determine el P de equilibrio. Calcule las utilidades de ambas firmas y determine si les conviene estar integrados.

    d) Ante la amenaza de integración de ambas firmas, un Diputado reclama insistentemente que este hecho aumentará el poder monopólico de las firmas y que atenta contra el bienestar de los consumidores. Ud. Como miembro de la Comisión Antimonopolios del país Mecano ¿Permitiría la fusión?¿Por qué?.

7. En el lejano país de Última Extremadura, hay un monopolio de telefonía. Este productor enfrenta una demanda $q = D(p) = 200 - 4p$. Los costos del monopolio son $C(q) = 100 + 10q$

    a) Calcule los beneficios del monopolio, suponiendo que cobra el mismo precio a todos los consumidores. Calcule el excedente de los consumidores.

    b) Calcule el valor del impuesto que el gobierno debería imponer para maximizar el bienestar social.

    c) Suponga que cambios técnicos hacen que sea posible establecer competencia perfecta en el mercado de la telefonía. ¿Cuánto estaría dispuesto a gastar el monopolista en lobby para introducir leyes que impidan la competencia?

8. Suponga que una empresa ha desarrollado un revolucionario sistema operativo (llamado ROS). La demanda por ROS está sujeta a “externalidades de red”, es decir, depende de las cantidades vendidas y por vender. En este caso, esto significa que la demanda en el período 1 depende de las ventas esperadas

del período 2 y que además, las ventas del período 2 dependen de las ventas del período 1, de acuerdo a las siguientes funciones de demanda por período:

$$q_1 = 1 - p_1 + \alpha q_2$$
$$q_2 = 1 - p_2 + \alpha q_1$$

donde $0 < \alpha < 1$. Suponga que los costos son cero. El problema del monopolio es maximizar la suma de las utilidades sobre los dos períodos (suponga que $\delta = 1$). Calcule los precios, cantidades y utilidades de equilibrio. Compare el resultado con el caso de una empresa que maximiza las utilidades período a período y no toma en cuenta las externalidades de red.

9. Considere un monopolio que produce dos bienes. La demanda por el bien 1 depende sólo de su precio, pero la demanda por el bien 2 cae con las ventas del bien 1. Los costos de producción del bien 1 dependen sólo de su producción, pero los costos del bien 2 aumentan con la producción del bien 1. La forma funcional de la demanda es:

$$p_1 = f(q_1)$$
$$p_2 = g(q_1, q_2)$$

Y la forma funcional de los costos es:

$$c_1 = c(q_1)$$
$$c_2 = c(q_1 + q_2)$$

   a) Encuentre las condiciones de primer orden para el monopolio e interprete sus resultados.
   b) Considere ahora, las siguientes formas funcionales específicas y resuelva en forma explícita para obtener la utilidad del monopolio.

Demanda	Costos
$p_1 = a - bq_1$	$c_1 = cq_1$
$p_2 = a - b(q_1 + q_2)$	$c_2 = c(q_1 + q_2)$

   c) Compare los beneficios que obtendrían dos monopolios maximizando independientemente, con las mismas demandas y costos, si $a = 4$, $b = 1$, $c = 1$.

10. Explique y resuelva:

   a) Encuentre el margen de Lerner de un monopolio con costos $C(q) = cq$ y que enfrenta una demanda dada por $D(p) = 1 - p$.
   b) Encuentre el margen de Lerner para un monopolio con demanda $d(p) = kp^{-\varepsilon}$ y los costos del caso anterior.
   c) Muestre que un monopolio nunca opera donde $\varepsilon < 1$. Explique.
   d) Supongamos que se desea que el monopolio se comporte en forma eficiente. Muestre que para que esto suceda, es necesario subsidiar al monopolio en $t/(p + t) = -1/\varepsilon$. ¿Por qué cree que usted que estos subsidios no son comunes?
   e) Describa situaciones en las que un monopolio vende la unidad marginal de un bien a su costo marginal. ¿Es posible que un monopolio venda un producto bajo su costo marginal?

f) Frecuentemente se argumenta que uno de los beneficios de abrir la economía, es decir, bajar los aranceles, es la pérdida de poder de mercado de los monopolios, por lo que disminuiría el costo social. Comente y de un ejemplo gráfico.

g) Encuentre las condiciones para que una industria monopólica sea tan eficiente como una industria competitiva

11. Suponga que un monopolio en el mercado de los helados enfrenta una demanda inversa dada por $p(q) = a_i - bq$ y que su función de costos es $C(q) = cq$.

    a) Determine el precio, cantidad y utilidades del monopolista para $a_i = A$.

    b) Como el mercado de los helados es muy volátil, ya que depende de que tan caluroso sea el período en cuestión, el monopolista no tiene incertidumbre en la demanda. Es decir sabe que con probabilidad r será $p(0) = a_1$ y con $1 - r$ será $p(0) = a_2$. Determine la cantidad producida por el monopolio, cuales serán los precios y utilidades en cada caso?

    c) Una prestigiada consultora ofrece hacer un estudio que predecirá con seguridad cuál será el parámetro sobre el que hay incertidumbre. Cuanto es lo máximo que estará dispuesto a pagar el monopolio (Ayuda: Note que lo obtenido en la parte a) es generalizable)

12. Una empresa es monopolista en un mercado con una función de demanda inversa (en cada período) de $p(q) = a - bq$. El costo por unidad en el primer período es c_1 y en el segundo es $c_2 = c_1 - mq_1$, donde q_1 es la cantidad producida en el primer período. Asuma que $a > c$ y $b > m$. Suponga además que le monopolista no descuenta el futuro.

    a) Cuál es el nombre de la característica particular que presenta el modelo?. De ejemplos de industrias donde este efecto exista.

    b) Cuál será la producción del monopolio en cada período?

    c) Que producción determinaría un planificador social benevolente que controlase al monopolio?. Tiene sentido fijar el precio igual al costo marginal en el primer período? Por qué?

    d) Dado que el planificador fija solo q_1. Haría que el monopolio aumentase ligeramente la producción con respecto a la encontrada en a)?. De una intuición al respecto.

13. Un monopolista opera en un mercado con función de demanda inversa dada por $p(q)$. El monopolista hace dos elecciones:

    - Cuánto invertir en reducir sus costos I
    - Cuánto producir

    Si el monopolista invierte I en reducción de costos, su costo marginal (constante) es igual a $c(I)$ con $c'(\cdot) < 0$ y $c''(\cdot) > 0$. Asuma, a lo largo de todo el problema, que la función objetivo del monopolista es cóncava en q e I.

    a) Plantee el problema del monopolista. Encuentre las condiciones de primer orden e interprételas.

    b) Compare las elecciones del monopolista con las que haría un planificador social benevolente que puede controlar tanto I como q (una comparación de *primer óptimo*).

    c) Compare las elecciones del monopolista con las que haría un planificador social benevolente que puede controlar I pero no q (una comparación de *segundo óptimo*). Suponga que primero el planificador social elige I y luego el monopolista elige q.

Solución

a) El problema que resuelve el monopolista es:

$$\max_{I,q} p(q)q - C(I)q - I \tag{5.15}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} I &: -C'(I)q = 1 \\ q &: p(q) + qp'(q) - C(I) = 0 \end{aligned} \tag{5.16}$$

La primera condición establece que la disminución marginal de costos totales ($C\prime(I)q$) debe igualar el costo de realizarla (en este caso 1), es decir, se invertirá en reducción de costos hasta que el beneficio marginal de invertir sea igual al costo de la inversión marginal (que es 1).
La segunda condición de primer orden es la clásica solución del monopolio: El costo marginal debe ser igual al ingreso marginal.

b) Un planificador social benevolente resolvería el siguiente problema (ver figura 5.2):

$$\max_{I,q} \int_0^q (p(x) - C(I))\, dx - I = \int_0^q p(x)dx - C(I)q - I \tag{5.17}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} I &: -C'(I)q = 1 \\ q &: p(q) - C(I) = 0 \end{aligned} \tag{5.18}$$

La primera condición es exactamente la misma que la que elige el monopolio. Este resultado no es demasiado sorprendente: un monopolio siempre trata de maximizar el tamaño de la "torta" antes de adueñársela. Sin embargo, dado que los niveles de producción son distintos, la inversión del monopolio será menor que la socialmente óptima.
La segunda condición de primer orden es el óptimo desde el punto de vista social: el precio debe igualar al costo marginal[3].

c) En este caso, el monopolista resuelve

$$\max_{q} p(q)q - C(I)q - I \tag{5.19}$$

La condición de primer orden es:

$$p(q) + qp'(q) - C(I) = 0 \tag{5.20}$$

Es decir, la condición de costo marginal igual a ingreso marginal. Llamando $q_m(I)$ a la solución del monopolio, el PSB resolverá:

[3] Es bueno recordar que al planificador social no le importa el tema de la redistribución, aunque esta es muy importante a la hora de implementar la regulación, Por qué?: No pusimos ninguna restricción de financiamiento, por lo que el monopolio quebraría. Para solucionar este problema es necesario redistribuir riqueza desde los consumidores al monopolio.

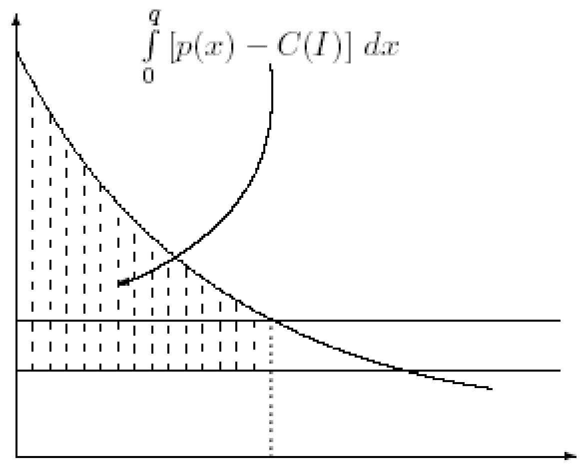

Figura 5.2: El Excedente y la inversión.

$$\underset{I}{máx} \int_0^{q_m(I)} (p(x) - C(I))\, dx - I \tag{5.21}$$

La condición de primer orden (que se complica algo ya que q_m es una función de I) es:

$$p(q_m)q_m' - C'q_m - Cq_m' - 1 = 0 \tag{5.22}$$

Reordenando

$$-C'q_m = 1 - (p(q_m) - C)\, q_m' \tag{5.23}$$

Ahora bien, de la condición de primer orden del monopolio:

$$p(q_m)'q_m + p(q_m) = C \tag{5.24}$$

Diferenciando absolutamente con respecto a I, se obtiene:

$$p(q_m)''q_m'q_m + p(q_m)'q_m' + p(q_m)'q_m' = C' \tag{5.25}$$

Luego:

$$q_m' = \frac{C'}{p(q_m)''q_m + 2p(q_m)'} \tag{5.26}$$

Notando que $C' < 0$ tenemos que siempre que el ingreso del monopolio sea cóncavo en q_m (es decir, $p''(q_m)q_m + 2p'(q_m) < 0$) entonces $-C'q_m < 1$ lo que implica que el PSB decide invertir más que en el caso monopólico puro, para forzar al monopolio a producir más en el equilibrio. Sin embargo, esta inversión aún es menor que en el primer óptimo por cuanto el nivel de producción final es menor y la inversión es costosa.

14. Suponga que en el país de Diilandia existe un monopolio en el mercado de los libros para estudiantes que cursan el ramo de Organización Industrial en la Universidad local. El monopolio sabe que la función de demanda inversa en el primer semestre es $P(q_1) = a - q_1$ y que en el segundo semestre es $P(q_2) = a - q_2 - bq_1$, con $b < 1$. El monopolio no descuenta el futuro.

    a) ¿Cuál será la producción, precios y utilidades si el monopolista maximiza en cada período de manera independiente?

    b) ¿Cuál será la producción, precios y utilidades si el monopolio maximiza intertemporalmente?

    c) ¿Qué le conviene más?, por qué?

    d) ¿Qué particularidad tiene el bien?, ¿Cómo solucionan el problema las editoriales?

    Solución

    a) Si el monopolio maximiza utilidades en cada período de manera independiente tenemos que:

    - Primer período

    $$\pi_1 = (a - q_1)q_1 \Rightarrow \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2q_1 = 0 \Leftrightarrow q_1 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow p_1 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow \pi_1 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \tag{5.27}$$

    - Segundo período

    $$\begin{aligned} \pi_2 = (a - q_2 - bq_1)q_2 \Rightarrow \frac{\partial \pi_{21}}{\partial q_2} = a - 2q_2 - bq_1 = 0 \Leftrightarrow q_2 = \frac{a - bq_1}{2} = \frac{a\,(2-b)}{4} \\ \Leftrightarrow p_1 = \frac{a}{4}\,(2-b) \Leftrightarrow \pi_2 = \left[\frac{a}{4}\,(2-b)\right]^2 \end{aligned} \tag{5.28}$$

    Por lo tanto las utilidades totales serán

    $$\pi_{total} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left[\frac{a}{4}\,(2-b)\right]^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{(2-b)^2}{4}\right] \tag{5.29}$$

    b) En este caso al monopolio le interesa maximizar las utilidades de manera conjunta

    $$\underset{q_1,q_2}{m?x}\pi = (a - q_1)q_1 + (a - q_2 - bq_1)q_2$$

    Las condiciones de primer orden son

    $$\begin{aligned} q_1 : \frac{\partial \pi}{\partial q_1} = a - 2q_1 - bq_2 = 0 \\ q_2 : \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = a - 2q_2 - bq_1 = 0 \end{aligned} \tag{5.30}$$

    Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, por lo que el sistema tiene solución[4] y estas son $q_1 = \frac{a}{2+b}$ y $q_2 = \frac{a}{2+b}$. Reemplazando encontramos los precios $p_1 = \frac{a(1+b)}{2+b}$ y $p_2 = \frac{a}{2+b}$. Las utilidades serán $\pi = \frac{a^2}{2+b}$.

[4] En estricto rigor deberíamos también exigir que las ecuaciones sean linealmente independientes.

c) Las utilidades serán mayores en el caso en que considera la externalidad que genera su propia producción, ya que esta será su competencia en el segundo período. Luego puede restringir la competencia disminuyendo la producción en 1. En efecto

$$\pi_2 > \pi_1 \Leftrightarrow \frac{a^2}{2+b} > \left(\frac{a}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{(2-b)^2}{4}\right] \Leftrightarrow \frac{1}{2+b} > \frac{1}{4}\left[1 + \frac{(2-b)^2}{4}\right] \tag{5.31}$$

$$\Leftrightarrow 16 > (2+b)\left[4 + (2-b)^2\right] \Leftrightarrow 16 > 8 + 4b + (2-b)(4-b^2) \tag{5.32}$$

$$\Leftrightarrow 8 > 4b + 8 - 2b^2 - 4b + b^3 \Leftrightarrow 0 > -2b^2 + b^3 \Leftrightarrow 0 > b^2(b-2) \tag{5.33}$$
$$\Leftrightarrow 0 > b - 2 \Leftrightarrow b < 2$$

Y esta última condición se cumple porque $b < 1 => b - 2 < 0$. Es decir teníamos razón en nuestra intuición, las utilidades son mayores considerando la externalidad[5].

d) Este bien es duradero, lo que significa que puede ser revendido (por ejemplo un auto, un libro, etc). Las editoriales solucionan sacando nuevas ediciones continuamente, un claro ejemplo son los libros escolares que se "renuevan" (entre comillas porque no sabemos que tanto cambian los contenidos entre ediciones) cada muy pocos años, con lo que impiden que los libros antiguos sean competencia de los nuevos.

15. El mercado aéreo mundial es muy particular. El derecho a servir una ruta (por ejemplo: Santiago-Miami) se negocia bilateralmente entre países. Frecuentemente se restringe el número de frecuencias, el tipo de avión que puede volar y la nacionalidad de las líneas aéreas. Así, claramente en ese mercado no existe libre entrada.

    En los últimos años, muchas líneas aéreas han cerrado alianzas. Entre otras cosas, una alianza implica que las compañías comparten utilidades y, desde el punto de vista del pasajero es casi equivalente volar en cualquier línea miembro de una alianza. Por ejemplo, los pasajeros acumulan millas conjuntamente, no es necesario recoger el equipaje al cambiarse de línea, etc. Se puede distinguir dos tipos de alianzas, la *horizontales* en que se alían aerolíneas que sirven las mismas rutas (por ejemplo, Santiago-Miami en el caso de Lan y American) y *verticales* en que los aliados sirven rutas distintas pero que se conectan entre sí (por ejemplo, Santiago-San Francisco servido por American y luego San Francisco-Singapur servido por Singapur Airlines).

    Las alianzas han despertado cierta preocupación porque, se afirma, podría facilitar la colusión entre aerolíneas, que así podrían cobrar más caro. Un estudio reciente de dos economistas americanos, examinó el efecto que las alianzas tenía sobre el precio de los pasajes. Encontraron que cuando la alianza era horizontal el precio de los pasajes aumentaba, pero cuando era vertical, el precio bajaba.

    a) Usando sus conocimientos de la teoría de monopolios, explique por qué el precio de los pasajes aumenta cuando la alianza es horizontal, pero disminuye cuando es vertical.

    b) La evidencia que encontraron los dos economistas ¿es consistente con mercados perfectamente competitivos? Justifique su respuesta.

    c) Suponga que ahora se liberaliza el mercado aéreo internacional y hay libre entrada en todas las rutas ¿Debería bajar los precio en todas las rutas? ¿Sólo en aquellas en que las alianzas horizontales son predominantes? ¿En aquellas en que las alianzas son predominantemente verticales? Justifique su respuesta.

[5] Esto se debe a que es una "autoexternalidad".

16. Suponga dos monopolistas sucesivos en una cadena de producción-distribución. Suponga que los costes marginales del productor I son constantes e iguales a $c = 2$ y los del distribuidor F son iguales al precio fijado por el productor (que llamaremos w). La función de demanda para el distribuidor es $q(p) = 10 - p$, donde p es el precio fijado por el distribuidor

    a) Calcule precio y cantidad vendidos del bien cuando no hay integración vertical entre el productor y el distribuidor.

    b) Calcule precio y cantidad vendidos del bien cuando el productor integra hacia adelante al distribuidor.

    c) Analice gráficamente los incentivos del productor a integrar hacia adelante.

    d) Defina el fenómeno de la doble marginalización. ¿Resuelve la integración vertical este problema?

    e) Analice gráficamente los efectos de la integración vertical sobre el excedente del consumidor..

17. Dos empresas ($i = 1, 2$) producen un bien cada una, a un costo marginal c_i ($i = 1, 2$). Cada empresa tiene poder de monopolio en la producción de su bien. Los bienes son complementarios perfectos. La curva de demanda es $q = D(p)$, donde $p = p_1 + p_2$ es el precio del bien compuesto y p_i es el precio del bien i ($i = 1, 2$). Sea $c = c_1 + c_2$.

    a) Reinterprete las variables de manera que demuestren que el caso de un único bien producido por un fabricante y distribuido por el detallista encaja en este modelo.

    b) Suponer (de aquí en adelante) que la elasticidad de la demanda, $\epsilon = -D\prime p/D$, es, para simplificar los cálculos, constante. ¿Cuál es el óptimo p para la estructura horizontal integrada?

    c) Considerar la estructura no integrada. Suponer que la empresa 1 elige su precio primero y tiene en cuenta el efecto que su elección supondrá en el precio de la empresa 2. Demostrar que el índice de Lerner es más alto que bajo integración. Concretamente, demostrar que:

    $$p = \frac{c}{(1 - \frac{1}{\epsilon})^2}$$

    d) Suponer ahora que las dos empresas eligen sus precios simultáneamente (Imaginar que cada empresa maximiza su beneficio una vez conocido el precio de la otra firma). Demostrar que el índice de Lerner es incluso más alto que en el caso de la elección secuencial de precios. Concretamente, demostrar que:

    $$p = \frac{c}{(1 - \frac{2}{\epsilon})}$$

18. Una de las sugerencias para evitar la depredación de los recursos naturales, en particular en el sector pesquero, es licitar un derecho monopólico sobre las aguas (derecho de explotación exclusiva de las costas).

    a) ¿Por qué esto puede ser razonable en el sector pesquero? (Ayuda: compare con el equilibrio competitivo)

    b) Cuál es la gracia de licitar el derecho?, garantiza esto que gane el operador más eficiente?

19. Suponga que un monopolio con costo marginal constante

a) Con un gráfico simple explique cómo elige su precio un monopólio y señale en el gráfico la pérdida social que genera un monopolio y la renta del monopolio

b) Explique breve e intuitivamente qué significan ambos conceptos. En su respuesta explique qué es una renta económica.

20. Antes de la unificación alemana de mediados del siglo XIX, existían muchos principados independientes. Cada uno de los que limitaba con el Rin, un río navegable, imponía un peaje monopólico sobre la navegación. Suponga que hay N principados en el Rin, y que un barco con un cargamento de barriles de cerveza con un costo de producción c por unidad debe pagar un peaje t_1 para entrar al primer principado, un peaje t_2 para pasar al segundo principado, y así sucesivamente, pagando t_i para pasar al principado i. Cada principado i elige su peaje conociendo los peajes $j = 1, ..., i$-1. El exportador decide el precio de venta p en el principado N, dada la demanda $q(p) = 1 - p$, y su ganancia, por lo tanto, es $p - \sum_{i=1}^{n} t_i - c$. por unidad.

    a) Suponga que $N = 1$; usando inducción hacia atrás, encuentre el peaje del principado, el precio final y la utilidad de la cervecera y del principado.

    b) Suponga que los principados se unen para formar un imperio y que el emperador compra la planta cervecera para sí. Compare precios, utilidades y excedente de los consumidores con el caso anterior.

    c) Suponga que $N = 2$, encuentre los peajes de los principados, el precio final y la utilidad de la cervecera y de los principados.

    d) Encuentre una expresión para el peaje en cada principado cuando hay N principados.Muestre que si $N \to \infty$ el transporte desaparece. ¿Cuánto es el excedente del consumidor?

21. Suponga que la compañía Frigolux anuncia un refigerador revolucionario, que usando poca energía, es capaz de mantener la comida fresca durante años. La compañía ofrece a la venta su producto con una campaña en la que anuncia que no bajará los precios, y que si lo hace, compensará la diferencia de precios a quienes hayan comprado el refrigerador antes de la reducción de precio. ¿Cuál es la motivación que explica la campaña de Frigolux?

22. Llama la atención que el Café Universitario cobre precios bastante altos (por ejemplo, una vienesa italiana cuesta \$610, mientras que en la Alameda se vende a \$490 en locales equivalentes), a pesar que los ingresos no son altos en este sector. Seguramente, en gran medida esto se debe a que no hay muchas fuentes de soda cerca, y en esta pregunta se le pide desarrollar un modelo para parametrizar el poder de mercado que la distancia le da al Café Universitario.

    Suponga que una masa de consumidores de vienesas italianas cuya densidad es igual a 1 se distribuyen uniformemente sobre una línea entre Blanco Encalada y la Alameda. Para simplificar suponga que la distancia entre Blanco Encalada y la Alameda es igual a L y que entre las dos calles no hay fuentes de soda. Cada consumidor quiere consumir a lo más una vienesa. La utilidad que obtiene es equivalente a v pesos, menos t pesos por cada metro que tenga que caminar para llega al local que la venda y menos el precio que pague por la vienesa. El precio de las vienesas italianas en la Alameda es p y el costo de producirla en cualquier parte es c.

    a) Suponga que el Café Universitario cobra p^m por una vienesa. Encuentre la utilidad que obtiene un consumidor ubicado en x si se va a comer la vienesa en el Café Universitario. Luego encuentre la utilidad que obtiene si camina hasta la Alameda para comerse su vienesa. Finalmente, encuentre la ubicación del consumidor a quien le es indiferente ir a la Alameda o al Café Universitario.

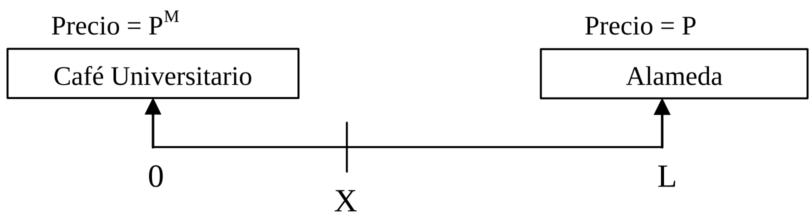

Figura 5.3: Café Universitario.

b) Encuentre la demanda que enfrenta el Café Universitario en función de su precio, el costo de transporte t, la distancia de la Alameda L y el precio de las vienesas en la Alameda, p. **Ayuda:** recuerde que la demanda es simplemente la cantidad de consumidores que prefieren ir al Café Universitario.

c) Dada la demanda, obtenga el precio que maximice las utilidades del Café Universitario. Luego explique por qué el poder de mercado del Café depende de la distancia de los competidores.

d) Estime el costo de transporte notando que la Alameda está a 1.000 metros y suponiendo que el precio de la Alameda es competitivo.

Solución

a) Sabemos que la densidad es 1, el costo de transporte por unidad de distancia es t y el costo de producir una vienesa italiana es c para cada Fuente de Soda (figura 5.3).

Dado lo anterior podemos identificar las utilidades para los consumidores de cada una de las Fuentes de Soda.

$$Utilidad_{CafeUniversitario} = v - xt - P^M$$
$$Utilidad_{Alameda} = v - (L - x)t - P$$

Para poder ver la ubicación de los consumidores indiferentes se deben igualar ambas utilidades:

$$Utilidad_{CafeUniversitario} = Utilidad_{Alameda}$$
$$v - (L - x)t - P = v - xt - P^M$$

Con esto tenemos que la distancia es:

$$X^* = \frac{L}{2} + \frac{(P - P^M)}{2t}$$

El resultado confirma el hecho que la distancia de indiferencia debe estar más cerca al Café Universitario dado que el precio que cobra por una vienesa italiana es mayor.

b) Para poder encontrar la demanda que enfrenta el Café Universitario, basta con encontrar la cantidad de consumidores que prefieren consumir en esta Fuente de Soda. El resultado se obtiene integrando la cantidad de consumidores entre la ubicación del Café Universitario y la distancia de indeferencia obtenida en Además sabemos que la densidad es 1.

$$\int_0^{\frac{L}{2}+\frac{(P-P^M)}{2t}} dq = \frac{L}{2} + \frac{(P-P^M)}{2t}$$

Por lo tanto la demanda esta dada por la siguiente expresión:

$$Q^D = \frac{L}{2} + \frac{(P-P^M)}{2t}$$

c) El problema que resuelve el Café Universitario es:

$$\underset{P^M}{M?x} P^M Q^D - cQ^D$$

$$\underset{P^M}{M?x}(P^M - c)(\frac{L}{2} + \frac{(P-P^M)}{2t})$$

Derivando:

$$\frac{\partial (P^M - c)(\frac{L}{2} + \frac{(P-P^M)}{2t})}{\partial P^M} = 0$$

$$\frac{L}{2} + \frac{P}{2t} - \frac{P^M}{t} + \frac{c}{2t} = 0$$

Siendo el precio del Café Universitario:

$$P^M = \frac{1}{2}(Lt + P + c) \tag{5.34}$$

Con este resultado podemos identificar que el poder de mercado del Café Universitario depende de la distancia de los competidores, ya que su precio aumenta a medida que los competidores se encuentran más lejos de su ubicación.

d) El costo de transporte es t, siendo este el que se desea estimar, despejando de (5.34)

$$\frac{2P^M - P - c}{L} = t$$

Sabiendo que el Café Universitario cobra 610 y la Alameda 490 por una vienesa italiana, que $L = 1000$, tenemos que:

$$\frac{1220 - 490 - c}{1000} = t$$

Además podemos suponer que la Alameda se comporta competitivamente, por lo que

$$P_{Alameda} = CMg = c = 490$$

Luego $t = 0{,}24$

Capítulo 6

Monopolio y discriminación

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.

   a) Arbitraje - Discriminación de precios

   b) Discriminación de segundo grado - Tarifa de dos partes

   c) Discriminación de Segundo Grado - Arbitraje

   d) Eficiencia - tarifa no lineal óptima

2. Responda las siguientes preguntas:

   a) Describa las distintas formas de discriminación de un monopolista y explique las circunstancias en las que el monopolista prefiere utilizar:
   - Precio uniforme.
   - Tarifa de dos partes.
   - Tarifa no lineal óptima.

   b) Es interesante observar que los esquemas de tarificación difieren en diferentes actividades. Describa el tipo de discriminación de precios y porque se usa (o no se usa) en los siguientes sectores:
   - Un cine durante un día normal.
   - El teatro municipal
   - Restaurantes con buffet (se puede comer cuanto se desea).
   - Micros con pasajes especiales para ancianos.

   c) Para una línea aérea monopólica, poder discriminar en precios mediante distintos tipos de calidad de servicio aumenta sus ganancias al poder extraer una fracción mayor del excedente de los consumidores. ¿Significa esto que los consumidores estarían mejor si no fueran discriminados? Entre los consumidores, ¿quiénes estarían mejor y quienes peor?

   d) ¿Por qué no es siempre posible utilizar esquemas de discriminación de precios no lineales, a pesar que le dan más beneficios al vendedor?

   e) Explique cuáles son los efectos sobre la eficiencia de un monopolista que realiza discriminación perfecta de precios. Compare esta situación, desde el punto de vista de la eficiencia, con la de un monopolista que no puede realiazr discriminación dado que existe arbitraje entre los consumidores.

   f) Explique por qué el comportamiento médico de cobrar en base a los ingresos de los pacientes es bueno para los médicos y es socialmente mejor que cobrar un precio único.

3. Considere el mercado de las hamburguesas. Las demandas totales por los hombres y las mujeres vienen dadas por $x_h(p) = a - \theta_h p$ y $x_m(p) = a - \theta_m p$ respectivamente, donde $\theta_h < \theta_m$. El costo de una hamburguesa es c.

   a) Suponga que el mercado es competitivo. Encuentre el precio y cantidad producida en equilibrio.

   b) Para el resto de la pregunta, asuma que existe un monopolio de hamburguesas. Si el monopolio no puede discriminar entre hombres y mujeres, calcule el precio de equilibrio. ¿Bajo que condiciones, tanto hombres como mujeres, consumen una cantidad positiva de hamburguesas?

   c) Asuma, por el momento, que el monopolio ha producido una cantidad X de hamburguesas. ¿Cuál es la distribución entre hombres y mujeres que maximiza el bienestar?

   d) Suponga, ahora, que el monopolio puede discriminar. Calcule los precios que cobrará. Compare el bienestar social total del monopolio discriminante con el del monopolio no discriminante cuando hay consumo positivo por hombres y mujeres (parte *b*)). Relacione su conclusión con la respuesta de la parte (*c*). ¿Qué pasa con el bienestar cuando se tiene el caso de monopolio no discriminante en que sólo un grupo consume hamburguesas?

4. En los años 60 la IBM era la empresa líder en el mercado de los computadores. En ese entonces arrendaba los equipos y cobraba por separado las tarjetas que sean necesarias para operarlos. El contrato típico consistía en un canon de arriendo, que dependía sólo del tipo de equipo, y no de la empresa que lo arrendara. Arrendar el equipo daba derecho a comprar cuantas tarjetas de IBM el cliente quisiera a un precio por unidad fijado por la IBM y que no dependía del número de tarjetas compradas. Un computador IBM sólo podía usarse con tarjetas IBM.

   Suponga que las utilidades anuales de cada empresa que demanda servicios de computación son:

   $$2\theta x^{1/2} - (a + px)$$

   donde x es el número de tarjetas usadas, a es el arriendo pagado anualmente por la empresa y p es el precio cobrado por tarjeta. Suponga además que el costo unitario de producir es constante e igual a c.

   a) Demuestre que si la IBM puede discriminar perfectamente entre sus clientes entonces (i) $p = c$; (ii) $a(\theta) = \frac{\theta^2}{c}$. Luego explique brevemente que condiciones deben darse para que un monopolista pueda discriminar en primer grado.

   Para responder el resto de la pregunta suponga que la mitad de los consumidores son de baja demanda ($\theta = 1$), y la otra mitad es de alta demanda ($\theta = 2$). Además $c = 1$.

   b) ¿Bajo qué condiciones de arbitraje e información se puede cobrar una tarifa en dos partes? ¿Qué explica que la IBM no discriminara en segundo grado?.

   c) Escriba el problema que resuelve IBM, y las restricciones de participación e incentivo que enfrenta.

   d) Encuentre la tarifa en dos partes óptima.

   Solución

   a) Se tiene que la utilidad de una empresa i cualquiera está dado por

   $$\Pi_i = 2\theta x_i^{1/2} - (a + px_i)$$

   Cada empresa desea maximizar sus utilidades. Luego se encuentra x^*óptimo haciendo

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow 2\theta \cdot \frac{1}{2} x_i^{-1/2} - p = 0 \tag{6.1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_i^{-1/2} = \tfrac{p}{\theta} \quad \wedge \quad p, \theta > 0 \tag{6.2}$$

$$\Rightarrow x^* = \frac{\theta^2}{p^2} \tag{6.3}$$

Debido a que IBM puede discriminar perfectamente, extrae por completo el excedente de los consumidores. Luego:

$$\Pi_i = 2\theta x_i^{1/2} - (a + p x_i) = 0$$

Ahora reemplazamos x_i por x^* óptimo de la ecuación (6.3) y luego despejamos a.

$$2\theta \left(\frac{\theta^2}{p^2} \right)^{1/2} - (a + p\frac{\theta^2}{p^2}) = 0 \Leftrightarrow a = 2\theta \cdot \frac{\theta}{p} - \frac{\theta^2}{p} \tag{6.4}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\theta^2}{p} \tag{6.5}$$

Por otro lado, las utilidades de IBM están dadas por Por

$$\Pi_{IBM} = (a + px) - cx$$

Pero se sabe que las empresas demandarán x^* óptimo (6.3) y que el valor fijo a que se debe cobrar está dado por la ecuación (6.5), por lo que las utilidades de IBM quedan de la siguiente forma:

$$\Pi_{IBM} = (a + px) - cx = a + (p - c)x^* = \frac{\theta^2}{p} + (p - c)\frac{\theta^2}{p^2} \tag{6.6}$$

$$\Leftrightarrow \Pi_{IBM} = 2\frac{\theta^2}{p} - c \cdot \frac{\theta^2}{p^2} \tag{6.7}$$

Por su parte, la empresa IBM también desea maximizar sus utilidades.

$$\frac{\partial \Pi_{IBM}}{\partial p} = -2\frac{\theta^2}{p^2} + 2c \cdot \frac{\theta^2}{p^3} = 0 \tag{6.8}$$

$$\Leftrightarrow 2\frac{\theta^2}{p^2} = 2c \cdot \frac{\theta^2}{p^3} \Leftrightarrow \frac{c}{p} = 1 \Leftrightarrow c = p$$

Al discriminar perfectamente, el monopolio cobrará por cada tarjeta un precio variable igual a sus costos marginales y cobrará una parte fija igual al excedente neto de cada consumidor al precio c. Esto se puede ver gráficamente en la figura 6.1.

Las condiciones que deben darse para que un monopolista pueda discriminar en primer grado (en forma perfecta) son:

1) Debe tener información sobre las preferencias de cada consumidor.

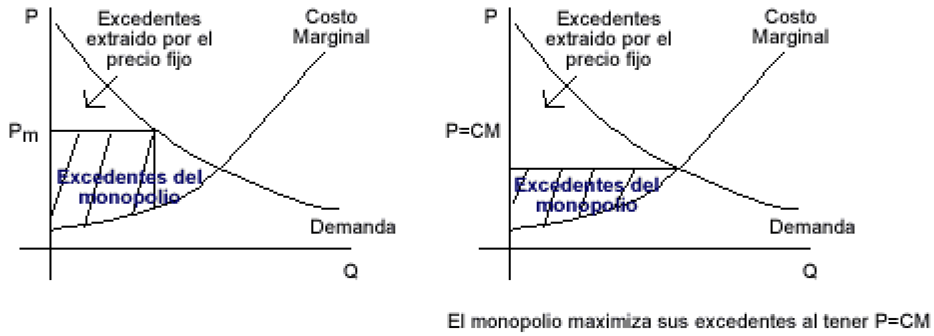

Figura 6.1: Discriminación del monopolio.

2) No debe existir arbitraje entre los consumidores.

b) Para que la tarifa en 2 partes sea factible se deben cumplir las siguientes condiciones:

1) El monopolista debe ser capaz de impedir el consumo de alguien que no pague el costo fijo. Por ejemplo: que no ocurra que una persona pague la parte fija y revenda el bien.
2) El monopolista debe conocer las preferencias o función de utilidad de los distintos tipos de consumidores.

IBM no podría discriminar en segundo grado porque no sería capaz de quitar la reventa de las tarjetas.

c) En este caso, el problema que resuelve IBM es el siguiente

$$Max\Pi_{IBM} = \frac{1}{2} \cdot [(a + px_1) - cx_1] + \frac{1}{2} \cdot [(a + px_2) - cx_2] \tag{6.9}$$

sujeto a:

$$\Pi_1 = 2\theta_1 x_1^{1/2} - (a + px_1) \geq 0 \tag{6.10}$$

$$\Pi_2 = 2\theta_2 x_2^{1/2} - (a + px_2) \geq 0 \tag{6.11}$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = \theta_1 x_1^{-1/2} - p = 0 \tag{6.12}$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} = \theta_2 x_2^{-1/2} - p = 0 \tag{6.13}$$

Donde (6.10) y (6.11) son las restricción de participación, y (6.12) y (6.13) son las restricciones de incentivos.

d) La tarifa **a** debe ser tal que ambos consumidores estén dispuestos a pagar y que a la vez maximice las utilidades de IBM.

$$\Pi_{IBM} = \frac{1}{2} \cdot [(a + px_1) - cx_1] + \frac{1}{2} \cdot [(a + px_2) - cx_2] \tag{6.14}$$
$$\Rightarrow \Pi_{IBM} = a + (p - c) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x_1 + \frac{1}{2} \cdot x_2 \right)$$

Gráficamente se puede ver en la figura 6.2:

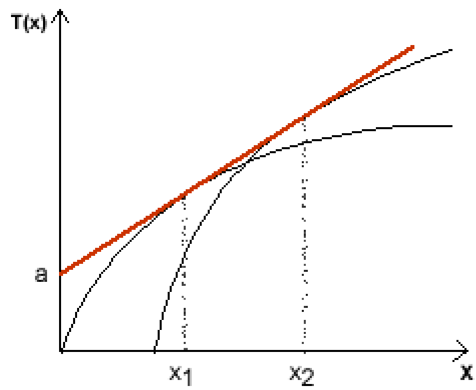

Figura 6.2: Condición de discrimnación.

Utilizando los datos y el resultado obtenido en la parte (a) tenemos que:

$$a = \frac{\theta_1^2}{p} = \frac{1}{p} \tag{6.15}$$

Así se le extrae todo el excedente al consumidor 1 y el consumidor 2 está dispuesto a pagar dicha suma.
Por la restricción (6.12) y (6.13) tenemos que:

$$x_1 = \tfrac{\theta_1^2}{p^2} \quad \wedge \quad x_2 = \tfrac{\theta_2^2}{p^2} \quad \therefore \quad x_1 = \tfrac{1}{p^2} \quad \wedge \quad x_2 = \tfrac{4}{p^2} \tag{6.16}$$

Reemplazando los diferentes resultados en la función utilidad de IBM obtenemos:

$$\Pi_{IBM} = \frac{1}{p} + (p - 1) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{p^2} \right) = \frac{7}{2p} - \frac{5}{2p^2} \tag{6.17}$$

Ahora se debe maximizar las utilidades de IBM para encontrar la tarifa óptima.

$$\frac{\partial \Pi_{IBM}}{\partial p} = \frac{-7}{2p^2} + \frac{5}{p^3} = 0 \Rightarrow \frac{7p^3}{2} = 5p^2 \Rightarrow p^{2p} = \frac{10}{7} \tag{6.18}$$

La tarifa quedó de la siguiente forma:

$$T = \frac{7}{10} + \frac{10}{7} \cdot x \tag{6.19}$$

5. En un lejano país existe un monopolio de la telefonía local: CTCENTEL (C). Esta única firma atiende un mercado en el que existen dos tipos de consumidores: los habladores (H) y los silenciosos (S). La demanda que enfrenta el monopolio en estos dos mercados es:

$$\begin{aligned} q_H &= a - p \\ q_S &= 1 - p \end{aligned}$$

con $a > 1$. La tecnología de telecomunicaciones tiene costo marginal cero. El problema, desde el punto de vista de la empresa, es que no es capaz de distinguir si un cliente determinado es H o S. Lo único que sabe es que la proporción de habladores es λ.

a) Suponga que puede cobrar un cargo fijo y un precio por su uso. Si CTCENTEL decide atacar solamente el mercado de los habladores, ¿Cuál es su utilidad? (Recuerde que el excedente de los consumidores cuando consumen q unidades mide la utilidad de consumir esas q unidades)

b) Suponga ahora que CTCENTEL decide atacar ambos segmentos del mercado, cobrando un único cargo fijo y un único precio por uso. ¿Cuál es su utilidad?

c) Describa la condición que haría que CTCENTEL prefiriera olvidarse de servir a los silenciosos cuando $a = 2$.

d) Suponga que CTCNTEL decide discriminar por auto-selección entre sus clientes. Escriba el problema que debe resolver CTCENTEL, indicando las restricciones de participación y de incentivos.

e) Resuelva el problema de auto-selección.

Solución

a) Si solamente se desea atender a los habladores, CTCENTEL debe resolver el problema de maximizar sus utilidades, sujeto a que los habladores estén interesados en participar, al mismo tiempo que los silenciosos no estén dispuestos a participar.

El Excedente de los consumidores tipo H es:

$$EC_H = \frac{1}{2}\ (a-t)\ q\ -\ F\ =\ \frac{1}{2}\ (a-t)\,(a-t)\ - F = \frac{1}{2}(a-t)^2 - F \tag{6.20}$$

Análogamente:

$$EC_S = \frac{1}{2}(1-t)^2 - F \tag{6.21}$$

El monopolio resuelve

$$Máx \lambda[F + t\ (a-t)] \tag{6.22}$$

$$\begin{aligned} sa\frac{1}{2}(a-t)^2 - F &\geq 0 \\ \frac{1}{2}(1-t)^2 - F &< 0 \end{aligned} \tag{6.23}$$

Planteamos el lagrangeano:

$$£ = \lambda\,[F + t(a-t)] + \gamma\left[\frac{1}{2}(a-t)^2 - F\right] - \mu\left[\frac{1}{2}(1-t)^2 - F\right] \tag{6.24}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{d\pounds}{dF} = \lambda - \gamma + \mu = 0 \Longrightarrow \gamma - \mu = \lambda \tag{6.25}$$

Por lo tanto γ >0, pues si $\gamma = 0$, implicaría que μ<0 lo cual no es posible.
La segunda condición es:

$$\frac{d\pounds}{dt} = \lambda(a - 2t) - \gamma(a - t) + \mu(1 - t) = 0 \tag{6.26}$$

De lo que se desprende que:

$$(\gamma - \mu)(a - 2t) - \gamma(a - t) + \mu(1 - t) = 0 \tag{6.27}$$

$$-\gamma t - \mu a + \mu t + \mu = 0 \tag{6.28}$$

$$t(\mu - \gamma) = \mu(a - 1) \tag{6.29}$$

Como $\mu - \gamma = -\lambda$ <0, entonces la única solución es $\mu = 0$ y $t = 0$, pues debe cumplirse que $\mu \geq 0$ y $t \geq 0$. Luego, como γ >0

$$F = \frac{1}{2}a^2 \tag{6.30}$$

Otra Alternativa es que dadas las restricciones del problema (Ver figura 6.3), se tiene que las utilidades son crecientes en F, entonces $F = \frac{1}{2}(a - t)^2$, y extraigo todo el excedente a los consumidores de tipo H, lo que nos lleva a $F = \frac{1}{2}a^2$. Por lo tanto las utilidades son:

$$\pi = \lambda\left[\frac{1}{2}a^2 + 0\right] = \frac{1}{2}\lambda a^2 \tag{6.31}$$

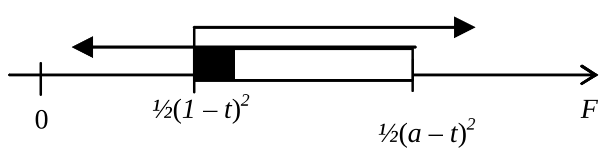

Figura 6.3: Posibles cargos fijos, caso 1.

b) En este caso el problema que resuelve el monopolio es:

$$M\acute{a}x \lambda[F + tq_H] + (1 - \lambda)[F + tq_S] \tag{6.32}$$

$$\begin{aligned} sa\frac{1}{2}(a - t)^2 - F &\geq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - t)^2 - F &\geq 0 \end{aligned} \tag{6.33}$$

Sabemos que en este caso $F = \frac{1}{2}(1 - t)^2$, ya que se le extrae todo el excedente a los de menor valoración (Ver figura 6.4).

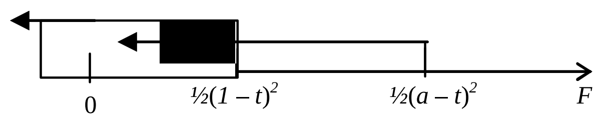

Figura 6.4: Posibles cargos fijos, caso 2.

$$\pi = \lambda[F + t\ (a - t)] + (1 - \lambda)[F + t\ (1 - t)] \tag{6.34}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi}{dt} &= \lambda[-(1-t) + (a-t) + t(-1)] + \ (1-\lambda)[-(1-t) + (1-t) + t(-1)] = \ 0 \quad (6.35) \\ &= -(1-t) - 2t + a\lambda + (1-\lambda) = 0 \end{aligned}$$

Luego $t = \lambda(a-1)$ y $F = \frac{1}{2}[1 - \lambda(a-1)]^2$. Luego las utilidades serán:

$$\begin{aligned} \pi &= \lambda\{\frac{1}{2}\,[1-\lambda(a-1)]^2 + \lambda(a-1)(a-\lambda(a-1))\} + (1-\lambda)\{\frac{1}{2}[1-\lambda(a-1)]^2 && (6.36) \\ &\quad +\lambda(a-1)(1-\lambda(a-1))\} && (6.37) \\ &= \frac{1}{2}[1-\lambda(a-1)]^2 + \lambda\{\lambda(a\ -1)(a\ -\lambda(a\ -1))\} + (1-\lambda)\{\lambda(a\ -1)(1-\lambda(a\ -1))\} \\ &= \frac{1}{2}[1-2\lambda(a-1)\ + \lambda^2(a-1)^2] + \lambda(a-1) \end{aligned}$$

De lo que se desprende que

$$\pi = \frac{1}{2}[1 + \lambda^2(a-1)^2] \tag{6.38}$$

c) Tenemos que comparar (6.31) con (6.38)

$$\frac{1}{2}\lambda a^2 > \frac{1}{2}[1 + \lambda^2(a\ -1)^2] \Leftrightarrow \lambda a^2 > 1 + \lambda^2(a\ -1)^2 \tag{6.39}$$

Reemplazando el que $a = 2$ llegamos a una ecuación cuadrática:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 1 < 0 \tag{6.40}$$

Cuya solución es $\lambda = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$ (Ver figura 6.5). Si consideramos que una $\lambda \leq 1$ nos quedaremos con sólo una de las raices

$$\lambda = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \tag{6.41}$$

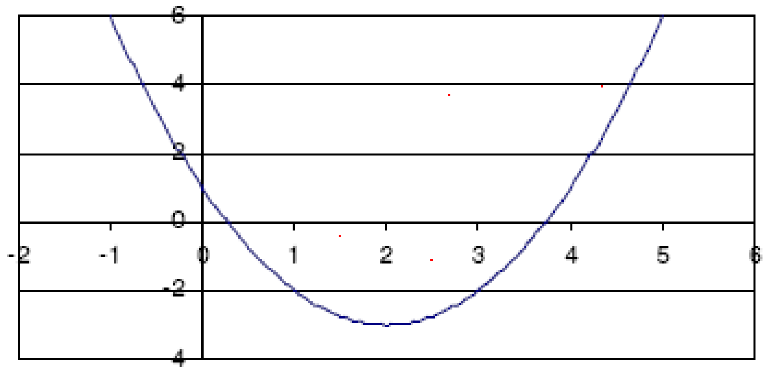

Figura 6.5: Condición para olvidarse de los "sileciosos"

d) El problema que resuelve el monopolista es

$$Max\lambda[F_H + t_H(a - t_H)] + (1-\lambda)[F_S + t_S(1 - t_S)] \tag{6.42}$$

$$sa\frac{1}{2}(a - t_H)^2 - F_H \geq 0 \tag{6.43}$$

$$\frac{1}{2}(1 - t_S)^2 - F_S \geq 0 \tag{6.44}$$

$$\frac{1}{2}(a - t_H)^2 - F_H \geq \frac{1}{2}(a - t_S)^2 - F_S \tag{6.45}$$

$$\frac{1}{2}(1 - t_S)^2 - F_S \geq \frac{1}{2}(1 - t_H)^2 - F_H \tag{6.46}$$

Las dos primeras restricciones son de participación y las siguientes son de incentivos. Cada una significa: (6.43) que la persona tipo H esté dispuesta a participar. (6.44): que la persona tipo S esté dispuesta a participar. (6.45): que la persona de tipo H no se haga pasar por una de tipo S. 6.46: que la persona de tipo S no se haga pasar por una de tipo H.

e) Sabemos que (6.43) es redundante, y la podemos eliminar de nuestro problema pues:

$$\frac{1}{2}(a-t_H)^2 - F_H \geq \frac{1}{2}(a-t_S)^2 - F_S \geq \frac{1}{2}(1-t_S)^2 - F_S \geq 0 \tag{6.47}$$

Planteamos el lagrangeano:

$$\begin{aligned} \pounds &= \lambda[F_H + t_H(a-t_H)] + (1-\lambda)[F_S + t_S(1-t_S)] + \gamma[\frac{1}{2}(1-t_S)^2 - F_S] \qquad (6.48) \\ &+\mu[\frac{1}{2}(a-t_H)^2 - F_H - \frac{1}{2}(a-t_S)^2 + F_S] + \delta[\frac{1}{2}(1-t_S)^2 - F_S - \frac{1}{2}(1-t_H)^2 + F_H] \end{aligned}$$

De las condiciones de primer orden:

$$\frac{d\pounds}{dF_H} = \lambda - \mu + \delta = 0 \Rightarrow \mu - \delta = \lambda \tag{6.49}$$

De lo que se desprende que $\mu>0$, pues si $\mu=0$, implicaría que $\delta<0$ lo cual no es posible.

$$\frac{d\pounds}{dF_S}=1-\lambda-\gamma+\mu-\delta=0\Rightarrow\gamma=1>0 \tag{6.50}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\pounds}{dt_H} &= \lambda(a-2t_H)-\mu(a-t_H)+\delta(1-t_H)=0 \\ &= (\mu-\delta)(a-2t_H)-\mu(a-t_H)+\delta(1-t_H)=0 \\ &= -\mu t_H-\delta a+\delta t_H+\delta=0\end{aligned} \tag{6.51}$$

Luego $t_H(\delta-\mu)=\delta(a-1)$.Como $\delta-\mu=-\lambda<0$, entonces la única solución es $\delta=0$ y $t_H=0$, pues debe cumplirse que $\mu\geq0$ y $t\geq0$. Entonces $\mu=\lambda$.

$$\begin{aligned}\frac{d\pounds}{dt_S} &= (1-\lambda)(1-2t_S)-\gamma(1-t_S)+\mu(a-t_S)-\delta(1-t_S)=0 \\ &= (1-\mu+\delta)(a-2t_H)-(1-t_S)+\mu(a-t_S)-\delta(1-t_S)=0 \\ &= (1-\lambda)(a-2t_H)-(1-t_S)+\lambda(a-t_S)=0 \\ &= -t_S+\lambda t_S+\lambda a-\lambda=0\end{aligned} \tag{6.52}$$

por lo tanto $t_S=\frac{\lambda(a-1)}{(1-\lambda)}$, y como $\gamma>0$

$$\begin{aligned}F_S &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{\lambda(a-1)}{1-\lambda}\right)^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1-\lambda-\lambda a+\lambda}{1-\lambda}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1-\lambda a}{1-\lambda}\right)^2\end{aligned} \tag{6.53}$$

Como $\mu>0$

$$\begin{aligned}F_H &= \frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1-\lambda a}{1-\lambda}\right)^2-\frac{1}{2}\left(a-\frac{\lambda(a-1)}{(1-\lambda)}\right)^2 \\ &= \frac{1+2\lambda a^2-2\lambda^2a^2-4\lambda a+4\lambda^2a-\lambda^2}{2\left(1-\lambda\right)^2}\end{aligned} \tag{6.54}$$

Otra solución es decir, directamente que (6.44) y (6.45) son activas, pues sabemos que en este tipo de problema quien tiene incentivos para elegir otro plan es los de alta valoración (habladores) y que para esto empeoramos el plan de los silenciosos (para que sea menos atractivo).

6. Considere un monopolio de telefonía local con dos tipos de clientes, suscriptores locales y compañías de larga distancia. La demanda por servicios locales es $X^l=\alpha p_l^{-\xi 1}$; la demanda por los servicios de larga distancia es $X^d=\beta p_d^{-\xi 2}$. El costo de la red local es de \$$c$ por minuto de uso, independientemente de si se trata de una llamada local o de larga distancia. El costo por minuto de producir una llamada de larga distancia es de \$$d$.

a) Suponga que por usar su red la compañía de telefonía local cobra p^i por minuto a cada empresa de larga distancia. Encuentre el precio de equilibrio por minuto de una llamada de larga distancia.

b) Suponga ahora que el monopolio local puede cobrar precios distintos a los usuarios locales y a las compañías de larga distancia. Encuentre los precios de equilibrio cobrados a cada tipo de usuario. ¿Cuál es mayor ?.

c) Suponga ahora que el monopolio local compra todas las compañías de larga distancia y establece un monopolio. ¿Qué precio cobrará por una llamada de larga distancia?, Explique.

7. Considere el caso de un monopolio ubicado en $x = 0$ que le vende a una población ubicada en el intervalo $[0,1]$. La densidad de población es uniforme. Un consumidor ubicado en $x \in$ [0,1] tiene un costo x de ir a buscar una unidad del producto al lugar donde está ubicado el monopolio. La demanda del consumidor ubicado en x es $q(x) = 1 - p - x$. El monopolio considera dos alternativas de cobro a los usuarios. La primera, les cobra el mismo precio a todos. En la segunda alternativa, puede cobrar precios diferentes según la ubicación (x conocida) del cliente. El costo de producción del monopolio es cero.

   a) Calcule las utilidades de la firma cuando cobra un precio parejo a todos (ayuda: calcule la demanda agregada).

   b) Calcule las utilidades de la firma cuando puede cobrar precios distintos.

   c) Calcule el excedente de los consumidores ubicados en $x = 0$, $\frac{1}{2}$ y 1 bajo ambos sistemas de precios. ¿Qué concluye de la comparación?

   Solución

   a) Para determinar la demanda que enfrentará el monopolio buscaremos la ubicación del último comprador

$$q(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 - p - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 - p \tag{6.55}$$

   Por lo tanto la demanda que enfrentará el monopolio es

$$D(p) = \int_0^{1-p} (1 - p - x)dx = \left[x - px - \frac{x^2}{2}\right]_0^{1-p} = 1 - p - (1-p)p - \frac{(1-p)^2}{2} \tag{6.56}$$

$$D(p) = \frac{1 - 2p + p^2}{2}$$

   Ahora que tenemos la demanda[1]

$$\frac{\partial D(p)}{\partial p} = -2 + 2p = 2(p - 1) \tag{6.57}$$

   Como $p < 1$ la derivada es negativa, por lo que la demanda se decreciente en el precio. podemos plantear el problema del monopolio

[1] Para comprobar si la demanda resultante es razonable revisamos la derivada, ya que sabemos que la demanda debe ser decreciente con respecto al precio (excepto los bienes de Giffen):

$$\underset{p}{Máx} p \left(\frac{1-2p+p^2}{2} \right) \tag{6.58}$$

Resolviendo:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{1}{2}\left(1-4p+3p^2\right) = 0 \tag{6.59}$$

Tenemos una ecuación cuadrática, por lo que obtendremos dos resultados.

$$p_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{6} \Rightarrow p_1 = 1,\ p_2 = \frac{1}{3} \tag{6.60}$$

Intuitivamente podemos ver que $p = 1$ es un mínimo, ya que en ese caso las utilidades son cero, pues no hay ventas. En todo caso para despejar dudas evaluaremos la segunda derivada.

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial p^2} = \frac{1}{2}(-4+6p) = -2+3p \Rightarrow \frac{\partial^2 \pi(p_1)}{\partial p^2} > 0,\ \frac{\partial^2 \pi(p_2)}{\partial p^2} < 0$$

Por lo tanto $p = 1$ es mínimo y $p = \frac{1}{3}$ es máximo.
Ahora podemos determinar a cuanto ascienden las utilidades[2] con $p = \frac{1}{3}$.

$$\pi = p\left(\frac{1-2p+p^2}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{27}$$

b) El monopolio puede discriminar, por lo que cobrará un precio que dependerá de la ubicación (x) del cliente, que es conocida

$$\underset{p}{Máx} \pi_i = p\,(1-p-x) \tag{6.61}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \pi_i}{\partial p} = 1-2p-x = 0 \Leftrightarrow p = \frac{1-x}{2}$$

Podemos ver que con esta función de precios se les vende a todos los clientes, de hecho a los ubicados en $x = 1$ se les cobrará cero (gratis!!!).
Necesitamos ver a cuanto ascienden las utilidades:

$$\pi = \int_0^1 p(x)D(p(x)) = \int_0^1 \left(\frac{1-x}{2}\right)\left(1-\left(\frac{1-x}{2}\right)-x\right)dx \tag{6.62}$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1-x}{2}\right)\left(\frac{1-x}{2}\right)dx = \frac{1}{4}\int_0^1 \left(1-2x+x^2\right)dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[x-x^2+\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{4}\left[1-1+\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{12}$$

Además podemos notar que las utilidades son mayores que en la parte *a*).

[2] Las utilidades con $p = 1$ son cero, lo que es consistente con nuestra intuición de que este valor era un mínimo.

c) El excedente de los consumidores viene dado por:

- Para $x = 0$ el consumidor tendrá un excedente de:

$$E_a^{x=0} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)\frac{2}{3} = \frac{2}{9} \tag{6.63}$$

y

$$E_b^{x=0} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{8} \tag{6.64}$$

Es decir preferirá el primer sistema de precios.

- Para $x = \frac{1}{2}$ el consumidor tendrá un excedente de:

$$E_a^{x=1/2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)\frac{1}{6} = \frac{1}{18} \tag{6.65}$$

y

$$E_b^{x=1/2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{4}\right)\frac{1}{4} = \frac{3}{32} \tag{6.66}$$

Por lo que preferirá el primer sistema de precios.

- Para $x = 1$ el consumidor tendrá un excedente de:

$$E_a^{x=1} = 0 \tag{6.67}$$

y[3]

$$E_b^{x=1} = \frac{1}{2}(1 - 0) \cdot 0 = 0 \tag{6.68}$$

Este consumidor estará indiferente.

Los resultados que obtuvimos son lógicos, ya que un sistema de discriminación permite sacar una mayor porción del excedente de los consumidores[4].

Si los consumidores eligieran cuál sistema prefieren ellos votarán por el de no discriminación, en el caso de que el único votante sea el PSB entonces este preferirá el segundo sistema, ya que no le importa como se reparte el excedente, sino que este sea mayor[5].

8. Todo el mundo desea estar entre los primeros en ver Spiderman. Supongamos que hay un solo cine que lo ofrece, y tiene n asientos. El número de interesados en la película es kn, $k>>1$. el precio de las películas es p, constante, y menor al precio de reserva del público. Nadie desea ver la película más de una vez. Hay una sola función al día, y el día $j = 0$, se forma una nueva fila con los espectadores que quedan. La probabilidad de asistir a la función del día j, es $n/(k-j)n = 1/(k-j)$. La tasa de impaciencia de los espectadores es $D<1$ por día, es decir, ver la película el día j tiene un valor D^j veces el valor de verla el día 0.

   a) Un revendedor tiene una entrada para la primera función. ¿Cuál es el precio que puede cobrar (antes que la gente sepa quién podrá entrar al cine en esa función)?

[3] No participa, ya que a este precio no demandará.
[4] En el caso de discriminación perfecta se logra extraer todo el excedente de los consumidores.
[5] Es decir, maximiza el bienestar social, sin importar como se distribuye el beneficio.

b) ¿Cuál es la razón para que el dueño del cine no venda todas kn entradas el primer día con precios diferenciados según la función, cobrando lo suficientemente más caro el día j que el día i > j de manera que los espectadores estén indiferentes entre asistir a ambas funciones? Al menos no habrán filas.

Solución

a) Sea P el precio que puede cobrar el revendedor, entonces P es el valor esperado de la utilidad de un individuo. Sea A la utilidad de ver la película el día cero.

$$P = \frac{1}{k}A + \left(1 - \frac{1}{k}\right)\left[\frac{1}{k-1}AD^1 + \left(1 - \frac{1}{k-1}\right)[.......]\right]$$

donde el primer término representa el precio que el espectador está dispuesto a pagar en el día cero ponderado por la probabilidad de salir escogido ese día. Reagrupando términos se tiene:

$$P = \frac{1}{k}A + \sum_{i=1}^{k-1} AD^i \frac{1}{k-i} \prod_{j=1}^{i}\left(1 - \frac{1}{k+1-j}\right)$$

b) Esto dependerá de la relación existente entre el factor de descuento (o la tasa de descuento) del dueño del cine y la tasa de impaciencia D de los clientes. Sea d el factor de descuento del dueño del cine y D la tasa de impaciencia, entonces en el caso en que se cumpla $D < d$, una mejor estrategia será no vender boletos hasta el día de la función, vendiéndolas al precio P_o cada día. Es decir, valor presente de vender cada día es mayor que el valor presente de vender antes de la primera función.

$$\sum_{i=0}^{n} P_o d^i < \sum_{i=0}^{n} P_o D^i$$

9. El canal de televisión pagada NTV desea transmitir los partidos del mundial de handball. NTV sabe que su mercado está segmentado por edad: los mayores de 65 tiene demanda por ver partidos $q_1 = 1-p$ y los menores de 65 tienen demanda por partidos $q_2 = 1-ap$, $a > 1$. El costo para el canal de conseguir las transmisiones es un costo fijo F, pero no hay costo variable.

a) Suponga que NTV puede separar completamente los mercados. Determine los precios y cantidades en cada segmento y las utilidades totales.

b) Suponga que NTV no puede controlar la edad de los clientes. Determine la demanda agregada.

c) Encuentre el precio, cantidades y utilidades que obtiene NTV si desea atender a ambos tipos de clientes, o sólo a un tipo de clientes, dado que NTV no puede controlar la edad. Encuentre la condición sobre a que NTV prefiera atender a ambos grupos de clientes, cuando no puede controlar la edad del cliente.

d) Suponga $a = 2$. Si $F > 1/3$, ¿cuál será la pérdida social de no poder discriminar?

Solución

a) Si NTV puede separar completamente los mercados, entonces creará un tipo de contrato para cada tipo de cliente, de manera de maximizar su utilidad en cada mercado.
• Mercado de los mayores de 65

$$\Pi 1 = p1(1 - p1)$$
$$CPO : \frac{\partial \Pi 1}{\partial p1} = 1 - 2p1 = 0$$
$$\therefore \ p1 = \frac{1}{2} \quad q1 = \frac{1}{2} \quad \Pi 1 = \frac{1}{4}$$

- Mercado de los menores de 65

$$\Pi 2 = p2(1 - ap2)$$

$$CPO : \frac{\partial \Pi 2}{\partial p2} = 1 - 2ap2 = 0$$
$$\therefore \ p2 = \frac{1}{2a} \quad q1 = \frac{1}{2} \quad \Pi 1 = \frac{1}{4a}$$

- Utilidades totales al Discriminar:

$$\Pi^D = \Pi 1 + \Pi 2 - F = \frac{1}{4} + \frac{1}{4a} - F = \frac{(a+1)}{4a} - F$$

b) La demanda que enfrenta NTV está dada por:

$$q = \begin{array}{ll} 1 - p & si \ p \in \left] \frac{1}{a}, 1 \right] \\ 2 - (1+a)p & si \ p \in \left[0, \frac{1}{a} \right] \end{array}$$

Gráficamente (ver figura 6.6)

c) En el caso en que NTV no es capaz de discriminar, puede atender a ambos tipos de clientes o sólo dedicarse al grupo de mayor valoración. Las utilidades que recibe NTV si atiende uno u otro sector de la curva de demanda agregada son:

$$\bullet \underline{p \in \left] \frac{1}{a}, 1 \right]}$$
$$\Pi_1^{ND} = p(1 - p) - F$$
$$CPO : \frac{\partial \Pi}{\partial p} = 1 - 2p = 0$$
$$\therefore \ p = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2}1 \quad \Pi_2^{ND} = \frac{1}{4} - F$$

$$\bullet \underline{p \in \left[0, \frac{1}{a} \right]}$$
$$\Pi_2^{ND} = p(2 - (1+a)p) - F$$
$$CPO : \frac{\partial \Pi}{\partial p} = 2 - 2(1+a)p = 0$$
$$\therefore \ p = \frac{1}{1+a} \quad q = 1 \quad \Pi_2^{ND} = \frac{1}{1+a} - F$$

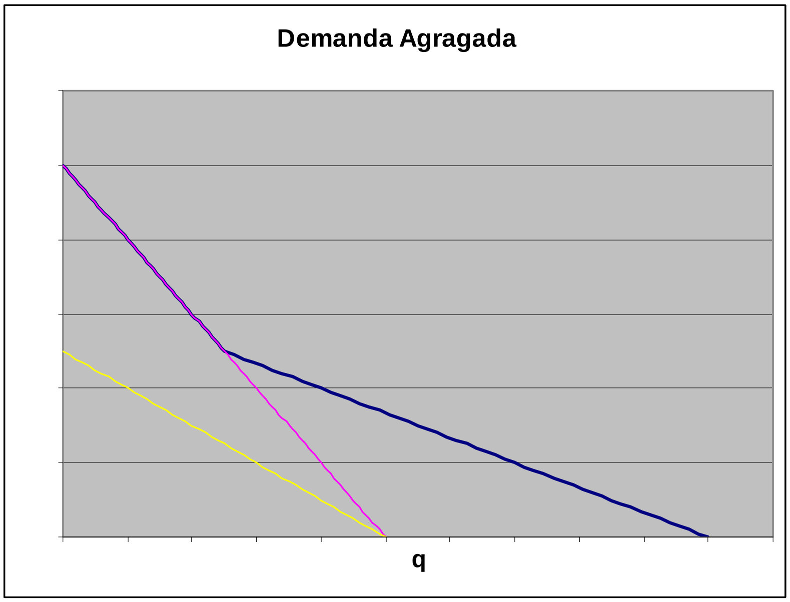

Figura 6.6: Demanda agregada NTV

Luego, NTV preferirá atender a ambos grupos si

$$\begin{aligned} \Pi_2^{ND} &> \Pi_1^{ND} \\ \Rightarrow \frac{1}{1+a} &> \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \frac{4}{4(1+a)} &> \frac{1+a}{4(1+a)} \\ \Rightarrow a &< 3 \end{aligned}$$

d) Si NTV no pude discriminar, le convendrá atender a los dos segmentos de clientes, ya que $a = 2$ (menor que 3)

$$\Pi ND = \frac{1}{1+a} - F = \frac{1}{3} - F$$

pero como F>1/3 = > $\Pi ND < 0$, por lo tanto NTV no emitirá los partidos lo que lleva a que el Excedente Social (s/discriminación) sea cero ($ES^{ND} = 0$).

Por el contrario, si NTV puede discriminar entre los 2 segmentos tendremos

$$\Pi D = \frac{a+1}{4a} - F = \frac{3}{8} - F => \Pi D > 0$$

.En este caso el excedente social queda determinado por:

$$ES^D = EC^1 + EC^2 + \Pi_D = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2a}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{a+1}{4a} - F = \frac{9}{16} - F$$

Finalmente, la perdida social (PS) de no poder discriminar se calcula como

$$PS = ES^D - ES^{ND} = \frac{9}{16} - F - 0 = PS = \frac{9}{16} - F$$

10. Una empresa de agua potable da servicio a varias familias, cada una de las cuales tiene una demanda que está dada por: $P = a - bq$. El costo marginal del monopolista es igual a c.

    a) Encuentre la solución que maximiza las ganancias del monopolista cuando sólo cobra un cargo variable

    b) ¿Cómo cambiaría la respuesta anterior si el monopolista además de un cargo variable cobra un cargo fijo?

    c) ¿Qué sistema tarifario debería fijar un regulador benevolente?

    d) Suponga ahora que la mitad de las familias tiene una demanda $P = a_1 - bq$ y la otra mitad tiene una demanda $P = a_2 - bq$. Que precio pondría el monopolista si se permite discriminar y si no se lo permiten pero puede fijar un menú de tarifas para que las personas elijan?.

Solución

a) Si el monopolista solo cobra un cargo variable, resuelve el siguiente problema[6]:

$$\max_{q}(a - bq)q - cq$$

Las condición de primer orden es: $a - 2bq - c = 0$ Luego $q = \frac{a-c}{2b}$ y $p = \frac{a+c}{2}$. Donde supusimos $a > c$, de lo contrario $q = 0$ y $p > a$ caso que ignoraremos en el resto del problema.

b) Intuitivamente, el monopolista debería extraer todo el excedente de los consumidores usando el cargo fijo y luego cobrarles a costo marginal por cada unidad.
En estricto rigor:

$$\begin{gathered}\max_{q,F}(a - bq)q - cq + F \\ s.a\ \frac{bq^2}{2} - F \geq 0\end{gathered} \tag{6.69}$$

Donde la restricción es la condición de participación, es decir, que la familia obtenga un excedente mayor o igual que cero (ó no negativo).
Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{gathered}q - 2bq - c + \lambda bq = 0 \\ 1 - \lambda = 0\end{gathered} \tag{6.70}$$

La segunda CPO (multiplicador de Lagrange positivo) implica que la restricción será activa. La primera implica que: $q = \frac{a-c}{b}$ y $p = c$. Luego

$$F = \frac{(a-c)^2}{2b} \tag{6.71}$$

[6] Notar que, como todas las familias son iguales y el costo marginal es constante, resolver el problema para una familia es lo mismo que resolverla para todas.

c) Al planificador social benevolente (PSB), le interesa maximizar los excedentes totales (sin consideraciones redistributivas) en consecuencia, dado que el sistema de tarifa en dos partes maximiza los excedentes y el sistema de un solo cargo fijo no lo hace, el PSB debería optar por la opción de dos tramos (cargo fijo + cargo variable).

d) Si solo puede cobrar un precio y puede discriminar, cobraría los precios vistos en la parte *a*), es decir[7]: $p_1 = \frac{a_1+c}{2}$ y $p_2 = \frac{a_2+c}{2}$. Si cobra tarifas de dos partes y puede discriminar las tarifas serían:

$$F_i = \frac{(a_i - c)^2}{2b} \tag{6.72}$$

y $p_i = c$

Si no se puede discriminar, pero puede elegir un menú de tarifas, entonces debe resolver un problema un tanto más complejo. En efecto, las tarifas para cada grupo deben crearse de modo que:

- Maximicen la utilidad total.
- Cada grupo tenga excedentes no negativos cuando elige la tarifa diseñada para el grupo.
- Cada grupo está mejor si elige la tarifa diseñada para él que si elige otra tarifa.

La segunda condición generará dos restricciones de *participación*, la tercera condición generará dos restricciones de *autoselección* (o compatibilidad de incentivos).

El problema del monopolio es:

$$\underset{F_2,F_2,p_1,p_2}{máx}\ p_1\left(\frac{a_1-p_1}{b}\right) + p_2\left(\frac{a_2-p_2}{b}\right) - c\left(\frac{a_1+a_2-p_1-p_2}{b}\right) + F_1 + F_2 \tag{6.73}$$

s.a

$$\begin{aligned} \frac{(a_1-p_1)^2}{2b} - F_1 &\geq 0 \\ \frac{(a_2-p_2)^2}{2b} - F_2 &\geq 0 \\ \frac{(a_1-p_2)^2}{2b} - F_2 &\leq \frac{(a_1-p_1)^2}{2b} - F_1 \\ \frac{(a_2-p_1)^2}{2b} - F_1 &\leq \frac{(a_2-p_2)^2}{2b} - F_2 \end{aligned} \tag{6.74}$$

Donde las 2 primeras restricciones son las condiciones de participación y las otras 2 son las de autoselección.

Suponiendo que $a_1 > a_2$ entonces, intuitivamente, el monopolio debería extraerle todos los excedentes al grupo de más baja disposición a pagar y elevar su precio de modo de dejar, al grupo con más alta disposición a pagar indiferente entre los dos planes. En general, no será posible extraer más excedentes del grupo de alta disposición a pagar sin que los miembros de este grupo elijan las tarifas del grupo con disposición a pagar más baja. En algún caso (que excluimos aquí) el monopolio podría optar por ofrecer solo un contrato que excluya al grupo de disposición baja de modo de servir solo al grupo de mayor disposición a pagar (extrayéndole todo el excedente).

Luego el lagrangeano del problema es:

[7] Notar que hay economías de escala en esta pregunta, ya que ocupamos los resultados anteriores.

$$L = p_1\left(\frac{a_1 - p_1}{b}\right) + p_2\left(\frac{a_2 - p_2}{b}\right) - c\left(\frac{a_1 + a_2 - p_1 - p_2}{b}\right) + F_1 + \tag{6.75}$$
$$F_2 - \lambda\left[F_2 - \frac{(a_2 - p_2)^2}{2b}\right] - \mu\left[\frac{(a_1 - p_2)^2}{2b} - F_2 - \frac{(a_1 - p_1)^2}{2b} + F_1\right]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{gathered} p_1 : a_1 - 2p_1 + c - \mu(a_1 - p_1) = 0 \\ F_1 : 1 - \mu = 0 \\ p_2 : a_2 - 2p_2 + c - \lambda(a_2 - p_2) + \mu(a_1 - p_2) = 0 \\ F_2 : 1 - \lambda + \mu = 0 \end{gathered} \tag{6.76}$$

Las CPO's para los cargos fijos indican que los multiplicadores son positivos (iguales a 2 y 1) Reemplazando en la condición para p_1 y despejando:

$$\begin{gathered} F_1 = \frac{1}{2b}\left[a_1^2 + c^2 + 4a_2(a_2 - a_1)\right] \\ p_1 = c \\ F_2 = \frac{(2a_2 - a_1 - c)^2}{2b} \\ p_2 = c + (a_1 - a_2) \end{gathered} \tag{6.77}$$

11. La Compañía de Cervecerías Desunidas (CCD) produce la única cerveza en el país. Produce una cerveza tradicional con poco sabor llamada “Cristalina”. Las preferencias de los consumidores no son homogéneas y se reparte en $[0,1]$, donde 0 representa a individuos que prefieren cervezas aguachentas y 1 representa a quienes prefieren cervezas de mucho cuerpo. Suponga que el individuo que tiene preferencias $x \in [0{,}1]$ tiene demanda $p = a - b(p + x)$ y que la frecuencia de los consumidores está dada por la figura 6.7.

    a) Determine la función de utilidades del monopolio

    b) Calcule el precio óptimo de CCD si los costos marginales son $c = 0$.

    c) Si Ud. Fuera contratado por el gerente de productos de Cristalina, ¿qué le recomendaría en términos de posicionamiento en la escala de aguada a fuerte?

12. El país *Frutolandia* es una economía cerrada por lo que no comercia con el resto del mundo. En este país existe solo un productor de BBT, que es un importante fertilizante. La demanda por el producto viene dada por $Q = 240 - 4P$. La función de costos de la firma es $C(Q) = 0{,}25Q^2 + 10$.

    a) Caracterice el equilibrio (precio, cantidad y utilidades).

    Frutolandia decide abrir su economía, pero el sector de fertilizantes queda protegido (se fija un arancel de importación excluyente). Sin embargo la firma puede vender BBT en el mercado mundial, que es perfectamente competitivo y cuyo precio es 36.

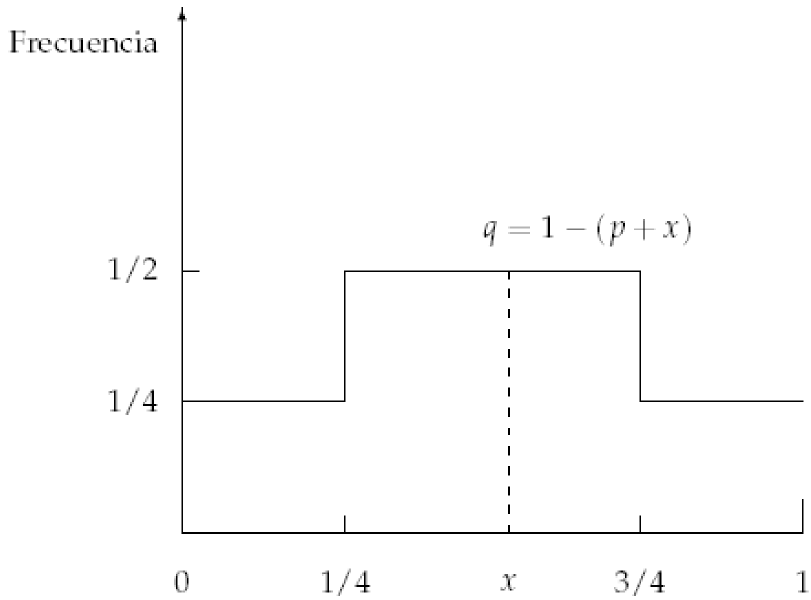

Figura 6.7: Preferencias por Cerveza

b) Dado que la firma puede discriminar, cuanto venderá en Frutolandia y cuanto exportará?, cuales serán las utilidades.

c) Si a los consumidores locales se les diera la posibilidad de elegir entre autorizar o no a la firma para que exporte, que decidirán?

d) Cuál es el menor precio al que la firma productora de BBT puede exportar?

13. En el pequeño pueblo de Peor es nada existe solo un bar llamado Garganta de Lata. La función de demanda inversa por alcohol viene dada por $p(q) = A - q$. La función de costos del bar es $C(q) = B + cq$.

    a) Determine el precio y la cantidad vendida por el monopolio, si no puede discriminar.

    b) Demuestre que la estrategia óptima para el monopolio si es que puede discriminar es "entrada y barra al costo". Determine el valor de la entrada y de cada trago.

    Suponga que el dueño del local a descubierto que la verdadera demanda depende de si el cliente es hombre o mujer, y viene dada por $P_i(q_i) = a_i - bq_i$ (con $i = 1$ para hombres y 2 para mujeres), por lo que ha decidido cobrar una entrada dependiendo del sexo y cobrar un precio uniforme dentro del bar por el alcohol.

    c) De que tipo de discriminación se trata?

    d) Demuestre que si $a_1 > a_2$ entonces los hombres pagarán una entrada mayor que las mujeres. Cuál será el precio del alcohol dentro del bar?.

14. Considere el regulador de un monopolio en un largo y estrecho país. La población está ubicada en el intervalo $[0, 1]$, con densidad uniforme, y el monopolista está ubicado en el punto 0, con costos

marginales c = 0. Un individuo localizado en el punto x tiene un costo x de ir a comprar al monopolista, por lo que su demanda es $q(x) = 1 - p - x$, donde p es el precio del monopolista.

a) Determine la demanda total del monopolista cuando su precio de venta es p.

b) Obtenga el precio de venta del monopolista y sus utilidades.

c) El regulador está considerando la alternativa de que sea la empresa la que incurra el costo de llevar el producto a los consumidores. Suponga que el costo de la empresa para vender en x es x, por lo que su beneficio de venderle a ese consumidor es $\pi(x) = p(1-p) - x$. Calcule la expresión para las utilidades totales de la empresa en este caso.

d) Encuentre el precio de venta del monopolio en este caso y determine si el regulador decidió bien (calcule el excedente de consumidores y productores en los dos casos).

Solución

a) Para poder encontrar la demanda agregada, primero debemos ver quien es el ultimo individuo que compra. Por lo tanto se tiene que:

$$q(x) = 1 - p - x = 0 \Rightarrow x = 1 - p$$

Es decir, se debe cumplir que $0 \leq x \leq 1 - p$

Ahora podemos encontrar la demanda agregada, integrando la demanda individual entre los limites de x.

$$q(P) = \int_0^{1-p} (1 - p - x)dx = \int_0^{1-p} 1dx - \int_0^{1-p} pdx - \int_0^{1-p} xdx = \tag{6.78}$$

$$\Leftrightarrow (x)_0^{1-p} - (px)_0^{1-p} - \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{1-p} = \left[(1-p) - p(1-p) - \frac{(1-p)^2}{2}\right] \tag{6.79}$$

Teniendo por lo tanto que la demanda agregada es:

$$q(P) = \frac{(1-p)^2}{2} \tag{6.80}$$

b) El monopolista resuelve el siguiente problema:

$$Máx\pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] p - c\left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] \tag{6.81}$$

pero sabemos que $c = 0$, reduciéndose a:

$$Máx\pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] p \tag{6.82}$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{(1-p)^2}{2} - p(1-p) = 1 - p - 2p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3} \tag{6.83}$$

Luego, la cantidad total producida será:

$$q(P) = \frac{(1-1/3)^2}{2} = \frac{2}{9} \tag{6.84}$$

Entonces, sus utilidades serán:

$$\pi = \left[\frac{(1-1/3)^2}{2}\right]\frac{1}{3} = \frac{2}{27} \tag{6.85}$$

c) Se sabe que las utilidades del monopolista están dadas por: $\pi = p(1-p) - x$. Ahora para poder calcular las utilidades totales, primero debemos ver hasta que distancia el monopolio está dispuesto a vender.

$$\pi = p(1-p) - x = 0 \Rightarrow x = p(1-p) \tag{6.86}$$

Es decir, se debe cumplir que $0 \leq x \leq (1-p)p$

Y al igual que la parte a), ahora podemos encontrar las utilidades totales, integrando la utilidad individual entre los limites de x.

$$\pi = \int_0^{(1-p)p} \left[(1-p)p - x\right] dx = \int_0^{(1-p)p} p dx - \int_0^{(1-p)p} p^2 dx - \int_0^{(1-p)p} x dx \tag{6.87}$$

$$\pi = (xp)_0^{(1-p)p} - (p^2x)_0^{(1-p)p} - \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{(1-p)p} \tag{6.88}$$

$$= \left[(1-p)p^2 - p^3(1-p) - \frac{p^2(1-p)^2}{2}\right] \tag{6.89}$$

Por lo tanto las utilidades totales son:

$$\pi = \frac{p^2(1-p)^2}{2} \tag{6.90}$$

d) Al igual que en la parte *b*) el monopolista resuelve:

$$Máx\pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right]p^2 \tag{6.91}$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = (1-p)^2 p - p^2(1-p) = 1 - p - p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \tag{6.92}$$

Luego, se tiene que: $x = \frac{1}{4}$ y

$$q(P) = (1-p)x = \frac{1}{8} \tag{6.93}$$

Entonces, sus utilidades serán:

$$\pi = \left[\frac{(1-1/2)^2}{2}\right]\frac{1}{4} = \frac{1}{32} \tag{6.94}$$

Para poder ver si la decisión del regulador era la correcta, calculemos los excedentes para cada caso:

- Clientes pagan costo de transporte:
- Excedentes Productores: $\pi = \frac{2}{27}$
- Excedentes Consumidores: El excedente es el área entre la demanda y el precio de equilibrio:

$$Ec = \int_0^{\frac{2}{9}} \left[1 - (2q)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}\right] dq \Leftrightarrow (\frac{2}{3})_0^{\frac{2}{9}} - (\sqrt{2}(q)_0^{\frac{2}{9}} = 0{,}05 \tag{6.95}$$

- Bienestar Social=

$$\frac{2}{27} + 0{,}05 = 0{,}124 \tag{6.96}$$

- Monopolio paga costo de transporte:
- Excedentes Productores: $\pi = \frac{1}{32}$
- Excedentes Consumidores: Calculando el excedente se obtiene:

$$Ec = \int_0^{\frac{1}{4}} \left[\int_0^{\frac{1}{2}} \left[1 - p - \frac{1}{2}\right] dq\right] dx = \frac{1}{32} \tag{6.97}$$

- Bienestar Social

$$\frac{1}{32} + \frac{1}{32} = 0{,}0625 \tag{6.98}$$

Como se puede observar se tiene que el bienestar social es mayor cuando los consumidores pagan el costo de transporte, por lo cual el regulador esta errado en su alternativa.

15. Considere un monopolista que vende en dos mercados idénticos separados espacialmente, cada uno con una demanda $q = a - bp$. El primer mercado esta localizado en el mismo lugar que el monopolio mientras que el otro está a una distancia r. El costo de transporte es t por unidad de distancia y de cantidad. El monopolio tiene costos $C(Q) = F + cQ$, donde Q son las ventas totales.

    a) Determinar el precio de equilibrio en cada mercado. ¿ Se puede concluir que el monopolio favorece a la localidad lejana ? (es decir, : ¿ Absorbe el monopolio parte de los costos de transporte?).

    b) Suponga que el monopolio debe cobrar un precio único de molino (el precio en el lugar de producción, que no incluye el costo de transporte, el cual debe ser absorbido por los compradores). Determine este precio de molino.

    c) ¿En qué caso son mayores los beneficios del monopolio ?. ¿ En qué caso son mayores los beneficios sociales? (Recuerde que se deben sustraer los costos de transporte del beneficio social).

16. Considere el mercado de la gasolina en Argentina. YPF, un monopolio privado con costo de producción cero, le vende gasolina a distribuidores oligopólicos a un precio τ regulado por el estado (tómelo como parámetro). Suponga que las empresas distribuidoras tienen un comportamiento Cournot en su mercado, y tienen un costo cero de distribución (aparte del costo del insumo). La demanda por gasolina

es $p(q) = 1 - q$. En esta pregunta se le pide determinar el efecto que tendría la integración vertical en el bienestar social, tanto en el corto como en el largo plazo. Sea cuidadoso al imponer simetría.

Corto plazo: En el corto plazo el número de firmas N es fijo.

a) Suponga que YPF se mantiene verticalmente separado. Demuestre que la cantidad de equilibrio para una firma independiente es $\frac{1-\tau}{N+1}$. Calcule la cantidad total producida y el precio

b) Suponga ahora, que el monopolio compra una de las empresas. Demuestre que la cantidad producida por una firma independiente es $\frac{1-2\tau}{N+1}$ y la cantidad producida por la firma comprada por el monopolio es $\frac{1+(N+1)\tau}{N+1}$. Calcule la cantidad total y el precio.

c) Comente el efecto que tendrá la integración vertical sobre el bienestar de los consumidores en el corto plazo.

Largo plazo: En el Largo plazo, suponga que hay un costo de entrada f fijo. La entrada de firmas se ajusta de tal manera que las utilidades sean cero.

d) Calcule el número de firmas si no hay integración vertical.

e) Calcule el número de firmas cuando el monopolio se integra verticalmente.

f) Compare el bienestar de los consumidores en ambos casos. ¿Qué sucede con las utilidades del monopolio en cada caso?

17. Considere un monopolio que vende en dos mercados idénticos separados espacialmente, cada uno con demanda $q = 1 - p$. El primer mercado está localizado en el mismo lugar donde está ubicado el monopolio mientras que el otro está a una distancia r . El costo de transporte para llevar una unidad desde la fábrica al segundo mercado es r por unidad. El monopolio tiene costos de producción $C(Q) = 0$, donde Q son las ventas totales.

a) Determinar el precio de equilibrio en cada mercado por separado. ¿Se puede concluir que el monopolio favorece a la localidad lejana, o sea ¿absorbe el monopolio parte de los costos de transporte?

b) Suponga que el monopolio cobra un precio único en la fábrica. Los consumidores en el mercado lejano deben absorber ellos mismos los costos de transporte. Determine el precio en la fábrica.

c) Plantee (no resuelva) la condición que determina si los beneficios del monopolio son mayores en el caso de un precio único o de un precio en cada mercado. Plantee (no resuelva) la condición que determina en que caso el bienestar social es mayor.

d) Determine en qué caso las utilidades del monopolio son mayores y en qué caso el bienestar social es mayor.

18. Suponga que en su barrio existe sólo una discoteca llamada "Disconomía", la cual posee un monopolio en la oferta de baile. Las demandas totales de los hombres y las mujeres por bailar vienen dadas por $p_h(q_h)$ y $p_m(q_m)$ respectivamente. Para simplificar, suponga que el costo marginal de una entrada a la discoteca es cero.

a) Suponga que el dueñoo de la discoteca puede cobrar un precio distinto a hombres y mujeres. Plantee el problema que resuelve el dueñoo de la discoteca y encuentre las condiciones de equilibrio. Explique la intuición económica de estas condiciones.

b) Por razones de seguridad la Municipalidad impuso a Disconomía un límite máximo de clientes que puede atender igual a Q_{tot} clientes. El dueño de Disconomía estaría dispuesto a pagar por aumentar este límite máximo

   1) Plantee y resuelva el problema que resuelve el dueño de Disconomía. Encuentre la condición de equilibrio y explíquela.
   2) Suponga que la demanda de las mujeres es más elástica que la de los hombres. En base a su respuesta anterior, a quién le cobra m´as caro?
   3) Encuentre la condición de equilibrio en competencia perfecta y compárela con la del monopolista discriminador. Explique de qué manera se asemejan o difieren.

19. Suponga que un monopolista está encargado de prestar un servicio público. Cada individuo consume 1 o 0 unidades del bien, dependiendo de si su parámetro $\theta \geq p$, donde p es el precio. El monopolista puede distinguir dos grupos de consumidores, el primero compuesto por aquellos con alta disposición a pagar (θ_1) y el segundo por quienes tienen una baja disposición a pagar (θ_2). Suponga que el primer grupo es mucho mayor que el segundo grupo ($q_1 \geq q_2$).

    Encuentre el precio que cobra el monopolista si está obligado a servir ambos mercados. ¿Cómo cambia esta tarifa si se elimina la obligación de servir a ambos mercados, pero no se le permite discriminar?, ¿Cuál caso prefiere el monoplio?

20. Considere un monopolio que vende gasolina. Este monopolio tiene costos cero de producción y ventas y se enfrenta a un mercado con dos tipos de consumidores. Los consumidores con alta demanda tienen una demanda $q_1 = a_1 - bp^2$ y los de baja demanda $q_2 = a_2 - bp^2$, con $a_1 \geq a_2$

    a) Cualcule la demanda total
    b) Calcule el precio y las utilidades del monopolio si practica la discriminación de primer grado
    c) Suponga que el monopolio puede utilizar una tarifa de dos partes para discriminar. si el monopolio sirve a ambos mercados, ¿Cuál es el precio y las utilidades del monopolio?

21. En el lejano país de Última Extremadura, hay un monopolio de telefonía. Este productor enfrenta una demanda $q = D(p) = 200 - 4p$. Los costos del monopolio son $C(q) = 100 + 10q$

    a) Calcule los beneficios del monopolio, suponiendo que cobra el mismo precio a todos los consumidores. Calcule el excedente de los consumidores.
    b) Suponga que el monopolio recibe información que le permiten realizar discriminación perfecta de precios. Calcule el beneficio del monopolio, ¿Cuál es el excedente de los consumidores?
    c) Suponga que el monopolio no tiene la información descrita anteriormente, pero estudios de mercado permiten determinar que la demanda por telefonía rural es $D_f(p) = 60 - 30p$. Calcule las utilidades del monopolio asumiendo que no hay arbitraje. Compare el beneficio de los consumidores con aquel obtenido en la pregunta a). Interprete este resultado.

22. Considere un monopolista que enfrenta la función de demanda $p = 100 - x$, con función de costo total $C(x) = x^2$.

    a) Suponga que el monopolista no puede discriminar entre consumidores.¿Qué precio cobra? ¿Cuánto vende? En un gráfico indique cuál es la pérdida social causada por el monopolio. Explique qué se entiende por "pérdida social."

b) Suponga ahora que el monopolista puede cobrarle a cada consumidor lo máximo que éste éste está dispuesto a pagar (en otras palabras, a cada consumidor el monopolista le puede extraer todo su excedente). ¿Cuánto vende el monopolista? ¿Sus utilidades son mayores o menores que en (a)? (No es necesario que calcule las utilidades en cada caso; basta con que explique razonadamente por qué son mayores o menores.) ¿A cuanto asciende la pérdida social?

c) Si la economía se abre al comercio internacional, y el bien x se puede importar libremente a $ 50 por unidad ¿cuánto vende el monopolista? ¿Cuánto es la pérdida social?

d) En base a su respuesta en (c) explique por qué frecuentemente se dice que en muchos casos el comercio internacional es el mejor instrumento para regular a los monopolios.

23. Las plantas de circuitos integrados tienen grandes economías de escala. Es mucho más barato producir grandes cantidades de un chip que un número menor de dos series de chips. Ahora bien, ecl chip Intel 486DX tiene un coprocesador matemático incorporado. Intel también producía el chip 486SX. Este chip es 486DX al cuál se la ha desconectado el coprocesador. Note que es algo más caro producir un 486SX que un 486DX, que tiene mayores capacidades.[8] Sin embargo, los computadores con un 486DX se vendían más caros que los computadores con un 486SX. ¿Por qué se produce una sola serie de chips pero dos tipos de computadores?

24. Suponga que un fabricante de computadores con cierto poder de mercado sabe que existen dos tipos de consumidores, los impacientes, a quienes les gustan los computadores rápidos, y los pacientes, a quienes no les importa tanto esperar por rapidez. En particular, lo más que está dispuesto a pagar un consumidor impaciente por un computador de rapidez x es $\theta_I\sqrt{x}$ que es más de lo que está dispuesto a pagar un consumidor paciente, $\theta_P\sqrt{x}$ (obviamente $\theta_I > \theta_P$). El monopolista conoce la disposición a pagar de cada tipo de consumidor. Suponga que el monopolista sabe que una fracción λ del total de consumidores son impacientes, y además, que el costo de producir un computador de rapidez x es cx.

a) Suponga que el monopolista puede distinguir si un consumidor es impaciente o paciente. Encuentre la combinación precio-calidad que el monopolista le ofrecería a un consumidor con disposición a pagar $\theta\sqrt{x}$.

b) Suponga ahora que el monopolista conoce la disposición a pagar de cada tipo de consumidor, pero no puede distinguir entre quién es quién. En no más de tres líneas explique que tipo de discriminación puede aplicar el monopolista y por qué.

c) Escriba el problema de maximización que debe resolver el monopolista en este caso y las restricciones que debe respetar.

d) Encuentre la combinación precio-calidad que el monopolista le ofrecerá a cada tipo de consumidor; compare este resultado con lo que obtuvo en a) y explique intuitivamente el por qué de las diferencias. en qué caso son mayores las utilidades?

25. Un reconocido economista comenta: "es verdad que los monopolios generan distorsiones, sin embargo existen ciertas ocasiones en las que es mejor tener un "gran" monopolio antes que tener varios monopolios pequeños participando en uno o varios segmentos de una industria". Mencione al menos dos casos en que esto es cierto.

[8] Se debe tener en cuenta que agregar un coprocesador a un 486SX es mucho más caro que hacer un 486SX a partir de un 486DX.

Capítulo 7

Regulación de monopolios

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.
   a) Regulación - Información asimétrica
   b) Tarificación a costo marginal - subsidio - eficiencia
   c) Oportunismo del regulador en la fijación de tarifas a un monopolio
   d) Agente-principal - Regulación Bancaria - Crisis del 82
   e) Integración vertical - segmento regulado de la industria - bienestar social
   f) Price cap - esfuerzo - calidad de servicio
   g) Integración vertical - integración horizontal - empresas sanitarias

2. Recuerde el modelo simple de regulación de Monopolios con tarifas de Ramsey-Boiteaux en que el regulador conoce perfectamente el costo de la empresa, pero se le impone fijar tarifas que financien a la empresa.
   a) Demuestre que tarificar a costo medio es socialmente óptimo. Muestre que en el óptimo el monopolio no obtiene rentas económicas.
   b) Explique la intuición detrás del resultado que demostró en a).
   c) Si la información es asimétrica ¿es posible que las tarifas se fijen de manera tal que el monopolio nunca obtenga una renta económica? Explique.

3. En el lenguaje de regulación, se habla del poder de un mecanismo regulatorio como su capacidad para incentivar a la empresa a ser eficiente (por lo tanto, a revelar sus costos). Responda brevemente las siguientes preguntas.
   a) Dé un ejemplo de un método regulatorio de bajo poder, y explique sus ventajas y desventajas.
   b) Dé un ejemplo de un método regulatorio de alto poder y explique sus ventajas y desventajas.
   c) En base a sus respuestas anteriores ¿Cuáles podrían ser los argumentos para suponer que los mecanismos óptimos son los de poder intermedio?

4. En Chile, las tarifas de distribución eléctrica se fijan de acuerdo al siguiente procedimiento:

   - La empresa encarga un estudio de costos y propone una tarifa.
   - El regulador encarga un estudio de costos y propone una tarifa.
   - Si las proposiciones son distintas, la tarifa fijada es igual a:

   $$\tfrac{1}{3}(\text{proposición empresa})+\tfrac{2}{3}(\text{proposición regulador})$$

   Suele ocurrir que las tarifas propuestas por ambas partes sean muy diferentes. En esta pregunta se le pide que utilice sus conocimientos sobre teoría de juegos para explicar el por qué de la diferencia.
   Suponga que tanto la empresa como el regulador pueden proponer tarifas en un rango $[c^{cp}, p^m]$ donde c^{cp} es el costo marginal de corto plazo (vale decir, que no cubre el costo de inversión) y p^m es el precio que fijaría un monopolio no regulado. Dentro del rango permitido, al regulador le gustaría que la tarifa fuera lo más baja posible, mientras que a la empresa le gustaría que la tarifa sea lo más cercana posible al precio monopólico.

   a) Muestre que si las tarifas se determinan según el procedimiento descrito más arriba, para la empresa es una estrategia dominante proponer una tarifa igual a p^m y para el regulador es una estrategia dominante proponer una tarifa igual c^{cp}.

   b) Defina equilibrio de Nash. Luego encuéntrelo en el juego recién descrito.

   c) Use lo que obtuvo en a) y b) para explicar los resultados de la fijación de tarifas de distribución.
   Suponga ahora que se cambia el procedimiento. En vez de promediar las propuestas, un árbitro elige aquella que se acerque más a lo que cree es el costo verdadero. Suponga que es de común conocimiento que el árbitro elegirá la propuesta más cercana a $a \in [c^{cp}, p^m]$.

   d) Demuestre que es un equilibrio de Nash que tanto la empresa como el regulador propongan que el precio se a.

   e) Explique por qué los resultados son tan distintos en b) y d).

   f) Suponga que a es menor que el costo marginal de largo plazo (vale decir, aquel que considera el costo de capital de las inversiones). ¿Qué sucederá en el largo plazo con el programa de inversiones de la empresa?.

5. A continuación veremos un modelo de regulación donde los esfuerzos de la empresa no son observables. Suponga una empresa sanitaria cuyos costos de producir una unidad de agua potable son

   $$c = f - e_1 + e_2 + x$$

   donde f es una constante, $e_1 \geq 0$ es el esfuerzo de la compañía de reducir costos, $e_2 \geq 0$ es el esfuerzo de la compañía por dar un servicio de buena calidad y x es un factor aleatorio que afecta los costos pero que está fuera del control de la empresa, con $E(x) = 0$ y $Var(x) = \sigma_x^2$. El regulador, que es neutral al riesgo, puede observar los costos, pero no los esfuerzos realizados, y le fijará un precio de acuerdo a la siguiente fórmula:

   $$P = \alpha + c(1 + \beta)$$

   con $\alpha > 0$ y $\beta \geq -1$. Vale decir, el precio es creciente con el costo de producir agua potable. La utilidad esperada de la empresa es

$$E\left[P-c\right]-C(e_1)-\frac{r}{2}Var\left[P-c-C(e_1)\right]$$

donde r es el coeficiente de aversión al riesgo y C es el costo del esfuerzo, con $C', C'' > 0$ (note que C depende únicamente de e_1). El objetivo del regulador es maximizar el bienestar de los usuarios, cuya función de utilidad es

$$E\left[U_0-am(e_2)-P\right]$$

con $a > 0$ y $m' < 0$.

a) Explique qué es lo que dice la función de utilidad de los consumidores. Luego, suponga que lo que estamos modelando es una empresa de agua potable y dé un ejemplo de lo que representan a y m.

b) Demuestre que el equivalente cierto de la empresa es:

$$\alpha+\beta(f-e_1+e_2)-C(e_1)-\frac{r}{2}\beta^2\sigma_x^2$$

c) Obtenga las restricciones de participación y de incentivos que enfrenta el regulador y explique qué significa cada una de ellas. Luego, explique por qué las restricciones de incentivos sugieren que la regla de fijación de precios $P=\alpha+c(1+\beta)$ no es suficiente para lograr simultáneamente costos bajos y buena calidad.

d) Explique en qué consiste la regulación *price cap*. Obtenga el valor de β que selecciona el regulador si regula por *price cap*. Usando el modelo, demuestre que da incentivos a óptimos a controlar costos, pero la calidad del servicio será mala.

e) Suponga que el regulador quiere dar incentivos fuertes a la calidad de servicio. ¿En qué rango debería seleccionar β? Si lo hace ¿Quérrá la empresa controlar costos? Explique.

6. En el país Puertolandia, la empresa *El Barquito* posee el monopolio de los servicios de transporte marítimo. La demanda por embarques marítimos en Puertolandia está dada por $q=a-bp$. Existen distintos tipos de tecnologías que *El Barquito* puede utilizar para entregar su servicio, las que se caracterizan por diferentes funciones de producción. En particular, una tecnología tipo α posee una función de producción $q=\alpha k$, con $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$, donde k representa la cantidad de capital de la empresa. Las autoridades de Puertolandia regulan el mercado, permitiendo que la empresa naviera logre un retorno r_o sobre el capital invertido (necesario para satisfacer la demanda dada la tecnología escogida por el monopolista). El precio, al cual la empresa puede adquirir capital, es $r < r_o$.

   a) Demuestre que el precio fijado por el gobierno, de manera de cumplir con la norma regulatoria utilizada, es:

$$p=\frac{r_0}{\alpha}$$

   b) Encuentre la función de utilidad de la firma en función del parámetro α. Muestre que la firma utilizará la tecnología más ineficiente si se cumple que:

$$a > br_o\left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_1\alpha_2}\right)$$

   Dé una intuición del resultado obtenido. (Ayuda: Determine cómo varía la utilidad de la firma en función de la tecnología escogida).

c) Suponga ahora que el gobierno decide fijar un precio tal, que garantizar un retorno al capital igual a r_o para una empresa que ocupe la tecnología más eficiente. Determine el precio fijado y el tipo de tecnología que ocupará la firma en este caso.

d) Comparando sus resultados obtenidos en la parte (*b*) y (*c*), ¿En qué caso estará mejor la firma? Determine en qué caso el excedente de los consumidores es mayor. Finalmente, establezca cuál de los dos casos presenta un mayor bienestar social..

Solución

a) Resolviendo

$$\frac{I}{K} = r_O \quad \Leftrightarrow \quad \frac{pq}{K} = \frac{pq}{\frac{q}{\alpha}} = \alpha p = r_0 \tag{7.1}$$
$$p = \frac{r_0}{\alpha}$$

b) Si la firma elige la tecnología a, entonces, la utilidad es:

$$\pi = pq - c(q) = pq - rk = pq - r\frac{q}{\alpha} = q\left(p - \frac{r}{\alpha}\right) = (a - bp)\left(p - \frac{r}{\alpha}\right) \tag{7.2}$$
$$\text{Pero } \; p = \frac{r_0}{\alpha} \quad \Rightarrow \pi = \left(a - b\frac{r_0}{\alpha}\right)\left(\frac{r_0 - r}{\alpha}\right)$$

Para que el monopolio utilice la tecnología 1 la utilidad de usarla debe ser mayor que la utilidad de usar la tecnología 2. Es decir.

$$\left(a - b\frac{r_0}{\alpha_1}\right)\left(\frac{r_0 - r}{\alpha_1}\right) > \left(a - b\frac{r_0}{\alpha_2}\right)\left(\frac{r_0 - r}{\alpha_2}\right) \tag{7.3}$$
$$\alpha_2\left(a - b\frac{r_0}{\alpha_1}\right) > \alpha_1\left(a - b\frac{r_0}{\alpha_2}\right)$$
$$a\left(\alpha_2 - \alpha_1\right) > br_0\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)$$
$$a > br_0\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1\alpha_2}\right)$$

La intuición es sencilla y proviene del hecho que el gobierno fija el precio para financiar el capital adquirido por el monopolio independiente si se usa eficientemente o no. Entonces hay dos efectos que observa el monopolio, si decide usar la tecnología ineficiente => (1) aumenta del precio que fija el estado y (2) incrementa los costos de producción. Si se cumple la condición anterior el efecto sobre el precio es mayor que el efecto sobre los costos.

c) Ahora el precio, independiente de qué tecnología use el monopolio es:

$$p = \frac{r_0}{\alpha_2} \tag{7.4}$$

Luego, para ver que tecnología va a usar, hay que comparar las utilidades:

$$\pi(\alpha_1) = pq - rk = pq - \frac{rq}{\alpha_1} = (a - bp)\left(p - \frac{r_0}{\alpha_1}\right) = \left(a - b\frac{r_0}{\alpha_1}\right)\left(\frac{r_0 - r}{\alpha_1}\right) \tag{7.5}$$
$$\pi(\alpha_2) = pq - rk = pq - \frac{rq}{\alpha_2} = (a - bp)\left(p - \frac{r_0}{\alpha_2}\right) = \left(a - b\frac{r_0}{\alpha_2}\right)\left(\frac{r_0}{\alpha_1} - \frac{r}{\alpha_2}\right)$$
$$\alpha_1 < \alpha_2 \Rightarrow \quad \pi(\alpha_1) < \pi(\alpha_2)$$

d) Sabemos que el excedente es mayor a medida que el precio es menor, entonces, si la firma elige la tecnología ineficiente, el precio es mayor, por lo tanto, el excedente es mayor cuando el estado fija el precio que permite cubrir el capital usado eficientemente. Claramente, el monopolio prefiere (si no se cumple la condición de (*b*) está indiferente) la primera política de precios porque hay casos en que usar la tecnología ineficiente es óptimo para él. Finalmente, los consumidores están mejor con una política de precios que incentive al monopolio a usar tecnología eficiente.

7. Recuerde el modelo en que el regulador le pregunta a la empresa regulada por sus costos. Tal como en ese modelo, suponga que la empresa tiene costos medios c constantes, los que son altos con probabilidad θ y bajos con probabilidad $1-\theta$, que la demanda de mercado es $p = D(p)$, y que el regulador tiene que garantizar que la empresa esté dispuesta a producir. Sin embargo, suponga ahora que el regulador sólo puede fijar precios y no puede entregar subsidios. La empresa es libre de elegir cuánto producir al precio fijado. Para simplificar, suponga además que el precio monopólico que le gustaría fijar a la empresa con costos bajos es mayor que C^A, el costo de la empresa con costos altos.

   a) Escriba las restricciones de participación y de incentivos que debe respetar el planificador. En cada caso explique qué significan.

   b) ¿Qué precio le fijará el planificador a la empresa que declara tener costos altos?

   c) Demuestre que en el óptimo, el regulador fija un $p^A = p^B = C^A$. Luego explique qué implica este resultado.

8. En esta pregunta utilizaremos el modelo de agente y principal para estudiar la "competencia por comparación": cuando se regulan las tarifas de una empresa dada, se puede utilizar información de otras empresas similares para estimar los costos.

   Suponga que un regulador debe fijar la tarifas de la empresa Alectra, el monopolio encargado de distribuir electricidad en la zona A. El costo medio de servir a un cliente en la zona A es:

$$C_A = c - e_A + x$$

   Donde c es una constante, $e_A \geq 0$ es la intensidad del esfuerzo que pone Alectra en reducir costos y x es un factor aleatorio que afecta a los costos de distribución pero que está fuera del control de la empresa, con $E[x] = 0$ y $V(x) = \sigma_x^2$. La función de utilidad esperada de Alectra es:

$$E[P_A - C_A] - C(e_A) - \frac{1}{2} r\, Var\, [P_A - C_A] \tag{7.6}$$

   donde P_A es el precio fijado por el regulador; C es la función estrictamente creciente y convexa de costos del esfuerzo, con $C(0) = 0$; y $r > 0$ es el coeficiente absoluto de aversión al riesgo.
   Por su parte, el objetivo del regulador, que es neutral al riego, es que las tarifas sean lo más bajas

posibles, vale decir, quiere minimizar $E[P_A]$. Sin embargo, el regulador debe respetar la restricción de participación de Alectra (le tiene que fijar un precio tal que su utilidad esperada sea positiva).
El regulador puede observar el costo medio C_A de Alectra, pero no puede observar el esfuerzo e_A. Además, al momento de fijar las tarifas de Alectra, el regulador conoce el costo medio C_B de la empresa distribuidora de la zona B, Belectra. Si bien no observa cada uno de los componentes de este costo medio, el regulador sabe que $C_B = c - e_B + x$ (Nótese que el factor aleatorio x y el factor c que afectan el costo de Belectra son los mismos que los de Alectra).
De esta forma, el regulador le fija a Alectra su precio de acuerdo a

$$P_A = \alpha + \ (1 + \beta)C_A + \delta C_B$$

con $\beta \geq -1$.

a) Para un nivel de esfuerzo dado, obtenga el equivalente cierto de Alectra si el regulador le fija el precio de acuerdo a la ecuación (7.6); el equivalente cierto del regulador; y el equivalente cierto total.

b) Escriba la restricción de participación del regulador. Explique qué significa.

c) Suponga –solo para la parte (c)- que el regulador *puede* observar el esfuerzo de Alectra. Demuestre que en ese caso contrata con Alectra un nivel de esfuerzo tal que $C\prime(e_A*) = 1$ y le fija el precio

$$P_A = \ C_A + \ C(e_A*) \tag{7.7}$$

Explique qué significa desde el punto de vista de compartir riesgo.

d) Escriba la restricción de incentivos del regulador. Explique qué significa.

e) Suponga ahora que el regulador fija el precio según (7.7) y Alectra elige libremente su nivel de esfuerzo óptimo. ¿Qué nivel de esfuerzo seleccionará? Explique.

f) Ahora explique qué significa el "principio de información" de Milgom y Roberts. Luego, aplique este principio para demostrar que el regulador elige óptimamente $\beta = -\delta$ y explique qué significa.

g) Finalmente, encuentre la intensidad óptima de incentivos y demuestre que la "competencia por comparación" le permite al regulador implementar óptimamente e_A* a pesar de que no puede observar e_A*. Explique la intuición de por qué esto es así.

9. Un artículo de la ley que rige las telecomunicaciones en Chile determina que la fijación de tarifas telefónicas locales debe hacerse de la siguiente forma:

"*Se considerará en cada caso una empresa eficiente que ofrezca sólo los servicios sujetos a fijación tarifaria, y se determinarán los costos de inversión y explotación, incluyendo los de capital, de cada servicio en dicha empresa eficiente*".

a) ¿Qué se entiende por "empresa eficiente"? ¿Qué tan factible es que el regulador pueda determinar sus costos?.

b) Explique en qué consiste la regulación por tasa de retorno y compárela con la regulación basada en una empresa eficiente.

c) Explique en qué consiste la regulación *price cap* y señale una virtud y un defecto de este mecanismo. Luego relaciónela con la regulación que estima lo costos de una empresa eficiente.

10. En el sector eléctrico se ha producido la separación vertical entre el sector transmisión y generación en el SIC (Sistema interconectado Central). La transmisión es un monopolio natural regulado. Hasta hace tiempo Enersis tenía el control de la más importante generadora, Endesa y de la red de transmisión, Transelec. Una resolución de la Comisión Resolutiva dispuso que Enersis vendiera Transelec, lo que sucedió hace pocos años. Evalúe, en base a sus conocimientos sobre la integración vertical, sus lecturas y cualquier otro información, cuáles podrían haber sido los argumentos utilizados por quienes proponían la separación y por quienes se oponían a ella.

11. Demuestre gráfica y formalmente que cuando existen economías de escala (la empresa es un monopolio natural), y se tarifica a costo marginal la empresa pierde plata. Explique.

12. Comente la siguiente afirmación de Harold Demsetz:

    "*los altos beneficios de monopolio no suponen que los consumidores están necesariamente peor*"

    en relación con el siguiente argumento utilizado por los abogados de Microsoft para defenderse ante las autoridades de defensa de la competencia americana de beneficios excesivos

    "*las empresas únicamente continuaran innovando si pueden conseguir beneficios altos al explotar estas innovaciones*".

13. Considere el mercado de los trajes de baños de lana, el que tiene una función de demanda inversa dada por $p(q) = 100 - q$. La función de costos del monopolio es $C(q) = q^2 + 10q$.

    a) Si la firma se comportase de manera competitiva, encuentre el precio resultante, la cantidad producida y la utilidad.

    b) Caracterice el equilibrio consideran el comportamiento monopolístico de la firma.

    El regulador desea implementar una solución que induzca el comportamiento competitivo. Para lograrlo usa un doble mecanismo: Por un lado se le paga un subsidio al monopolio de s por unidad vendida (es decir, la función de costos del monopolio será $C(q) = q^2 + 10q - sq$. Además el regulador fija un impuesto sobre las utilidades (incluyendo los ingresos por subsidio) del monopolio, por lo que la función de utilidades del monopolio queda

    $$(1-t)[pq - (q^2 + 10q \ - \ sq)]$$

    El regulador desea que el efecto para las arcas fiscales sea neutro (es decir, el gasto debido a los susidios debe ser exactamente compensado por el impuesto a las utilidades). Dado esto, se deja operar al monopolio para que fije la cantidad producida.

    c) Encuentre el subsidio s y el impuesto t que usará el regulador.

Solución

a) Si la empresa se comportase en forma competitiva su oferta será el costo marginal, luego

$$P = CMg \Rightarrow 100 - q = 2q + 10 \Leftrightarrow q = 30 \Leftrightarrow \tag{7.8}$$
$$p = 70 \Leftrightarrow \pi = 2100 - 1200 = 900$$

b) El monopolio resuelve:

$$Máx\pi = p(q)q - c(q) = (100 - q)\,q - (q^2 + 10q) \tag{7.9}$$

La condición de primer orden es

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 100 - 2q - 2q - 10 = 0 \tag{7.10}$$

$$\Leftrightarrow q = 22{,}5 \Leftrightarrow p = 77{,}5 \Leftrightarrow \pi = 1012{,}5 \tag{7.11}$$

c) Ahora el monopolio resolverá

$$Máx\pi = (1 - t)\left[pq - \left(q^2 + 10q - sq\right)\right] \tag{7.12}$$

La condición de primer orden es

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = (1 - t)\left[100 - 2q - 2q - 10 + s\right] = 0 \tag{7.13}$$

despejando podemos ver que el monopolio producirá $q = \frac{90+s}{4}$
Como queremos imitar el comportamiento competitivo tenemos que la cantidad tendría que ser 30, por lo que el subsidio debe ser igual a 30 también. En tal caso las utilidades antes de impuestos corresponderán a

$$\pi_{at} = 2100 - 1200 + 900 = 1800 \tag{7.14}$$

Luego la tasa impositiva que permite recaudar el gasto efectuado en subsidios es del 50 %.

14. Suponga una industria monopólica cualquiera que enfrenta una demanda $q(p)$. Los costos de producción del bien son $C(q) = cq$.

a) Muestre que la empresa elegirá un precio tal que el Margen de Lerner será: (Hint: defina la elasticidad como $\varepsilon = -\frac{pdq}{qdp}$).

$$\frac{p - c}{p} = \frac{1}{\varepsilon}$$

¿Qué dice esta relación?

b) Suponga ahora que la empresa sabe que existe la posibilidad de que el regulador decida intervenir el mercado fijando un precio que maximice el bienestar social. La probabilidad de que esto ocurra es $F(p)$ (obviamente $F_p = f(p) > 0$). Interprete económicamente la condición sobre F_p. Demuestre que bajo estas condiciones el Margen de Lerner será: (Hint: analice la implicancia que tiene el que el regulador, cuando actúa, maximiza el bienestar social)

$$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon} \tag{7.15}$$

¿Qué dice esta relación?

c) Muestre que si existe probabilidad de regulación y la demanda tiene elasticidad constante, la empresa ejercerá un menor poder monopólico. Explique la intución tras este resultado.

d) Comente la afirmación de un diputado: "deberían eliminarse las oficinas reguladoras si es que el costo de asociado al ejercicio de poder de mercado por parte de las empresas reguladas es menor que el costo de costear todas las regulaciones"

e) Muestre el resultado obtenido en b) cuando la elasticidad no es constante, pero se cumplen que la demanda cantidad es decreciente en el precio (es decir, $\frac{dq}{dp} < 0$) y que $\frac{dp}{dq} + q\frac{d^2q}{dp^2} < 0$ (condición que según Farrell *et al* (1990) es un supuesto común[1]). (Hint: Piense en cuál es el efecto de esta condición sobre la elasticidad).

Solución:

a) La empresa resuelve:

$$máx \pi = pq - cq \tag{7.16}$$

La condición de primer orden es:

$$\frac{d\pi}{dq} = p + q\frac{dp}{dq} - c = 0 \tag{7.17}$$

Notando que $-\frac{qdp}{dp} = \frac{p}{\varepsilon}$. Tenemos que:

$$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\varepsilon} \tag{7.18}$$

Esta relación es el margen de Lerner y nos dice que el monopolio cobrará más caro (mayor margen) en aquellos mercados más inelásticos ($\varepsilon < 1$), además nos dice que el poder de mercado está relacionado con esta elasticidad, es decir, mientras más elástica sea la demanda residial que enfrenta una firma, menos poder tiene.

b) La empresa resuelve:

$$máx E[\pi] = F(p)\overline{\pi} + (1 - F(p))[pq - cq] \tag{7.19}$$

Como el regulador maximizará el bienestar social fijará (en caso de regulación) un precio igual al costo marginal ($p = c$), por lo que $\overline{\pi} = 0$.

La condición de primer orden es:

[1] Farrell, Joseph and Shapiro, Carl. "Horizontal Mergers: An Equilibrium Analysis,"The American Economic Review, Vol. 80, N^{o}1 (Mar.,1990), 107-126

$$\frac{d\pi}{dp} = -f(p)q(p-c) + (1-F(p))\left[q + p\frac{dq}{dp} - c\frac{dq}{dp}\right] = 0 \tag{7.20}$$
$$= -f(p)q(p-c) + (1-F(p))q\left[1 - \frac{\varepsilon}{p}(p-c)\right] = 0 \tag{7.21}$$

Luego

$$(p-c)\left[f(p) + \frac{\epsilon(1-F(p))}{p}\right] = (1-F(p)) \tag{7.22}$$

Por lo tanto

$$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon} \tag{7.23}$$

c) En este caso hay que comparar el Margen de Lerner en cada situación (con y sin riesgo de regulación):

$$L_a > L_b \Longleftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} > \frac{1}{\frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon} \Longleftrightarrow \frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon > \varepsilon \Longleftrightarrow \frac{pf(p)}{1-F(p)} > 0 \tag{7.24}$$

Lo que se cumple siempre pues el precio es siempre positivo ($p > 0$), la densidad tiene que ser positiva ($f(p) > 0$) y $F(p) \leq 1$. La intuición es que la empresa enfrenta dos problemas: si sube el precio (desde un $p < p^m$) aumentarán sus utilidades, pero esto incrementará la probabilidad de regulación, por lo que tiene un efecto negativo sobre el valor esperado. Luego, la amenaza regulatoria resulta efectiva como inhibidor del ejercicio de poder de mercado (que es el mismo argumento que se utiliza para los mercados desafiables, ya que en tal caso, la posibilidad de entrada de competencia es la que reduce los precios).

d) El diputado está equivocado, pues está ignorando que la existencia de los reguladores también inhibe a las empresas a que tengan precios monopólicos, por lo que el debería considerar este beneficio también (para hacer correctamente el análisis costo beneficio).

e) Veamos cómo se comporta la elasticidad al variar el precio

$$\frac{d\varepsilon}{dq} = \frac{d}{dq}\left[-\frac{pdq}{qdp}\right] = -\frac{d}{dq}\left[\frac{p}{qp'}\right] = -\left\{\frac{q(p')^2 - p(p' + qp'')}{(qp')^2}\right\} \tag{7.25}$$

Como $\frac{dp}{dq} + q\frac{d^2q}{dp^2} < 0$ el numerador será positivo. Por lo tanto

$$\frac{d\varepsilon}{dq} < 0 \tag{7.26}$$

Esto significa que la elasticidad disminuye al subir la cantidad o (de maner equivalente) aumenta al subir el precio (se mueven juntos)[2].Ahora razonemos por contradicción, supongamos que el riesgo de regulación hace subir los precios

[2] $\frac{d\varepsilon}{dq} < 0 \Longleftrightarrow \frac{d\varepsilon}{dp}\frac{dp}{dq} < 0 \Longleftrightarrow \frac{d\varepsilon}{dp} > 0$, pues $\frac{dp}{dq} < 0$.

$$L_a < L_b \Longleftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} < \frac{1}{\frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon} \Longleftrightarrow \frac{pf(p)}{1-F(p)} + \varepsilon_1 < \varepsilon_0 \tag{7.27}$$

$$\frac{pf(p)}{1-F(p)} < \varepsilon_0 - \varepsilon_1 < 0 \Longrightarrow\Longleftarrow \tag{7.28}$$

Contradicción, pues si los precios son mayores, entonces también debería ser mayor la elasticidad, pero eso no puede ser pues el término $\frac{pf(p)}{1-F(p)}$ debe ser positivo, ya que el precio es siempre positivo ($p > 0$), la densidad tiene que ser positiva ($f(p) > 0$) y $F(p) \leq 1$. Por lo tanto se concluye que el riesgo de regulación hará bajar el margen de Lerner (el precio).

15. Considere el caso de Transchilec, una empresa monopólica en distribución-transmisión. Analice conceptualmente los efectos sobre el bienestar de la integración vertical de Transchilec con Engener, una empresa generadora de electricidad, bajo los siguientes condiciones:

    a) Engener es un monopolio en la generación eléctrica.

    b) El mercado de la generación eléctrica es competitivo.

    c) Transchilec está regulado en forma perfecta (sin rentas) y el mercado de generación es inicialmentecompetitivo.

    d) Transchile está regulada en forma imperfecta, tiene rentas (menores a las rentas monopólicas) y el mercado de generación es inicialmente competitivo.

    Solución

    a) Hay que recordar que algo peor que un monopolio, es una cadena de monopolio ya que en estos casos ocurre una doble marginalización. Por esto, al integrarse 2 monopolios, se elimina la cadena y queda un solo monopolio, aumentando el bienestar social.

    b) Si se integra, la empresa seguirá cobrando el mismo precio monopólico pm , ya que hay que recordar que basta que exista un monopolio en una cadena para extraer todas las rentas monopólicas de la misma. Luego el bienestar no varía con la integración

    c) Si Transchilec esta regulado en forma perfecta significa que sus costos son cubiertos justo con sus ingresos, es decir, es una empresa que se autofinancia en estos caso el bienestar social es “optimo” , luego una fusión puede llevar a una perdida del bienestar social, ya que el monopolio puede tratar de traspasar su poder monopólico a la generadora ya sea inflando los costos de producción de estas para obtener un precio mayor o favoreciendo a su parte generadora en desmedro de las otras, si estas situaciones no se dieran y la integración estuviera bien regulada el bienestar no debería cambiar.

    d) Este es un caso que se podría decir que esta entre la parte b) y c) pero ahora la empresa monopólica cobra un precio que permite cubrir sus costos y obtener rentas, es decir, se autofinancias y obtiene rentas también. En este caso, el bienestar antes de la integración no es”optimo” ya que el monopolio tiene rentas, por lo que al integrarse puede que ocurran las mismas situaciones que en la parte c), pero en menor medida ya que ahora la empresa va a “abusar” del mercado no regulado (el de las generadoras) hasta extraer toda la renta monopólica de la cadena (o la mayor posible), pero como ya tiene una cierta cantidad de esas rentas, el “abuso” debería ser menor. Luego al igual que en la parte c) si no se dan ninguna de esas situaciones el bienestar no debería cambiar con la integración, pero si ocurren el bienestar debería disminuir.

16. Considere el siguiente problema de regulación. La empresa de teléfonos Afónica es un monopolio en dos mercados: el de telefonía local, cuyas tarifas están reguladas, y en el de seguridad en los hogares, que no tiene regulación de tarifas. La demanda en los mercados es $q_i = D(p_i)$, $i = T, S$. y los costos son $C(q_T, q_S) = K_0 + K_T q_T + K_S q_S$. Defina $\lambda \geq 0$ como la fracción de los costos fijos que el regulador le asigna al sector regulado. El problema del regulador es cómo poner el precio de la telefonía local (alternativamente la cantidad de minutos) y cómo asignar los costos fijos entre los dos sectores, ya que sólo puede poner tarifas para el mercado de la telefonía local. Recuerde que $S_b(q_i)$ es el excedente bruto (ver figura 7.1) del consumidor y que $\frac{dS_b(q_i)}{dq_i} = p_i$, $i = T, S$.

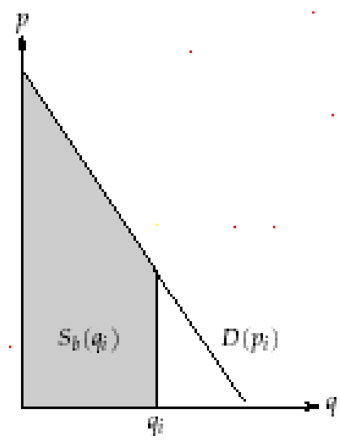

Figura 7.1: Excedente bruto de los consumidores

   a) Escriba el problema de maximización del regulador suponiendo que su objetivo es maximizar el excedente del consumidor bajo la restricción de autofinanciamiento (como en Ramsey-Boiteux). Recuerde que sólo está regulado el precio de la telefonía.

   b) Resuelva el problema del regulador y encuentre la asignación óptima del costo fijo al sector regulado. Interprete sus resultados

17. Suponga un regulador que enfrenta a una empresa regulada cuyos costos de producción no conoce, pero sabe que pueden ser $C(q) = c(q)$ si son bajos o $C(q) = kc(q)$, con $k > 1$, si son altos.donde q es la cantidad producida y se tiene $c', c'' > 0$. El regulador desea maximizar la producción al mínimo costo, es decir, resuelve $\max\ q - w$, donde w es el pago a la empresa. La utilidad de la empresa regulada es $U = w - C(q)$. La empresa tiene la opción de cerrar si no le pagan sus costos. El regulador puede observar las cantidades producidas y desea encontrar el menú de pagos w_L, w_H óptimos.

   a) Encuentre las restricciones de participación y de incentivos en este modelo.

   b) Muestre, gráficamente o verbalmente si lo desea, que es óptimo que el regulador ofrezca un menú de pagos w_i, $i = \{H, L\}$ tal que:

      1) Para la empresa H de alto costo, la restricción de participación es activa, pero la de incentivos no lo es.

2) Para la empresa L de bajo costo se tiene que la restricción de participación no es activa (¿cómo se interpreta ésto?) y la restricción de incentivos sí es activa.

18. Según un estudio reciente Entel obtuvo rentabilidades por sobre 40 % mientras fue un monopolio regulado; más aún, si las tarifas se continuaran fijando de acuerdo al procedimiento antiguo, el minuto a los Estados Unidos costaría alrededor de $1,200. Por contraste, cuando se abrío el mercado de larga distancia a la competencia los precios cayeron drásticamente, y hoy se puede llamar a los Estados Unidos por mucho menos (por ejemplo, la Universidad tiene un contrato en que le cobran menos de $ 100 por minuto a los Estados Unidos). Basado en el modelo de revelación de información discutido en clases, explique si se puede concluir que Entel fue mal regulado mientras fue monopolio.

19. Recuerde el modelo de regulación visto en clases donde el esfuerzo de la empresa no es observable. Suponga que el costo de producir una unidad es

$$c \equiv \bar{c} - e_1 + e_2 + x,$$

donde $\bar{c}$ es una constante, $e_1 \geq 0$ es el esfuerzo de la compañía de agua potable por reducir costos, $e_2 \geq 0$ es el esfuerzo de la compañía de agua potable por dar un servicio de buena calidad y x es un factor aleatorio que afecta los costos pero que está fuera del control de la empresa, con $E[x] = 0$. El regulador puede observar los costos de la empresa y le fijará a la empresa un precio de acuerdo con

$$P = \alpha + (1 + \beta)c$$

con $\alpha > 0$ y $\beta \geq -1$. Vale decir, el precio es creciente con el costo de producir agua potable. La función de utilidad esperada de la empresa es

$$E[P - c] - C(e_1 + e_2) - \frac{r}{2}\text{var}(P - c - C[e_1 + e_2]),$$

donde r es el coeficiente de aversión al riesgo y C el costo del esfuerzo, con C', $C'' > 0$. El objetivo del regulador es maximizar el bienestar de los usuarios. La función de utilidad de los usuarios es

$$E[\overline{U} - am(e_2) - P],$$

con $a > 0$ y $m' < 0$. Por último, el regulador no puede forzar a la empresa a participar—le tiene que dar utilidad esperada positiva.

a) Explique qué es lo que dice la función de utilidad de los consumidores. Luego suponga que lo que estamos modelando es el mercado de la distribución eléctrica. Dé un ejemplo de lo que representan a y m.

b) Obtenga las restricciones de incentivo que enfrenta el regulador. En **no más de seis lineas** explique por qué éstas sugieren que la regla de fijación de precios $P = \alpha + (1 + \beta)c$ no es suficiente para lograr costos bajos y buena calidad al mismo tiempo.

c) Explique en qué consiste la regulación por tasa de retorno. Usando el modelo describa sus principales consecuencias. Obtenga el valor de α que selecciona el regulador si regula por tasa de retorno.

d) Explique en qué consiste la regulación **price cap**. Usando el modelo describa sus principales características. Obtenga el valor de α que selecciona el regulador si regula por **price cap**.

e) En la práctica ¿cómo se determina α? ¿Qué sugiere la teoría que vimos en clase sobre la capacidad del regulador de evitar que el monopolio obtenga rentas?

20. En clases discutimos el modelo de tarificación de punta y fuera de punta.

    a) Describa y explique en qué consiste y qué condiciones son necesarias para que sea posible aplicarla. ¿Qué importancia tiene el supuesto que la capacidad se puede expandir a costo marginal constante?

    b) Considere el caso en que se fija una tarifa uniforme que no distingue entre punta y fuera de punta. La tarifa es tal que la empresa se autofinancia. Explique apoyado por un gráfico por qué esta tarifa es ineficiente. Explique por qué esta tarifa redistribuye riqueza desde los consumidores de punta hacia los de fuera de punta.

    c) Explique por qué la tarificación que distingue entre punta y fuera de punta soluciona los problemas descritos en (b).

21. Una empresa es dueña de una central hidroeléctrica de 100MW que actualmente abastece el consumo de todo el país. El costo de capital de cada MW es \$2. El costo variable de generar es cero. Desmontar la central le permitiría a la empresa recuperar \$0, 50 por MW. La demanda crecerá en ΔD en el futuro cercano. Pero antes de que la empresa decida si desmonta la central, no hace nada o invierte para satisfacer el aumento de demanda, el gobierno debe fijar las nuevas tarifas eléctricas. Al gobierno le gusta fijar precios bajos, porque aumentan su popularidad. Sin embargo, también quiere que la empresa invierta, porque de lo contario ocurrirán cortes, los que enojan a la gente con el gobierno. Los cortes serán más frecuentes mientras mayor sea la discrepancia entre la capacidad instalada y la demanda. En resumen, para simplificar suponga que el pago del gobierno es igual a

$$-p - a \cdot (D - G)$$

    con $a > 0$, donde p es el precio de la electricidad, D es la demanda y G es la capacidad instalada (por lo tanto, ΔD y ΔG son los cambios dde la demnada y la capacidad de generación).

    a) Describa el juego entre el gobierno y la empresa.

    b) Calcule la cuasirenta apropiable de la central y explique su razonamiento. (Si no explica, no obtiene puntaje.)

    c) Suponga que la demanda no crece (vale decir, $\Delta D = 0$). Demuestre que en equilibrio la empresa no invierte. ¿Qué precio fijará el gobierno? ¿Qué hará la empresa con su central de 100MW?

    d) Muestre que existe un aumento de la demanda suficientemente grande tal que al gobierno le conviene fijar el precio de manera que la empresa invierta. Obtenga ese valor y el precio que fija el gobierno. Explique.

    e) Utilice lo que obtuvo antes para evaluar la siguiente afirmación. “Si la tasa de crecimiento de mediano plazo de la economía chilena cayese fuertemente, seguramente aumentarán los conflictos entre los gobiernos y las empresas eléctricas”.

22. La distribución eléctrica es uno de los monopolios regulados en Chile es la distribución eléctrica. En este problema, tomado de un trabajo de Alejandro Drexler del Ministerio de Economía, se le pide estimar la pérdida social que sufriría el país si las tarifas de distribución no se regulasen.

    Para estimar esta pérdida sólo se cuenta con datos del total que gastan los consumidores en energía eléctrica ($p_0 \times q_0 =$US\$732 millones) y la elasticidad de la demanda, $\eta = -0,2$. Dos supuestos adicionales se hacen para obtener la estimación: (i) el monopolio enfrenta una demanda lineal $D(p) = a - bp$ y (ii) la tarifa regulada es igual al costo marginal de largo plazo que es constante e igual a c, es decir, $p_0 = c$. Por último, es importante notar que el 65 % de las acciones de distribuidoras eléctricas está en manos de extranjeros.

    a) Con la información presentada grafique el óptimo del monopolio de distribución. Luego indique y explique en qué consiste (i) la pérdida social que causaría el monopolio de no ser regulado; (ii) la renta monopólica que capturaría si no fuera regulado.

    En el resto de la pregunta se le pide cuantificar la pérdida social y la transferencia que recibiría el monopolio de no ser regulado.

    b) Encuentre los valores de a y b en función de de p_0, q_0 y la elasticidad η.

    c) Usando la demanda que obtuvo en (b), plantee el problema que resuelve el monopolio y calcule el precio que cobraría y la cantidad que vendería si no fuera regulado.

    d) Obtenga una expresión en función de p_0, q_0 y la elasticidad η de (i) la pérdida social; (ii) la transferencia. Luego estime la pérdida social y la transferencia en dólares.

    e) Si el objetivo del regulador es maximizar el bienestar *de los chilenos*, indique cuál sería la pérdida social si no se regulase el monopolio de distribución eléctrica. Explique.

Capítulo 8

Oligopolios y colusión

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.

   a) Juego Repetido - Colusión

   b) Colusión - observabilidad

   c) Tasa de descuento - colusión

2. Suponga que existen n firmas simétricas cuya función de costos es $C(q_i) = cq_i$, y estas compiten según el modelo de Cournot

   a) Muestre que se cumple que:

   $$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{n\varepsilon} \tag{8.1}$$

   donde $\varepsilon = -\frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q}$. (Hint: recuerde que $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$).

   b) Qué significa (8.1)?

   c) Muestre que monopolio y competencia perfecta son casos específicos de Cournot. Explique la intución.

3. Sean q_1 y q_2 las cantidades (de un bien homogéneo) producidas por la firma 1 y 2 respectivamente. Sea $P(Q) = a - Q$ el precio de equilibro de mercado cuando la catidad agregada es $Q = q_1 + q_2$. Supongamos que el costo total de la firma i es $C(q_i) = cq_i$, con $c < a$.

   a) Escriba la función objetivo de cada firma.

   b) Encuentre las funciones de reacción de cada una e interprételas en términos de teoría de juegos.

   c) Grafique las funciones de reacción en el plano q_1, q_2 y encuentre el equilibrio de Cournot-Nash gráficamente. Explique por qué es un equilibrio de Nash.

   d) Determine el equilibrio.

4. Considere dos firmas que producen bienes diferenciados, cada firma enfrenta una demanda dada por $q_i(p_i, p_j) = a - p_i - bp_j$. Los costos de producción de la firma i son $C(q_i) = cq_i$.

a) ¿Qué signo debría tener b?

b) Escriba la función objetivo de cada firma y encuentre el equilibrio de Nash de competencia à la Bertrand.

5. En este caso, a diferencia del ejercicio anterior, los bienes son homogeneos y la demanda que enfrentan las firmas es:

$$q_i = \begin{array}{ll} 1 - p_i & \text{si } p_i < p_j \\ \frac{1-p_i}{2} & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{array}$$

Asuma que los costos de producción son $C(q_i) = cq_i$, con $c < a$.

a) Grafique las funciones de reacción de cada firma.

b) Demuestre que si las empresas eligen simultáneamente precios entonces el único equilibrio es que ambas empresas fje un precio igual al costo marginal $(p = c)$.

c) ¿Cómo cambiarían sus resultados si las empresas tienen costos marginales distintos?

6. Dos empresas compiten en el mercado de las llamadas de larga distancia. Operar una compañía no tienen costo. Las empresas eligen simultánamente el precio que cobran y este puede ser alto $(p_A = 10)$ o bajo $(p_B = 4)$. Hay 100 mil usuarios que están dispuestos a pagar

precios altos, y 50 mil que sólo llaman cuando los precios son bajos (para simplificar, suponga que cada usuario hace a lo más una llamada). Entre los usuarios que están dispuestos a pagar precios altos, una fracción θ<1 son clientes "informados" (estos clientes comparan precios y usan el carrier más barato). El resto no compara precios y llama con igual probabilidad por una u otra compañía, sin importar qué precios estén cobrando. Por último, suponga que si las dos compañías cobran el mismo precio, todos los usuarios se reparten entre las dos por partes iguales.

a) Suponga que el juego descrito se juega sólo una vez. Represente el juego en forma normal. Luego encuentre los valores de á para los que la combinación de estrategias tal que ambas compañías cobran precios altos es un equilibrio de Nash. Explique la intuición del resultado obtenido.

b) La SUBTEL (organismo que regula las telecomunicaciones en Chile) crea un teléfono 800, en el que sin costo se informan las tarifas de ambas compañías y que ahora todos los usuarios están dispuestos a comparar precios antes de llamar. ¿cómo cambia el juego que describió en la parte anterior? Encuentre los equilibrios de Nash de este nuevo juego. Explique la intuición del resultado obtenido.

c) Suponga ahora que las dos compañías introducen el siguiente contrato, el que aceptan todos los usuarios (cada empresa contrata la mitad de los usuarios): "Contrate con nosotros a $p_A = 10$, pero si la competencia cobra $p_B = 4$, nosotros le cobramos lo mismo". Demuestre que en este caso la combinación de estrategias en que las dos empresas cobran $p_A = 10$ es un equilibrio de Nash.

d) ¿Debería SUBTEL reclamar ante la Comisión Antimonopolios que el contrato en cuestión tiene efectos monopólicos? Fundamente.

Solución

a) Antes de escribir el problema en forma normal calcularemos las utilidades de cada estrategia, considerando y aprovechando al simetría del problema.

$$\pi(p_A/p_A) = \frac{n_A p_A}{2} = \frac{100000{\cdot}10}{2} = 5{\cdot}10^5 \tag{8.2}$$

$$\pi(p_A/p_B) = \frac{n_A(1-a)p_A}{2} = \frac{100000{\cdot}10{\cdot}(1-a)}{2} = 5{\cdot}10^5(1-a) \tag{8.3}$$

$$\pi(p_B/p_B) = \frac{(n_A+n_B)p_B}{2} = \frac{150000{\cdot}4}{2} = 3{\cdot}10^5 \tag{8.4}$$

$$\pi(p_B/p_A) = \frac{n_A(1-a)p_B}{2} + an_A p_B + n_B p_B = p_B\left(\frac{n_A(1+a)}{2} + n_B\right) \tag{8.5}$$

$$\pi(p_B/p_A) = p_B\left(\frac{n_A(1+a)}{2} + n_B\right) = 4{\cdot}5{\cdot}10^4\,(2+a) = 2{\cdot}10^5\,(2+a) \tag{8.6}$$

Ahora podemos representar el juego en forma normal:

$Emp1\backslash Emp2$	p_A	p_B
p_A	$(5{\cdot}10^5, 5{\cdot}10^5)$	$(5{\cdot}10^5(1-a), 2{\cdot}10^5\,(2+a))$
p_B	$(2{\cdot}10^5\,(2+a), 5{\cdot}10^5(1-a))$	$(3{\cdot}10^5, 3{\cdot}10^5)$

Para que cobrar precios altos sea un Equilibrio de Nash. A esta altura del curso todos deberían saber lo que es un equilibrio de Nash: Es una combinación de estrategias

$$S^* = (S_1^*, ..., S_n^*) \tag{8.7}$$

tal que

$$\forall i, u_i(S_i^*, S_{-i}^*) \geq u_i(S_i, S_{-i}^*) \tag{8.8}$$

es decir, nadie tiene incentivos para cambiarse <u>dadas</u> las estrategias del resto de los jugadores. Luego se debe cumplir que

$$\pi(p_A/p_A) > \pi(p_B/p_A) \Leftrightarrow 5{\cdot}10^5 > 2{\cdot}10^5(2+a) \Leftrightarrow \frac{5}{2} - 2 > a \Leftrightarrow a < \frac{1}{2} \tag{8.9}$$

El óptimo social (en el juego[1]!!) se alcanza sólo si al menos la mitad de los clientes con mayor disposición a pagar están desinformados y por tanto no comparan precios. Notemos que la utilidad de fijar precios bajos dado que la competencia fija precios altos es creciente en a: mientras más informados haya, más serán los clientes que elegirán precios bajos. Si hay demasiados informados (a>1/2) la pérdida de utilidad al cobrar un menor precio es compensado por la cantidad de clientes adicionales que recibirá, por lo que el equilibrio donde ambas empresas cobran precios altos no puede mantenerse.

[1] ¿Es distinto al óptimo de la sociedad? ¿Por qué?

b) La SUBTEL, al crear el teléfono gratuito de "cotización", elimina la fracción $(1-a)$ de clientes desinformados[2] por lo que el juego anterior se modifica.

$$\pi(p_A/p_A) = \frac{n_A p_A}{2} = \frac{100000{\cdot}10}{2} = 5{\cdot}10^5 \tag{8.10}$$

$$\pi(p_A/p_B) = 0 \tag{8.11}$$

$$\pi(p_B/p_B) = \frac{(n_A+n_B)p_B}{2} = \frac{150000{\cdot}4}{2} = 3{\cdot}10^5 \tag{8.12}$$

$$\pi(p_B/p_A) = p_B\,(n_A+n_B) = 4{\cdot}1{,}5{\cdot}10^5 = 6{\cdot}10^5 \tag{8.13}$$

Incorporando esto tenemos que

$Emp1\backslash Emp2$	p_A	p_B
p_A	$(5{\cdot}10^5, 5{\cdot}10^5)$	$(0, 6{\cdot}10^5)$
p_B	$(6{\cdot}10^5, 0)$	$(3{\cdot}10^5, 3{\cdot}10^5)$

Luego el equilibrio de Nash es que ambos cobren precios bajos, ya que siempre hay incentivos a cambiarse en caso de cobrar precios altos:

$$\pi(p_B/p_A) > \pi(p_A/p_A) \tag{8.14}$$

Además no hay ningún incentivo para cambiar de estrategia cuando se cobra precios bajos porque

$$\pi(p_B/p_B) > \pi(p_A/p_B) \tag{8.15}$$

c) Al introducir ese contrato hemos eliminado la opción de tener estrategias distintas para cada empresa, ya que sólo existirán: ambas cobrando precios altos o ambas cobrando precios bajos. Como

$$\pi(p_A/p_A) > \pi(p_B/p_B) \Leftrightarrow 6{\cdot}10^5 > 5{\cdot}10^5 \Leftrightarrow 6 > 5 \tag{8.16}$$

cobrar precios altos es una estrategia dominante y por lo tanto es equilibrio de Nash[3].
Es como si a la empresa le ofreciésemos bajar los precios para no ganar ningún nuevo cliente y sólo bajar las utilidades (no sería razonable aceptar!!!).

d) La SUBTEL debería reclamar, pues el contrato tiene efectos monopólicos, debido a que es colusión sustentada en una amenaza pública (en un compromiso de comportamiento). Es interesante notar que cada cliente tiene incentivos a contratar el plan, porque le anulan los costos de cotizar precios, el problema viene dado por el efecto: Precios mayores.

7. Un monopolio produce un bien a un costo unitario constante c y lo vende a dos minoristas, los que revenden los bienes con un costo adicional nulo (compiten en cantidades, como en el duopolio de Cournot). La demanda de los consumidores finales viene dada por $P = A - Q$.

[2] Otra forma de decirlo es que la fracción de informados es 1, es decir todos saben cual es la empresa de menor precio.

[3] Un equilibrio en estrategias dominantes siempre es Nash, intuitivamente podemos pensar que si una estrategia es la mejor respuesta para cualquier cosa que haga el otro jugador (estrategia dominante), en particular también lo será para la estrategia dominante del otro jugador. Como ejercicio podrían demostrarlo (es fácil!!!).

a) Suponga que el monopolio vende a los minoristas de acuerdo con unos precios lineales simples —a un precio que el monopolio decide, es decir, el monopolio tiene todo el poder de mercado—. ¿Cuál es el precio que fija el monopolio?

b) Suponga que el monopolio puede utilizar un sistema de tarifa de dos partes. Determine los precios que cobra el monopolio.

c) Vuelva a responder las partes anteriores si los minoristas compiten en precios (duopolio de Bertrand).

8. Las firmas Tarugo (T) y Bisagra (B) compiten en el mercado de materiales de construcción. La función de demanda por repuestos de cada firma viene dada por:

$$\begin{aligned} q_T &= a - bp_T + dp_B \\ q_B &= a - bpB + dp_T \end{aligned}$$

con $b > d > 0$, donde p_i y q_i indican el precio y la cantidad del producto fabricado por la firma i ($i = \{$T,B$\}$). Los costos unitarios de las firmas T y B son constantes e iguales a c.

a) Determine el equilibrio si las firmas compiten en cantidades. Dibuje las curvas de reacción. ¿qué sucede cuando $d \to b$?

b) Determine el efecto sobre el equilibrio de un aumento en los costos de Tarugo en un 50 %. Calcule el efecto sobre las utilidades de las dos firmas. Muestre gráficamente el efecto sobre las curvas de reacción.

c) En el equilibrio de Bertrand con bienes homogéneos y costos marginales iguales los beneficios son cero; en el caso de Cournot los beneficios son positivos. Muestre que la tasa de interés que permite la colusión en el superjuego de Bertrand es menor que la que permite colusión en el superjuego correspondiente a la repetición del juego de Cournot.

d) ¿Cuál de las dos estrategias (competencia de precios o de cantidad) le permite a las firmas obtener mayores utilidades?

9. Las firmas Tarugo (T) y Bisagra (B) producen bienes homogéneos. La firma i ($i = \{$T,B$\}$) enfrenta la demanda:

$$q_i = \begin{array}{ll} 1 - 2p_i & \text{si } p_i < p_j \\ \frac{1-2p_i}{2} & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{array}$$

Los costos unitarios de las firmas T y B son constantes e iguales a c.

a) Encuentre las condiciones que aseguran colusión.

b) Suponga que las firmas deben mantener sus precios por al menos dos períodos. Calcule las nuevas condiciones que aseguran la colusión. ¿qué sucede si sólo la firma T está sujeta a esta restricción?

10. Analice las siguientes prácticas comerciales y/oregulatorias desde la perspectiva de las posibilidades de colusión, explique si éstas favorecen o dificultan la colusión entre los agentes y por qué.

a) Intercambio de información entre bancos

b) Surgimiento de grandes conglomerados que participan en diversas áreas de producción a la vez. Por ejemplo el grupo Falabella que particpa en retail, productos para lo construcción, agencias de viaje, banco, sanitarias, etc.

c) Mayor diferenciación del producto.

d) Obligación por parte de la Autoridad de informar en forma clara la tasa de interés que cobran las casas comerciales por el crédito que otorgan a través de sus respectivas tarjetas de crédito.

e) Licitación de contratos para suministrar energía eléctrica a los consumidores regulados por parte de Chilectra. En particular, considere el caso en que esta empresa licita en forma separada el suministro para cada comuna que sirve.

f) Imposibilidad de discriminar precios entre consumidores. Esto es, la empresa debe cobrar el mismo precio por un determinado producto en todos los puntos de venta.

11. Considere dos empresas con los mismos costos marginales (constantes) que producen bienes homogéneos y que tienen un factor dedescuento δ. Encuentre las condiciones necesarias para mantener la colusión en cada uno de los siguientes casos:

    a) La demanda en le período t es $x_t(p) = a^t x(p)$, con $a < 1$, y las empresas se castigan con el equilibrio de Bertrand para siempre en caso de desviación.

    b) Suponga que la demanda es constante y que las empresas castigan con el equilibrio de Bertrand para siempre en caso de desviación, pero en cada período existe una probabilidad $0 < a < 1$ de que el mercado desaparezca para siempre.

    c) Suponga que el castigo (competencia de Bertrand) por deviarse comienza K períodos despúes del desvío.

    d) En el caso a), que condición adicional sobre a debe imponerse si $a > 1$? ¿cómo interpretaría este resultado?

12. Considere que una industria donde existen n distribuidores iguales que compiten de acuerdo al modelo de Cournot y que tienen una función de costos dada por $C(q) = cq + F$, donde c es el costo del producto y F es el costo de la licencia de distribución. La demanda por el bien es $Q = A - p$, donde $Q = \sum_i^n q_i$.

    a) Muestre que el precio, la cantidad total y utilidades (de la firma i) vienen dadas por las expresiones: (Hint: ocupe argumentos de simetría)

$$Q = \frac{n(A-c)}{n+1}$$

$$P = \frac{A+nc}{n+1}$$

$$\pi_i = \left(\frac{A-c}{n+1}\right)^2 - F$$

    b) Determine el n^o de firmas que existirán en este mercado (en el Largo Plazo) y grafique la relación número de firmas (eje de las ordenadas) en función del valor de la licencia (eje de las abscisas). De una intuición sobre la forma, cotas y límites de esa función.

c) Suponga ahora que existe un único proveedor del bien a distribuir, el que no tiene costos variables, pero si un costo fijo Z. Determine la relación entre el precio que cobrará por el producto (c) y por la licencia (F). (Hint: La demanda está dada por las empresas que utilizan el producto y pagan la patente F. Hint 2: La firma decide c y F.)

d) Calcule el n^o de firmas que existen en el mercado y explique por qué no es un indicador de competencia el que existan muchos distribuidores de un producto.

13. En una economía existen dos bienes: vino y dinero. Hay 500.000 consumidores (iguales), cada uno con la siguiente función de demanda por vino: $p = 1 - 2bx$, donde x es la cantidad de vino que consume y p es el precio que paga por cada unidad de vino.
Dos empresas venden vino: Viña René (R) y Vinos de la Vega (V). La función de costo de la empresa i ($i = R, V$) es $C_i = F + cx_i$ (F puede ser igual a cero). Cada empresa tiene una tarifa de dos partes para el vino; independientemente de la cantidad de vino que compre un consumidor debe pagar A_i a la firma i, además de p_i por cada unidad de vino que compra.

a) Suponga que el mercado del vino funciona de la siguiente manera: R y V deciden, simultánea e independientemente, si van a producir alguna cantidad de vino (si deciden producir, incurren en el costo fijo F); luego, cada empresa observa si la otra va a producir vino o no, y entonces la(s) firma(s) activa(s) decide(n), simultánea e independientemente, su sistema de tarifa de dos partes (A_i y p_i); por último, los consumidores deciden cuánto vino comprar y a qué empresa. Determine los equilibrios perfectos en el subjuego (en estrategias puras) en función de F.

b) Suponga que el juego se repite indefinidamente (en cada período las empresas deciden si quieren o no producir vino e incurrir en el costo fijo; una empresa puede estar fuera en un período y dentro en el siguiente); consumidores y firmas tienen un factor de descuento igual a r. Si $F = 1$; $c = 0$ y $b = 1$ ¿cuáles de los siguientes casos describe un equilibrio perfecto en el subjuego? (fundamente sus argumentos):

• Ambas empresas están activas en cada período, y cada una de ellas obtiene la mitad de lo que obtendría una empresa monopólica.

• Sólo una empresa está activa en cada período, y esta empresa obtiene lo que obtendría una empresa monopólica.

• Sólo una empresa está activa cada período, y esta empresa obtiene un beneficio igual a cero en cada período.

14. Suponga que existen dos caminos para viajar entre Santiago y Valparaíso. Cada carretera es operada por un concesionario independiente. Para cada automovilista, el costo total de usar la carretera es el costo de peajes más el costo que tiene el tiempo de viaje: $C_i = p_i + t_i$ con $i = \{1, 2\}$, donde C_i es el costo de viaje total al usar la carretera, y p_i y t_i son el peaje y el tiempo de viaje en cada carretera respectivamente. El tiempo de viaje depende de la distancia y de la congestión de la siguiente forma: $t_i = T_0 + N_i$ donde T_0 es el tiempo que demora un automóvil en llegar a Valparaíso si no hay vehículos en la carretera. Suponga que la cantidad de vehículos entre Santiago y Valparaíso es constante ($N_1 + N_2 = N$), que las firmas deciden los peajes simultáneamente y que tratan de maximizar su ingreso total ($p_i N_i$).

a) Muestre que en el equilibrio $p_1 + t_1 = p_2 + t_2$.

b) Encuentre el ingreso por peajes de cada firma como función de los peajes de la otra firma.

c) Encuentre las curvas de reacción de cada firma, usando peajes como las variables estratégicas.

d) Encuentre el equilibrio de Nash en precios de este juego. ¿Cuál es el ingreso de las firmas?.

15. En el mercado del azúcar en Japón , existen muchas firmas que podrían entrar a operar en el mercado, ya que no hay barreras a la entrada al mercado, excepto que entrar tiene un costo hundido fijo F. La demanda es $q = a - p$ y los costos marginales de producción son 0. No existen restricciones de capacidad. El descuento de los beneficios futuros es r. En lo que sigue, el horizonte del juego es infinito.

    a) Suponga que las firmas compiten en precios y que no son capaces de coludirse. ¿Cuántas firmas habrán en el mercado?

    b) Suponga que las firmas activas (operando) se coluden, bajo la amenaza explícita de volver a competencia de precios si alguien viola el acuerdo. Encuentre la condición para que se mantenga el acuerdo colusivo y la condición que determina la relación entre el número N de firmas en el mercado y el costo fijo F.

    c) Suponga que $r = 3/4$ y que $a = 1$. Grafique el número de firmas en el mercado como función del costo fijo. Muestre que cuando F es pequeño, ¡habrá una sola firma en el mercado!

Solución

a) Si las firmas compiten en precios y no son capaces de coludirse, entonces nunca podrá haber 2 o más firmas compitiendo, ya que con $P = CMg$ no logran cubrir el costo fijo F. Luego, la única solución es que haya sólo una empresa en el mercado, la cual, impondrá un precio monopólico debido a que sabe que ninguna firma querrá entrar a competir.

Adicionalmente, se tiene que:

$$\pi_t^M = pq = p(a-p) = pa - p^2 \tag{8.17}$$

$$\frac{\partial \pi_t^M}{\partial p} = a - 2p = 0 \Rightarrow p = \frac{a}{2}, \pi_t^M = \frac{a^2}{4} \tag{8.18}$$

$$\pi_{Total}^M = \sum_{t=0}^{\infty+} \left(\frac{a^2\delta^t}{4}\right) - F = \frac{a^2}{4(1-\delta)} - F \tag{8.19}$$

Por lo tanto, tendremos que en caso de competencia de precios habrá una firma si $F \leq \frac{a^2}{4(1-\delta)}$ y ninguna firma[4] si $F > \frac{a^2}{4(1-\delta)}$

b) Condición de colusión (condición 1): La condición de colusión requiere que el acuerdo colusivo[5] sea sustentable, es decir, nadie tenga incentivos a salirse (Nash). Si una empresa se desvía obtendrá las utilidades monopólicas por un período y luego habrá competencia en precios (Bertrand, cero utilidades):

$$\pi_{Total}^{Mc} - F > \pi^M - F \tag{8.20}$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{a^2}{4n}\delta^t - F > \frac{a^2}{4} - F \iff \frac{a^2}{4n}\frac{1}{1-\delta} > \frac{a^2}{4} \iff n(1-\delta) \leq 1$$

[4]Obviamente nadie entrará a un mercado que no da utilidades.

[5]Que consiste en repartir las utilidades monopólicas en las n firmas participantes.

Condición de participación (condición 2): Las firmas entrarán al acuerdo colusivo hasta que las utilidades sean cero.

$$\pi^{Mc}_{Total} - F > 0 \Leftrightarrow \sum_{t=0}^{\infty+} \left(\frac{a^2\delta^t}{4n}\right) - F > 0 \Leftrightarrow \tag{8.21}$$
$$\frac{a^2}{4n(1-\delta)} - F > 0 \Leftrightarrow F < \frac{a^2}{4n(1-\delta)}$$

c) Ocupando las dos condiciones anteriores y reemplazando los parámetros se tiene: Condición de colusión $\Rightarrow n \leq 4$, Condición de participación $\Rightarrow F \leq \frac{1}{n}$. Graficando:

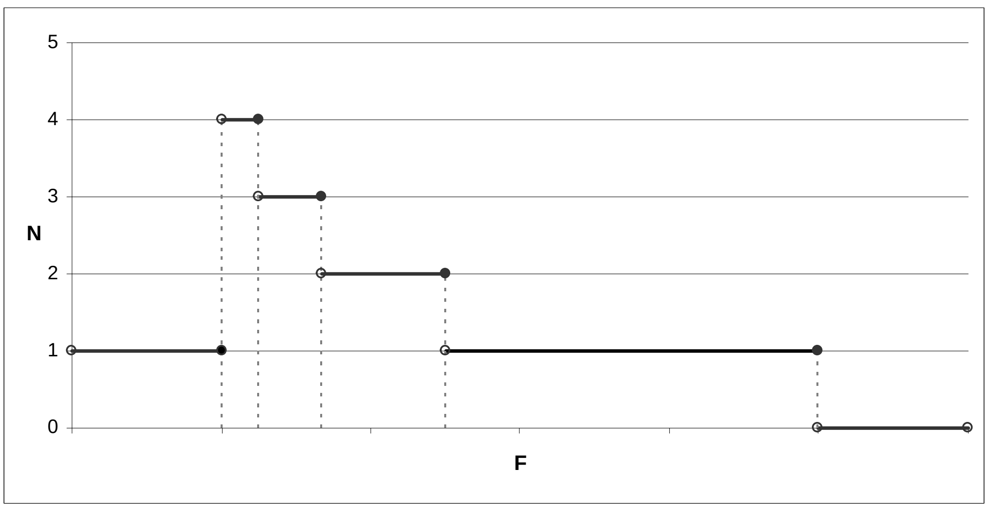

Figura 8.1: Número de firmas en función de F.

Para sostener una firma ($n = 1$), F debe ser más chico que 1 (condición 2), por lo que para F>1 no habrán firmas. Para sostener dos firmas F debe ser menor que 1/2. Por lo tanto entre $F = 1/2$ y $F = 1$ habrá sólo una firma. Para sostener 3 firmas F debe ser menor que 1/3 y entonces, para F entre 1/3 y 1/2 habrá dos firmas. Siguiendo el argumento llegamos a que para F entre 1/5 y 1/4, habrán 4 firmas. A medida que F se va haciendo más pequeño, aumentan las utilidades del acuerdo colusivo, lo que lo hace más atractivo para que entren nuevas firmas a integrar el acuerdo. Sin embargo, cuando F es muy pequeño ($F \leq 1/5$) entran muchas firmas, produciendo que el repartirse las utilidades entre ellas sea menos atractivo que desviarse del acuerdo (no se cumple la condición 1). Al no poder sostener el acuerdo, y al no poder mantener competencia cubriendo los costos, habrá una firma, la cual se comportará como monopolio.

16. Considere el caso del mercado naviero en San Antonio, en el que hay n compañías navieras que compiten en cantidades (Cournot). Suponga que hay barreras a la entrada que no permiten la libre entrada al mercado. La demanda por transporte de carga es $p = a - Q$, donde $Q = \sum_i q_i$ es la cantidad de carga transportada y $a > 0$ es un parámetro. Suponga que el Estado concesiona el puerto a un privado. El

puerto se otorga a la firma que solicita la menor tarifa w (cobro a las navieras por unidad de carga), con lo que la competencia por el puerto hace que $w = 0$. Este privado es también dueño de una de las navieras, aquella con $i = 1$. Suponga que el concesionario puede entregar una peor calidad de servicio a la competencia, lo que es equivalente a imponer un costo r > 0 a las firmas ($i = 1$). Demuestre que el concesionario ofrecerá una calidad de servicio que eliminará la competencia. Para esto:

a) Encuentre las condiciones de primer orden de la firma integrada (respecto a cantidades y servicios) y las CPO de las otras firmas.

b) Calcule el efecto de un peor servicio sobre la cantidad total vendida. Para esto, determine dq_1/dr (a partir de la CPO respecto a cantidades) y dQ/dr (a partir de sumar las CPO de todas las firmas con respecto a cantidades vendidas).

c) Utilice estos resultados para examinar el efecto de una caída en las calidad de servicio sobre las utilidades del concesionario dq_1/dr. ¿Qué conclusiones de política se obtienen?

Solución

a) La firma 1 maximizará sus utilidades compitiendo a lo *Cournot*, es decir, considerará la producción de las otras firmas y tendrá una función de reacción.

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (a - Q)q_1 = (a - Q^{resto} - q_1)q_1 \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= a - 2q_1 - Q^{resto} = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - Q^{resto}}{2} \end{aligned} \tag{8.22}$$

donde $Q^{resto} = (n-1)q_i$, con i distinto de 1. Para la otra firma tenemos:

$$\begin{aligned} \pi_i &= (p - r)q_i = (a - Q^{resto}_{-1} - q_1 - q_i - r)q_i \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} &= a - q_1 - 2q_j - Q^{resto}_{-1} - r = 0 \end{aligned} \tag{8.23}$$

donde $Q^{resto}_{-1} = (n-2)q_i$, esto debido a que son simétricas, imponiendo esto tenemos que:

$$\begin{aligned} a - q_1 - 2q_i - Q^{resto}_{-1} - r &= a - q_1 - 2q_i - (n-2)q_i - r = 0 \\ q_i &= \frac{a - q_1 - r}{n} \end{aligned} \tag{8.24}$$

b) Ahora que ya encontramos las curvas de reacción podemos despejar

$$Q^{resto} = (n-1)q_i = \left(\frac{n-1}{n}\right)(a - q_1 - r) \tag{8.25}$$

Reemplazando en q$_1$

$$2q_1 = a - \left(\frac{n-1}{n}\right)(a - q_1 - r) \Rightarrow q_1 = \frac{a + (n-1)r}{(n+1)} \tag{8.26}$$

Luego

$$\frac{\partial q_1}{\partial r} = \frac{(n-1)}{(n+1)} > 0 \tag{8.27}$$

Esto significa que el aumentar la mala calidad, la cantidad producida aumenta.

Ahora veremos que pasa con la cantidad total (que incluye a la empresa 1), la que encontraremos de la condición de primer orden de la firma 1, ya que $Q^{resto} + q_1 = Q_T$

$$\begin{aligned} a - 2q_1 - Q^{resto} = 0 \Rightarrow Q_T = a - q_1 \\ Q_T = a - \left(\frac{a+(n-1)r}{(n+1)}\right) = \frac{an-(n-1)r}{(n+1)} \\ \frac{\partial Q_T}{\partial r} = -\frac{(n-1)}{(n+1)} < 0 \end{aligned} \tag{8.28}$$

Lo que significa que al empeorar la calidad del servicio la cantidad total disminuye, nótese que el incremento de q_1 es menor que la disminución de Q^{resto}.

c) Ahora analizaremos el efecto sobre las utilidades de la firma 1 de un incremento de los costos por mal servicio (o en forma equivalente una disminución de calidad)

$$\begin{aligned} \pi_1 = (a - Q_T)q_1 \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial r} = (a - Q_T)\frac{\partial q_1}{\partial r} - q_1\frac{\partial Q_T}{\partial r} > 0 \end{aligned} \tag{8.29}$$

Pues $\frac{\partial q_1}{\partial r} > 0$ y $\frac{\partial Q_T}{\partial r} < 0$[6]. Por lo tanto tenemos que el dueño del puerto empeorará de tal manera el servicio que se quedará con un monopolio. De esto se desprende que las empresas navieras no deberían participar en las licitaciones de Puerto!!!!, pues valoran más la empresa portuaria porque generará un monopolio en el transporte de cargas.

17. Para el caso de las fusiones explique qué son las ganancias de eficiencia y por qué hay que considerarlas al analizar si esta es conveniente para la sociedad. Apóyese en gráficos.

    Solución

    Las ganancias de eficiencia se obtienen cuando la empresa resultante de una fusión tiene menores costos. Esto puede deberse a que existan complementariedades o derechamente por economías de escala. Por lo tanto hay una ganancia de bienestar debido a que ahora la empresa puede generar mayores rentas cobrando el mismo precio que prevalecía antes de la fusión. La importancia de este hecho es crucial, pues si existe ejercicio de poder de mercado, puede suceder que las ganancias de eficiencia sean mayores que los costos (en bienestar de los consumidores) asociados a un mayor precio. Por lo que no es un indicador completo el precio final pagado por los consumidores, ya que el bienestar social puede aumentar pese a que se tienen precios mayores. En la figura 8.2 se pueden apreciar ambos efectos.

18. Comente las siguientes afirmaciones:

    a) "La volatilidad de precios es evidencia de colusión, pues las firmas están castigando a aquella que se desvió del acuerdo"

[6] Notar que está multiplicada por $-q_1$, por tanto ese término será positivo, y la condición completa será una suma de términos positivos.

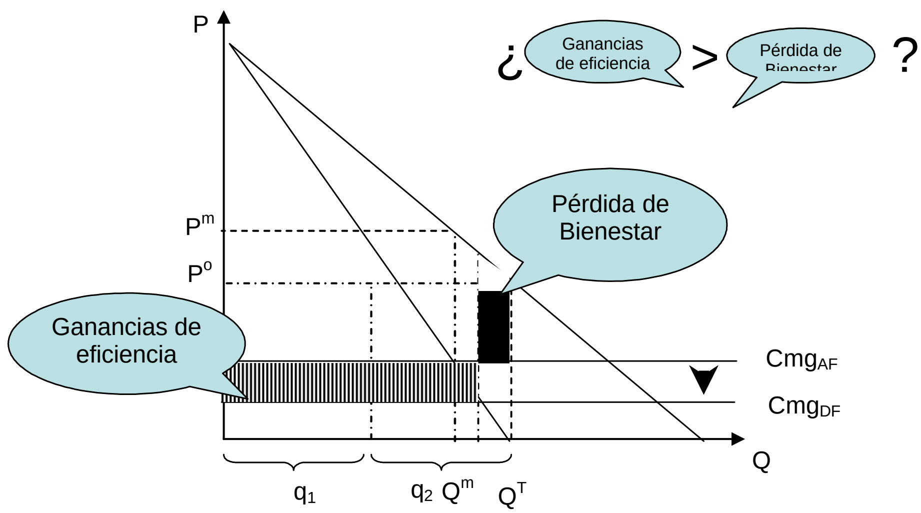

Figura 8.2: Ganancias de eficiencia v/s Ejercicio de poder de mercado.

b) "El equilibrio de mercado en juegos no cooperativos como Cournot, nunca debería observarse pues es mucho más conveniente para los productores acordar una estrategia común que les genere mayores utilidades"

c) "Competencia a la Bertrand garantiza lograr el mismo resultado que en competencia perfecta aunque existan pocas firmas y que estas tengan costos distintos"

d) "Un regulador eficiente siempre estaría preocupado de aumentar el n° de firmas, pues esto incrementa la competencia"

19. Dos empresas de detergentes para lavadoras automáticas luchan actualmente por el mercado. Por un lado se encuentra el detergente líquido Mariel, y por otro, el detergente en polvo Draiv. Ambas empresas tienen costos dados por las siguientes funciones: $C_M(q_m) = F_m + m \cdot q_m$, $C_D(q_d) = F_d + d \cdot q_d$. Como en Chile la ropa está muy sucia, estas empresas enfrentan una gran demanda por detergente. Ésta viene dada por: $P(Q) = A - Q$ donde P es el precio que pagan los consumidores y Q es la cantidad de detergente demandado.

a) Encuentre las cantidades de equilibrio según el modelo de Cournot.

b) Suponga que $m = d$. ¿Qué condiciones se deben cumplir para que sólo Mariel quede en el mercado?

Solución

a) Las utilidades de Mariel y Draiv son respectivamente:

$$\pi_M = (A - q_m - q_d)q_m - mq_m - F_m$$
$$\pi_D = (A - q_m - q_d)q_d - dq_d - F_d$$

Resolviendo ambos problemas de maximización encontramos las condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial q_m} = A - 2q_m - q_d - m = 0$$
$$\frac{\partial \pi_D}{\partial q_d} = A - 2q_d - q_m - d = 0$$

De cada condición podemos obtener una función de reacción que indica la producción óptima dada la producción de la competencia. El equilibrio se encuentra en la intersección (es lo mismo que despejar los q de las condiciones). Se obtienen las cantidades

$$q_m = \frac{A - 2m + d}{3}$$
$$q_d = \frac{A - 2d + m}{3}$$

Hasta aquí es la pregunta pero será útil calcular las utilidades para la parte b)

$$p = A - q_m - q_d = \frac{A + m + d}{3}$$
$$\pi_M = \frac{(A - 2m + d)^2}{9} - F_m$$
$$\pi_D = \frac{(A - 2d + m)^2}{9} - F_d$$

b) Cuando $m = d$, las utilidades quedan:

$$\pi_m = \frac{(A - m)^2}{9} - F_m$$
$$\pi_d = \frac{(A - m)^2}{9} - F_d$$

Las condiciones para que sólo Mariel permanezca en el mercado son que su utilidad sea mayor que cero y que la utilidad de la competencia sea menor que cero:

$$F_m < \frac{(A - m)^2}{9} < F_d$$

20. Considere el mercado de las papas en la Vega Central. Los grandes comerciantes tienen papas en bodega y cada día deben decidir cuántos sacos enviar a la Vega. La demanda por papas en la Vega es $p = A - Q$, con $Q = \sum q_i$. El costo marginal de enviar papas a la Vega es el costo de transporte más el costo de las papas, c por saco. Para poder vender en la Vega hay que comprar un sitio a un costo F.

    a) Determine el equilibrio de mercado suponiendo que hay n productores.

    b) El número de comerciantes de papas es muy grande, pero sólo algunos operan en la Vega Central. Determine el número n de comerciantes que venden en la Vega.

c) Suponga que la Municipalidad decide cobrar una patente a los sitios de venta en La Vega. ¿Cuánto es lo máximo que la Municipalidad puede recibir por patentes?

Solución

a) Tenemos que

$$\Pi_i = pq_i - cq_i - F = (a-Q)q_1 = (a-Q-c)q_i - F = (a - \Sigma^n q_j - c)q_i - F$$

$$d\Pi_i/dq_i = (a - \Sigma^n q_j - c) - q_i = 0 \qquad \forall i$$

Como la condición de primer orden es igual para todas las firmas, entonces, por simetría, se tiene que $qi = qj\ \forall j$

$$\Rightarrow (a - nq_i - c) - q_i = 0 \Rightarrow (n+1)q_i = a - c$$

$$\Rightarrow q_i = (a-c)/(n+1) \Rightarrow Q = nq_i = n(a-c)/(n+1)$$

$$\Rightarrow p = a - Q = (a+nc)/(n+1)$$

$$\Pi_i = [(a-c)/(n+1)]^2 - F \qquad \forall i$$

b) Como hay muchos comerciantes de papas, éstos entraran a operar mientras existan utilidades en el mercado de los puestos de la Vega. Luego, la condición que determina el número de firmas que operan, es:

$$\Pi_i = [(a-c)/(n+1)]^2 - F = 0$$

Luego:

$$\Rightarrow (a-c)/(n+1) = \sqrt{F} \Rightarrow (a-c)/\sqrt{F} = (n+1)$$

$$\Rightarrow n = (a-c)/\sqrt{F} - 1$$

c) La máxima utilidad que es posible extraer del mercado de la Vega es la utilidad monopólica. Por lo tanto, si la Municipalidad está interesada en recibir la máxima cantidad de dinero por medio de patentes, entonces debe imponer un monto de patente tal que sólo pueda operar una única firma y luego extraerle las rentas monopólicas.

A partir de los resultados de la parte *a*), las rentas monopólicas de una firma que paga patente (P) es:

$$\Pi^M = [(a-c)/2]^2 - F - P$$

Luego, el valor P de la patente que maximiza los ingresos de la municipalidad, es el máximo valor que un monopolio estaría dispuesto a pagar por una patente:

$$P = [(a-c)/2]^2 - F$$

21. Hace un tiempo las cadenas de farmacias utilizaron una estrategia de aplicar descuentos de 25 % los días lunes. La promoción, que inició Cruz Verde, despertó sospechas de los parlamentarios y de la Fiscalía Nacional Económica (FNE) "pues todas las grandes cadenas la siguieron". Considera usted que el hecho de que las restantes cadenas se hayan plegado a la promoción es un indicador de colusión? Bajo qué circunstancias usted se preocuparía? ¿Cuándo no se preocuparía?

22. Considere el mercado de locomotoras a vapor. Hay dos firmas en el mercado: Humo Blanco (HB) y Carros de Fuego (CF) que compiten en precios. El mercado está desapareciendo y viene dado por $Q^t = a^t - p$, donde $0 < a < 1$ y $t = 0, 1, ...$ es el período considerado. Los costos marginales de producción son cero.

   a) Determine las tasas de descuento que permite la colusión, asumiendo que el castigo por desvío es el usual.

   b) Compare sus resultados con los del caso usual en el que el mercado permanece estable.

   Solución

   a) Si están coludidos actuarán como un monopolio en cada período. La utilidad monopólica en el período t con un precio p será

$$\pi_t^M = (a^t - p)p \tag{8.30}$$

   El precio óptimo fijado por el cartel en el período t se obtiene de la maximización de utilidades. Resolviendo se tiene

$$\begin{aligned} p_t = a^t/2 &\Rightarrow Q_t = a^t/2 \\ &\Rightarrow \pi_t^M = a^{2t}/4 \end{aligned} \tag{8.31}$$

   La condición para que exista colusión es que la suma de las utilidades que obtiene cada firma (la mitad de las monopólicas) en cada período sea mayor que la utilidad monopólica de el período actual (es lo que obtiene la firma que se desvía del acuerdo). Recordemos que la utilidad del período t se debe descontar debidamente para obtener el valor presente. Para esto, se multiplica la utilidad del período t por la tasa de descuento elevada a t (la tasa de descuento es el valor de un peso en el período siguiente).
   Matemáticamente

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\pi_t^M}{2}\delta^t > \pi_{t=0}^M &\Leftrightarrow \sum_{t=0}^{\infty} \frac{a^{2t}}{8}\delta^t > \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sum \left(a^2\delta\right)^t > 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{1-a^2\delta} > 2 \\ &\Leftrightarrow \delta > \frac{1}{2a^2} \end{aligned} \tag{8.32}$$

   b) La condición para el caso usual en que la demanda permanece estable es $\delta > 1/2$ (propuesto). Como $a<1$, la tasa de descuento necesaria para mantener el acuerdo cuando la demanda va desapareciendo es mayor que la necesaria cuando la demanda permanece estable. Intuitivamente, cuando la demanda va desapareciendo las utilidades futuras son menores de las que habría con demanda estable, por lo que la utilidad de mantener el acuerdo colusivo es menor. Para que se cumpla la condición, se necesita compensar esta pérdida mediante una tasa de descuento mayor.

23. Conteste las siguientes preguntas:

    a) Explique las razones por las que es más probable la colusión en una economía pequeña como la chilena que una grande como la de los EE.UU. ¿En qué sectores chilenos es más probable la colusión y por qué?

    b) Explique qué factores hacen más fácil cartelizar un mercado. Utilice estos argumentos para encontrar un ejemplo de un sector en Chile en el que potencialmente se produce cartelización y otro en el que es difícil que ocurra este fenómeno.

    c) En clases se discutieron varias condiciones que dificultan la colusión entre empresas de una misma industria. Mencione dos y explique por qué dificultan la colusión.

    d) Suponga un mercado duopólico en que ambas empresas producen un bien homogéneo y compiten en precios. Explique por qué el resultado del modelo de Bertrand simple no se da cuando ambas empresas enfrentan restricciones de capacidad.

24. Considere dos firmas en el mercado aéreo. Las firmas producen un bien homogéneo y tiene los mismos costos marginales. No hay otros costos. Las firmas compiten en precios y enfrentan la misma tasa de descuento r. Un día, el gerente de la primera firma llama al segundo y le ofrece un trato: "Estamos compitiendo demasiado". "¿Qué te parece que nos juntemos para arreglar un acuerdo?". N la reunión le propone que se coludan y le ofrece un proporción "x" de las utilidades conjuntas. Considere que si el segundo gerente no acepta la oferta las firmas siguen compitiendo como antes.

    a) Muestre que mientras menor sea la tasa de impaciencia ("o sea, mayor r"), el segundo gerente estará dispuesto a aceptar una menor fracción de "x" de las utilidades totales.

    b) ¿Qué sucede si en caso de no llegar a un acuerdo el segundo gerente puede hacer la misma oferta al comienzo del segundo periodo?.

25. Competencia a lo Bertrand

    a) Demuestre que en cualquier equilibrio de Nash para al modelo de Bertrand con $J>2$ (J numero de firmas), las ventas se hacen a un precio P igual al Costo.

    Considere ahora el duopolio de Bertrand, en el caso en que las firmas tienen distintos costos unitarios ($c_1<c_2$)

    b) Cual es el equilibro de Nash en estrategias puras.

    c) suponga ahora que los precios solo pueden ser indexados por alguna unidad ($i>0$). Cual es el nuevo equilibrio en estrategias puras??

26. El modelo de Stackelberg: Dos firmas en un mercado, la firma 1 es la líder y elige primero la cantidad a producir. La 2 es seguidora, el costo unitario de producir es c.

    a) Demuestre formalmente que la cantidad a producir por la firma líder es mayor bajo estas circunstancias que cuando eligen en forma simultánea (la cantidad a producir). Igual con los beneficios.

    b) Demuestre que si la demanda es lineal la empresa lider producirá la cantidad monopólica y que, además, será un tercio de la producción total.

27. Considere un modelo infinito de interacciones del tipo Bertrand , en cada periodo hay una probabilidad $\mu \in (0,1)$ de demanda alta en cuyo caso es $x(p)$, y con probabilidad $1-\mu$ de baja demanda, donde la dda será $kx(p)$, y $k \in (0,1)$. El costo de producción es c>0 por unidad.
Considere la siguiente estrategia, Cobrar un precio P_h cuando hay alta demanda y nadie se a salido nunca del acuerdo antes, cobrar P_l cuando la dda es baja y nadie se a salido del acuerdo, o cobrar c si alguno se salio del acuerdo en algún periodo anterior.
    a) Determine el valor de la tasa de descuento que permita afirmar que los precios: $P_h = P_l = P_m$ con P_m el precio monopólico son un equilibrio de Nash perfecto en el Subjuego.
    b) Demuestre que a partir de cierto valor para la tasa de descuento, tendremos que $P_h = P_l = c$.

28. En el mercado existen dos empresas. Estas producen sustitutos perfecto al coste $C(q) = q^2/2$ La demanda es $p = 1-(q_1+q_2)$
    a) Calcule el Eq. de Cournot.
    b) Suponga ahora que la empresa tiene la oportunidad de vender una cantidad x_1 en otro mercado. La demanda en el segundo mercado es $p = a - x_1$. Considere el juego de Cournot donde la empresa 1 elige q_1 y x_1, y al mismo tiempo la empresa 2 elige q_2. Demuestre que $q_1 = \frac{(2-a)}{7}$ y $q_2 = \frac{(5+a)}{21}$. En el rango relevante de a.
    c) Demuestre que para $a = \frac{1}{2}$ un pequeño incremento, en a, perjudica a la empresa 1. Interprete sus resultados.

29. Suponga que dos empresas de telefonía móvil, Peceese y CTFónica, compiten fuertemente en el mercado. El costo de producción es c, constante e igual para ambas firmas. Las fir mas enfrentan una demanda $q = 1-2p$ en cada período. Las firmas compiten en precios y tienen un horizonte de planeación infinito, con una tasa de descuento r.
    a) Determine las condiciones sobre r que permitan la colusión.
    b) Suponga ahora que CTFónica no puede observar si la empresa Peceese faltó al acuerdo colusivo. A un costo C_o por período puede contratar a un auditor para que determine si Peceese se desvió del acuerdo. Determine las condiciones sobre la tasa de interés que permiten la colusión.

30. Considere una industria con N firmas. Éstas se han puesto de acuerdo de tal forma que cobran un precio $P = (1+d)c$, donde c corresponde al costo marginal de las firmas. La demanda total al precio de acuerdo P es S. Sin embargo, las firmas pueden realizar inversiones en publicidad para tratar de obtener una mayor parte del mercado sin romper el acuerdo. La fracción del mercado que obtiene una firma realice un gasto en publicidad A_i es: $\frac{A_i^e}{\Sigma A_j^e}$, con e una constante dada.
    a) Determine el nivel óptimo de gasto en publicidad de cada firma.
    b) A través de la condición de libre entrada, encuentre el númeroi N de firmas que habrá en el mercado.
    c) Explique que ocurre con N y con el gasto en publicidad si $e \leq 1$. Que ocurre con N y A si e>1?. Interprete.

31. Considere el mercado de los servicios profesionales (médicos, abogados, etc). En este mercado hay N personas aptas para satisfacer la demanda, que viene dada por $Q = A - P$. Existe una barrera de entrada F (el valor de la licencia profesional) y el costo marginal es c. El factor de descuento de los beneficios futuros es δ .

   a) Demuestre que competir a lo Cournot (en cantidades) es equivalente a competencia de Bertrand (en precios) cuando hay muchos profesionales (Hint: Analice que pasa con el precio de Cournot cuando N tiene a infinito).

   b) Suponga que los profesionales desean coludirse bajo la amenaza de competir en precios en caso de desvío. Encuentre la condición necesaria para mantener el acuerdo y la condición que determina el número de profesionales en el mercado.

   c) Las autoridades, en un bienintencionado deseo de aumentar el bienestar ciudadano, desean hacer más difícil la formación de un cartel y para esto analizan dos alternativas.

      1) Bajar el costo de la licencia profesional.
      2) Aumentar el costo marginal de cada atención aumentando los requisitos de seguridad necesarios para prestar el servicio

      Analice el efecto de cada una de estas alternativas sobre el número de profesionales y sobre los precios y determine si ayudan al objetivo del gobierno de aumentar el bienestar de los usuarios.

   d) Uno de los profesionales es acusado en la prensa de actuaciones poco éticas que han perjudicado a sus clientes. El gremio que agrupa a este grupo de profesionales presenta una propuesta ante el gobierno para incrementar la calidad del servicio y castigar las conductas reñiidas con la ética. Su propuesta es ser ellos, como gremio, los que tengan la facultad de otorgar (o retirar en caso necesario) el título profesional a los potenciales candidatos. De aprobarse esta proposición, cual sería su efecto sobre:

      1) ¿La calidad de los profesionales y de sus servicios?
      2) ¿Los precios y cantidad de profesionales?

      Considerando su respuesta anterior, en que tipo de profesiones podría ser más (o menos) aceptable la propuesta?

32. Suponga que las únicas dos agencias de turismo de un país deciden coludirse. Su compromiso es que cobrarán el precio de monopolio P_m en cuyo caso cada empresa recibirá $\frac{\pi_m}{2}$. Con el objeto de mantener el acuerdo, las empresas acuerdan que en caso que una de las empresas se desvíe del acuerdo, las empresas pondrán el precio de competencia siempre, de manera que las utilidades de ambas serán cero.

   a) Encuentre la condición que debe cumplirse para que el acuerdo colusivo se mantenga.

   b) Suponga que las empresas deciden cambiar el castigo en caso de desvóo del acuerdo. Acuerdan que el castigo se aplicará sólo por T períodos y que posteriormente se volverá a la estrategia colusiva con precios P_m. Encuentre la condición que hace sostenible este acuerdo. Compare con la condición de la parte a). Explique intuitivamente a que se debe la diferencia.

   c) Suponga ahora que los precios no son observables, y que cada empresa solo puede observar "su" demanda. Suponga además que la demanda del mercado fluctúa, registrando períodos de demanda alta y otros en que la demanda es baja. La demanda fluctúa en forma aleatoria, por lo que no se puede anticipar si en el próximo período la demanda será alta o baja. En estas condiciones, cuando una agencia observa que "su" demanda es menor, no sabe a ciencia cierta si esto se debe a que la demanda del mercado es menor o si la empresa rival se desvió del acuerdo colusivo. Suponga que en esta nueva situación, las empresas establecen un acuerdo colusivo que establece que:

1) Si $Q_{i,t-1} \geq Q_i^*$, la empresa i continúa cobrando el precio colusivo P_m.
2) Si $Q_{i,t-1} < Q_i^*$, la empresa i cobra un precio $P < P^*$ por T períodos y luego vuelve a cobrar P_m

donde $Q_{i,t-1}$ es la cantidad demandada a la empresa i, y P,P^* están definidos de tal manera que el acuerdo es sostenible. Recuerde que se castiga tanto en casos de demanda baja como de desvío del acuerdo.

d) Explique qué significa en este contexto que el acuerdo sea sostenible.

e) ¿Qué patrón de precios debería observarse en el tiempo y por qué? (i.e., siempre P_m, siempre P, P_m seguido de P para siempre, etc).

f) En virtud de su respuesta anterior, comente la siguiente afirmación: "Los precios en la industria del turismo fluctúan en forma constante. En particular, hay períodos en que los precios son extremadamente bajos mientras que en otros períodos son muy altos. Esto es clara evidencia que la industria está castigando a alguna empresa que probablemente rompió elacuerdo colusivo que mantenían".

33. Suponga que dos laboratorios: Chile y Recalcine, compiten en el mercado del Nitroxin. Ambos tienen costos de producción cero. Las firmas enfrentan una demanda $q = 1 - 2p$ en cada período. Las firmas compiten en precios, y tienen un horizonte de planeación infinito, con una tasa de descuento $\delta = \frac{1}{1+r}$.

a) Determine las condiciones sobre la tasa de interés que permiten la colusión.

b) Suponga ahora que Recalcine no puede observar si Laboratorio Chile faltó al acuerdo colusivo. A un costo de $c = \frac{1}{32}$ por período, puede contratar a un auditor para que determine si Laboratorio Chile se desvió del acuerdo. Determine las condiciones sobre la tasa de interés que permiten la colusión.

34. Considere un modelo en que los consumidores están distribuidos en forma uniforme a lo largo de un intervalo [0, 1]. Existen dos proveedores de un bien homogéneo (firmas A y B) ubicadas en los puntos a y $1 - b$, donde $0 \leq a \leq 1/2 \leq 1 - b \leq 1$. Sus costos de producción son c_i, $i = \{1, 2\}$.

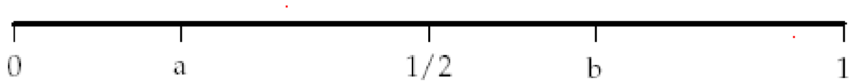

Figura 8.3: El juego de localización

Los consumidores tienen una demanda unitaria (consumen una unidad o ninguna). La función de utilidad de un consumidor ubicado a distancia d de la empresa a la que le compra es: $U(d) = v - p - td^2$, si consumen y 0 si no. Asuma que las empresas compiten en precios y que maximizan utilidades.

a) Encuentre los precios que forman un equilibrio de Nash. Para ello, siga los siguientes pasos (para simplificar los cálculos, defina $J = \frac{(a+1-b)}{2}$ y $K = \frac{1}{2t(1-a-b)}$).

1) Encuentre el consumidor indiferente.
2) Encuentre la demanda que enfrenta cada firma.
3) Encuentre las curvas de reacción de cada empresa.

4) Encuentre los precios que maximizan las utilidades de cada firma.

b) Suponga ahora que el juego se realiza en dos etapas. En la primera etapa las firmas deben elegir su ubicación en el intervalo $[0, 1]$ (es decir, deben elegir sus ubicaciones a, b). En la segunda etapa las firmas compiten en precios como en la pregunta anterior. Para simplificar, asuma que los costos de las firmas son los mismos. Demuestre que en el equilibrio, la distancia entre las firmas es máxima.

35. Suponga un mercado duopólico en que ambas empresas producen un bien homogeneo a costo marginal constante. Si las empresas compiten como lo sugirió Cournot, es decir, eligiendo cantidades, en equilibrio tendrán rentas. Si por otro lado ellas compiten como lo sugirió Bertrand, es decir, eligiendo precios, en equilibrio venderán a costo marginal. Explique por qué los resultados de la competencia son distintos en cada modelo

36. En el mercado de la bencina existen distribuidores mayoristas (v.g. Shell, Copec, Esso) y distribuidores minoristas (las bombas de bencina). Las bombas usualmente llevan la marca de un mayorista, pero la mayoría es concesionaria. El concesionario no es dueño de los activos fijos de la bomba de bencina (terreno, máquinas bencineras, etc.) ni de la mercadería que distribuyen, pero está encargado de contratar al personal, administrar la bomba, etc.

    Hace algún tiempo una empresa mayorista fue acusada por el Fiscal Nacional Económico a la Comisión Antimonopolio por obligar a sus concesionarios en una ciudad pequeña (en la ciudad no habían más de 12 bombas de todas las marcas) a bajar los precios. El mayorista argumentó que sólo sugirió a sus concesionarios que bajaran sus precios, y esto porque la competencia los había bajado (este último hecho corresponde a la realidad). El fiscal argumentó que fijar precios de reventa atenta contra la libre competencia, es evidencia de abuso de posición dominante y expropia a los minoristas porque les baja el margen.

    a) Considerando las características del contrato de concesión descrito más arriba ¿es posible que el distribuidor mayorista "explote" a los bencineros? (Hint: piense en cuál es el costo de oportunidad del bencinero de continuar siendo concesionario).

    b) Cambiaría la respuesta que dio en (a) si al concesionario se le obligara a ser dueño de las instalaciones?

    c) Si nuestra empresa mayorista hubiese tenido considerable poder de mercado en su eslabón ¿debería prohibirsele fijar precios máximos de reventa a los minoristas? Justifique.

37. En el mercado de larga distancia existen dos empresas. Cada una puede cobrar precios altos, bajos o "de guerra". Según qué combinación resulte, las utilidades son como se describe en la matriz:

    a) Defina equilibrio de Nash. Luego encuentre el o los equilibrios de Nash si el juego se repite una sola vez. En al menos un caso, demuestre rigurosamente que se trata de un equilibrio de Nash.

    b) Explique por qué si el juego se repite una sola vez las empresas no se pueden coludir para cobrar precios altos en equilibrio.

    c) Suponga ahora que el juego estático representado en la matriz se repite **dos** veces, siendo $\delta \in (0, 1)$. Demuestre que si el factor de descuento es suficientemente alto, la siguiente combinación simétrica de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos: (i) en $t = 1$ poner precios altos; (ii) en $t = 2$ poner precios bajos si en $t = 1$ ambas empresas cobraron precios altos. En cualquier otro caso poner precios de guerra. En su respuesta no olvide encontrar el rango del factor de descuento tal que el equilibrio colusivo es sostenible.

38. La competencia de precios en el multicarrier es feroz, lo que según parece ha hecho que las firmas fijen precios a costo medio. Determine, usando sus conocimientos del mercado de larga distancia y de los factores que facilitan la colusión, si es fácil que haya colusión en este mercado. Si es así, ¿A qué cree usted que se debe que no haya prosperado -hasta ahora- la colusión?

39. En el último tiempo se han cerrado varias alianzas entre bancos que emiten tarjetas de crédito y distribuidoras de gasolina, líneas aéreas y portadores de larga distancia. La alianza consiste en que por cada peso ($) cargado a la tarjeta de crédito, la persona gana puntos, los que pueden ser canjeados por gasolina, pasajes o llamadas de larga distancia según sea el caso. Por ejemplo la persona que paga con una tarejeta emitida por el Banco de Santiago[7] acumula kilometráje en Lan Chile. Suponga que al cabo de un tiempo, todas las Líneas aéreas han entrado en una alianza y la promoción es un éxito. Al responder las preguntas que siguen, use sus conocimientos de Organización Industrial (y no de *marketing*).

    a) Explique la motivación que podrían tener las líneas aéreas para cerrar estas alianzas (Compare la situación de las líneas aéreas con y sin acuerdos).

    b) Un amigo suyo le comenta: "Todos los que eligen una tarjeta por su alianza lo hacen voluntariamente, por lo tanto el éxito de la promoción muestra que los consumidores han ganado, ya que si no la promoción habría fracasado."¿Tiene razón su amigo?

40. Varias empresas del multicarrier han manifestado su desacuerdo con la disposición legal que le impide a un cliente firmar un contrato exclusivo con una compañía y desconectarse del resto. En efecto, cuando un cliente firma un contrato con una compañía, por ejemplo Bell South, la comisión antimonopolios ha dictaminado que deb seguir teniendo acceso a los otros portadores con sólo marcar el código de tres dígitos del portador deseado.

    a) Explique brevemente por qué a las empresas del multicarrier le gustaría que sus clientes pudieran firmar contratos exclusivos.

    b) Se ha argumentado que los contratos exclusivos perjudican a los consumidores. Las compañías de multicarrier, sin embargo, argumentan que esto es imposible, ya que los clientes eligen voluntariamente desconectarse de las otras compañías. Explique por qué es posible que los consumidores acepten contratos exclusivos pero que al final todos terminen peor.

41. Actualmente se encuentra en discusión en el Tribunal de la Competencia el grado de competencia que existe en la industria de distribución de combustibles. Algunas características de esta industria son:

    - alto grado de concentración en distribución mayorista
    - mayoristas y minoristas muy relacionados: ya sea a través de integración vertical directa o bien a través de contratos de largo plazo.

    En base a esta información, y a su conocimiento de la industria, responda las siguientes preguntas:

    a) ¿En qué variables se fijaría usted si es que tuviera que analizar el grado de competencia en la industria de Distribución de Combustible?

    b) ¿Cuál cree usted que es la verdadera motivación detrás de la integración vertical entre distribuidores mayoristas y minoristas? En particular analice la relevancia de los objetivos ejercicio de poder de mercado versus eficiencia.

[7] El Banco Santiago es ahora el Banco Santander-Santiago, pues se fusionó con el Santander.

Solución

a) 1) Barreras de entrada y salida: Sabemos que cuando existen pocas barreras a la entrada y de salida, podemos utilizar el argumento del mercado desafiable, lo que hace que, pese a existir un número reducido de firmas (aunque no hayan sustitutos), el precio sea muy cercano al competitivo.

2) Posibilidades de colusión: sabemos que las posibilidades de colusión, son decrecientes en el n^o de participantes. Esto podría llevar a un aumento en las utilidades al aumentar el precio, pero disminuiría el bienestar de los usuarios. Por lo tanto habría que mirar que tan observables son los precios (dado que son públicos, este elemento podría facilitar la colusión) y que tan posible son los castigos.

3) Rentas: si existen rentas sobre normales de manera sistemática (durante largos períodos de tiempo) esto puede ser evidencia de ejercicio de poder de mercado (notar que se dice puede, ya que también las rentas podrían deberse a alguna razón de exclusividad tecnológica, que en este caso no parece muy aplicable).

b) Pueden existir ganancias de eficiencia asociadas a temas de incentivos, es decir, que existan problemas del tipo agente-principal (por ejemplo, debido a que los esfuerzos en ventas por parte del minorista no son observables o a que el esfuerzo en calidad no es observable), lo que se solucionaría si se establecen relaciones de largo plazo o derechamente existe integración. Pueden existir problemas asociados a la especificidad de la inversión, por ejemplo si los minoristas tienen que invertir en una distribuidora y esta tiene características muy específicas (o sea que una bomba Copec sea muy distinta a una Shell) podría existir riesgos de oportunismo por parte del mayorista, quién puede expropiar al distribuidor una vez que ya ha hecho la inversión. Otro argumento podría ser derechamente economías de escala o de ámbito (por ejemplo en publicidad).

Luego no es claro que la motivación para la integración sea el ejercicio de poder de mercado, pues existen varias razones completamente plausibles para que exista integración.

42. Suponga que en el mercado de las carretas de bueyes existen tres compañías: Estrella S.A., Flor de Campo Ltda. y Lucero S.A.. Las tres compañías producen carretas idénticas. El costo marginal de producir una carreta, c, es constante e igual para todas las firmas. La demanda de mercado por carretas es $x = p^{-\varepsilon}$, donde x es la cantidad demandada de carretas si el precio es p, con $\varepsilon > 0$.

a) Suponga que el juego se repite sólo una vez. Encuentre x^c, la cantidad producida por cada firma en el equilibrio simétrico si compiten en cantidades.

b) (Para responder esta parte suponga $\varepsilon = 2$) Suponga que las firmas se coluden cada una $\frac{x^m}{3}$, donde x^m es la cantidad que produciría un monopolio. Si una de las firmas rompe el acuerdo, las tres empresas producen x^c (la cantidad que producirían en el equilibrio clásico de Cournot) para siempre. Muestre que esta combinación de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos si el factor de descuento es δ (común para las tres empresas) es suficientemente alto.

c) Encuentre los valores del factor de descuento δ para que la combinación de estrategias descrita es un equilibrio perfecto en subjuegos, luego explique intuitivamente qué significa lo que eoncontró.

d) Suponga que δ es menor que la tasa que permite sostener el acuerdo colusivo a nivel de monopolio. ¿Significa esto que las firmas producirán x^c permanentemente?

Capítulo 9

Entrada de competencia y concentración de mercado

1. Defina y relacione en cada caso según corresponda.

   a) Costo hundido - Mercado contestable

   b) Barreras a la entrada - Activos Fijos

   c) Entrada bloqueada - preveción de entrada

   d) Costo hundido - amenaza creíble

   e) Mercados Contestables - Costos Hundidos - Flexibilidad de Precios

2. Suponga un mercado en que la demanda por el producto es:

$$X^d = \begin{array}{ll} \frac{S}{p} & \text{si } p \leq p_0 \\ & \\ 0 & p > p_0 \end{array}$$

   donde S es un parámetro que determina el tamaño del mercado. Para entrar a este mercado se requiere hundir un costo σ. Además, para todas las empresas el costo variable de producción es c por unidad. El juego entre las empresas ocurre en dos etapas. En la primera ($t = 1$) las empresas deciden si entran o no al mercado. Las que entran hunden el costo σ; las que permanecen afuera no lo pagan. En la segunda etapa del juego ($t = 2$) las n empresas que entraron y hundieron el costo σ compiten a la Cournot. Vale decir, las n empresas eligen simultáneamente la cantidad que producen. Una vez que cada empresa i decide su producción x_i la cantidad total producida es $X^S = \sum_{i=1}^{n} x_i$ y el precio es:$p = \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$el necesario para que se venda toda la cantidad producida, vale decir $X^d = X^s$. En equilibrio (de Nash), la producción de la empresa i, x_i^*, maximiza la utilidad de i dado que $\sum_{j \neq i}^{n} x_j^*$, y esto para todo $i \in \{1, 2, ..., n\}$. Para simplificar sus cálculos suponga que n, el número de empresas activas es continuo.

Parte A. Solución del modelo

a) Escriba el problema de maximización que resuelve cada una de las n empresas activas cuando compite en el merado del producto. Luego obtenga la cantidad total producida en equilibrio. (Ayuda: note que todas las empresas son idénticas, luego el equilibrio debe ser simétrico.)

b) Muestre que el precio de equilibrio cae con el número de firmas (eje horizontal) (vale decir, grafique la relación $p(n)$). Explique que dice esta relación. ¿Qué pasa con el margen $p - c$ a medida que n aumenta?

c) Considere ahora la decisión de entrada en $t = 1$. En clases vimos que la sustentabilidad implica que una condición necesaria para el equilibrio es

$$(p-c)\frac{X^d(p)}{n} = \sigma$$

Explique qué significa esta relación. Luego demuestre que la relación entre p y n es creciente. Finalmente explique económicamente por qué la relación es creciente.

d) Muestre que en equilibrio

$$n* = \sqrt{\frac{S}{\sigma}}$$

$$P* = c\left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} + 1\right)$$

Explique esta relación.

Parte B. Estructura Industrial

A continuación se le pide que use el modelo y los resultados para examinar los siguientes dos preguntas sobre estructura industrial.

e) (Costos iguales pero mercados distintos; esta pregunta es fácil) Suponga que un grupo de parlamentarios encuentra que el margen cobrado por las bombas de bencina es mayor en Talca que en Santiago, y que el costo de construir e instalar una bomba en Talca es muy parecido al de Santiago, y que el precio que pagan por el combustible es similar. La única explicación, argumentan, es que los bomberos se coluden para explotar monopólicamente a los pobres Talquinos. Elabore una explicación alternativa de equilibrio usando el modelo que desarrolló en esta pregunta.

f) (Cadenas de supermercados y almacenes; la parte 2) es más difícil) La industria de abarrotes (supermercados almacenes, etc) se ha consolidado fuertemente en los últimos años ("consolidación" significa que hay empresas (v.g. D&S, Jumbo) que se han expandido, mientras que otras han salido (e.g. un montón de almacenes)). No hay acuerdo si esta consolidación favorece o perjudica a los consumidores. Por un lado, se argumenta que la consolidación concentra la industria; lógicamente, eso debería aumentar los precios. Por otro lado, se sostiene que la consolidación ocurrió porque aumento la escala eficiente de producción: por ejemplo, el manejo de centralizado de inventarios, posibles por avances de las tecnologías de información, permite bajar costo de operación si una cadena administra varios locales; el aumento de la motorización requiere grandes estacionamientos; etc. Los aumentos de eficiencia deberían disminuir los precios.

1) Suponga que la industria parte en equilibrio inicialmente con muchos almacenes pequeños, cuyo costo variable es c_0 y el costo de entrada es σ_0. Compárelo con el equilibrio de la industria cuando el costo de entrada es $\sigma_1 > \sigma_0$ pero el costo variable es $c_1 < c_0$. Grafique en cada caso el equilibrio de la industria
2) Suponga que una vez consolidad la industria sigue siendo cierto que el costo de entrar con un almacén es σ_0(vale decir, no hay barreras a la entrada adicionales). Muestre que si la industria se consolida en equilibrio, entonces tiene que ser cierto que los precios son menores que antes.

Solución

a) El problema de las firmas es maximizar utilidades considerando que el precio depende de la cantidad que producen c/u por sí sola (x_i) y el total (X), por esto primero encontraremos una función de utilidades:

$$\pi = p(x_i, X)x_i - cx_i = (p-c)\,x_i = \left(\frac{S}{X} - c\right)x_i \tag{9.1}$$

$$\pi = \left(\frac{S}{\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ji}} - c\right)x_i = \left(\frac{S}{x_i + \sum\limits_{j\neq i}^{n} x_j} - c\right)x_i$$

Luego podemos maximizar:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = \left(\frac{S}{x_i + \sum\limits_{j\neq i}^{n} x_j} - c\right) + \left(-\frac{Sx_i}{(x_i + \sum\limits_{j\neq i}^{n} x_j)^2}\right) = 0 \tag{9.2}$$

Pero sabemos que el equilibrio es simétrico, por lo tanto se cumple que:

$$\sum_{j\neq i}^{n} x_j = (n-1)x_i \tag{9.3}$$

Sustituyendo la condición de simetría tenemos:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = \left(\frac{S}{nx_i} - c\right) - \frac{Sx_i}{(nx_i)^2} = 0 \tag{9.4}$$

Recurriendo a un poco de álgebra:

$$Sn - cn^2 x_i - S = 0 \tag{9.5}$$

$$x_i = \frac{S(n-1)}{cn^2}$$

entonces la cantidad total producida en equilibrio será:

$$X^S = nx_i = \frac{S(n-1)}{cn} \tag{9.6}$$

b) El precio lo encontramos sustituyendo la cantidad producida en equilibrio en la demanda (estamos suponiendo que la restricción de precio no es activa):

$$P = \frac{S}{X} = \frac{Scn}{S(n-1)} = \frac{cn}{n-1} \tag{9.7}$$

Para ver que pasa cuando aumenta el número de firmas evaluaremos la derivada:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{c(n-1) - cn}{(n-1)^2} = \frac{cn - c - cn}{(n-1)^2} = \frac{-c}{(n-1)^2} \leq 0 \tag{9.8}$$

Lo que nos está indicando la derivada es que al aumentar número de firmas el precio cae, lo que es bastante lógico ya que disminuye el poder de mercado de las firmas y por ende el margen $p - c$ cae también, además podemos notar que cuando n es muy grande el mercado se aproxima a competencia perfecta, es decir, el precio tiende al costo marginal (margen es cercano a cero). Graficamente (Ver figura 9.1)

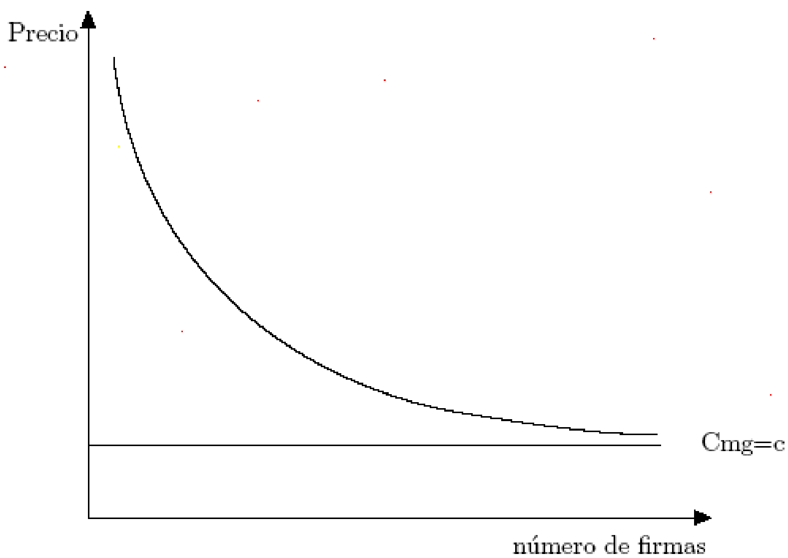

Figura 9.1: Sutton: La curva pp

OJO: La curva $P(n)$ es asintótica en el eje x en $p = c$, que sería el precio de competencia perfecta.

c) La condición de sustentabilidad es:

$$(p-c)\frac{X^d(p)}{n} = \sigma \tag{9.9}$$

lo que es equivalente a imponer una restricción de participación, es decir, las utilidades de las firmas que participen en este mercado tienen que ser no negativas. En efecto: $\pi = px_i - cx_i - \sigma \geq 0$. Obviamente es una restricción activa, en caso contrario en este mercado habría rentas excesivas por lo que entrarían nuevas empresas, esto ocurriría hasta que la condición se cumpla en igualdad:

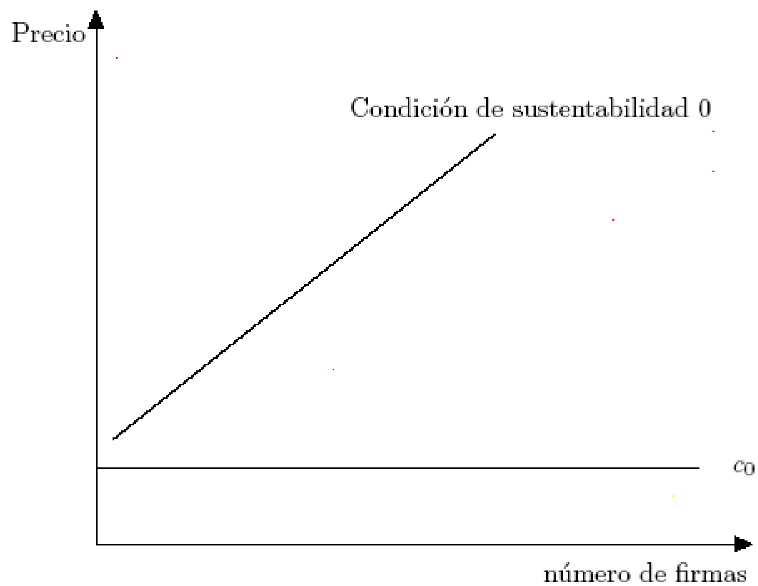

Figura 9.2: Sutton: La curva ss.

$$\begin{aligned} \pi = px_i - cx_i - \sigma = (p-c)x_i - \sigma = 0 \\ \Leftrightarrow (p-c)\frac{X^d(p)}{n} - \sigma = 0 \\ \Leftrightarrow (p-c)\frac{X^d(p)}{n} = \sigma \end{aligned} \tag{9.10}$$

La condición se puede interpretar como que el margen (diferencia entre el precio y el costo marginal: $p-c$) debe ser tal que dada la participación de mercado que la empresa alcanza en la industria ($\frac{X}{n}$) le permita generar ingresos netos que sean equivalentes al costo hundido (para que haya utilidades estrictamente nulas) o "financiarse".
Veamos que pasa cuando aumenta el número de firmas pero la demanda se mantiene constante:

$$(p-c)\frac{X(p)}{n} = (p-c)\frac{S}{np} = \sigma \Leftrightarrow p = \frac{cS}{S-n\sigma} \tag{9.11}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\sigma Sc}{(S-n\sigma)^2} > 0 \tag{9.12}$$

Es decir, para mantener la sustentabilidad del mercado cuando aumenta el numero de firmas (y esto no tiene efecto en la cantidad demandada) hay que subir el margen (para así cubrir los costos hundidos) ya que disminuyo la cantidad vendida por c/u de las empresas (o participación de mercado). Un gráfico explicativo (ver figura 9.2):

OJO: La curva $P(n)$ es derivada de la condición de utilidad nula, es decir, para que el mercado sea sustentable. En este caso el efecto es que al aumentar n cada empresa tiene una menor porción del mercado (cte) por lo que para "financiarse" (hacer utilidades cero) debe subir el margen.

En este caso el efecto es que al aumentar n cada empresa tiene una menor porción del mercado (cte) por lo que para "financiarse" (hacer utilidades cero) debe subir el margen.

d) Imponiendo el equilibrio tenemos:

$$X^S = X^D \iff \frac{S(n-1)}{cn} = \frac{S}{P} \Rightarrow P = \frac{cn}{n-1} \tag{9.13}$$

reemplazando en la condición de sustentabilidad:

$$(P-c)\frac{S}{Pn} = \sigma \iff \left(\frac{cn}{n-1} - c\right)\frac{S(n-1)}{cn^2} = \sigma \tag{9.14}$$
$$\left(\frac{cn - cn + c}{n-1}\right)\frac{S(n-1)}{cn^2} = \sigma$$

Con un poco de álgebra:

$$\frac{S}{n} = \sigma \Leftrightarrow n^* = \sqrt{\frac{S}{\sigma}} \tag{9.15}$$

Podemos ver que al aumentar las barreras de entrada o disminuir el tamaño de mercado el número de firmas disminuye. Esto se debe a que hay mayores costos hundidos y disminuye la "torta" a repartir (respectivamente) por lo que si disminuye el número de firmas suben el precio hasta compensar estos efectos.

Sabemos además que las utilidades son nulas:

$$(p-c)\frac{X^D}{n} - \sigma = 0 \iff (p-c)\frac{S(n-1)}{n^2 c} = \sigma \tag{9.16}$$
$$p = \frac{\sigma n^2 c}{S(n-1)} + c = \frac{c}{n-1} + c$$

$$P^* = c\left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} + 1\right) \tag{9.17}$$

Podemos ver que el precio es mayor que el costo marginal debido a la existencia de costos hundidos, si no los hubiera ($\sigma = 0$) estaríamos en competencia perfecta, ya que $P = c$. Además vemos que al crecer el mercado los precios disminuirán debido a que cae el margen necesario para financiar los costos hundidos.

e) Si miramos el precio que derivamos en (9.17) nos daremos cuenta que este depende de los costo marginales (c), hundidos (σ) y también del tamaño de mercado (S), este último "detalle" es el que no están considerando los parlamentarios, ya que obviamente no son equivalentes las situaciones (Santiago es varias veces más grande que Talca).

En términos rigurosos (no es necesario para la respuesta, solo es con fines aclaratorios) podemos definir la función margen como $p - c$ a partir del precio encontrado en (9.17):

$$P - c = M = \left(\frac{c}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} \right)$$
$$\frac{\partial M}{\partial S} = \frac{-cS\sigma^{1/2}}{\left(S^{1/2} - 1\right)^2} < 0$$

Luego el margen cobrado disminuye al aumentar el tamaño del mercado, es decir, el costo hundido (o fijo) se puede prorratear entre una cantidad mayor. Otra forma de verlo (más intuitiva) es que para que esté en equilibrio el precio debe ser el costo medio de largo plazo y dado que en Santiago la cantidad vendida por cada bomba es mayor entonces el precio será menor, debido a que existen economías de escala (porque CMg=Cte y existen Costos fijos o hundidos).

f) 1) Sabemos que:

$$P_i(n) = \frac{c_i n}{n - 1}$$

y que la condición de sustentabilidad es

$$p = \frac{cS}{S - n\sigma}$$

Por lo tanto al bajar los costos marginales y ya vimos que estas condiciones eran decrecientes y crecientes en n respectivamente. Graficaremos ambas situaciones (inicial y final)
Como vemos en el gráfico (9.3) habrá dos efectos: el aumento del poder de mercado (contracción de $P(n)$) y el desplazamiento de la condición de sustentabilidad (es necesario un mayor margen para financiar los costos fijos). En el gráfico yo supuse que este cambio beneficiaba a los consumidores (lo que no es necesariamente cierto), por lo que en el punto A se transaba una menor cantidad a un mayor precio que en B.

2) Lo que nos piden demostrar es deducible de (9.17), así que buscaremos una condición general para que el cambio efectivamente beneficie a los consumidores (esta parte no es necesaria y no se preguntaba, Solo es con fines didácticos).
Ocupando los datos del equilibrio que nos pedían demostrar en la parte *d*) (es decir, en esta pregunta hay economías de escala)

$$n^* = \sqrt{\frac{S}{\sigma}} \tag{9.18}$$

y que

$$P^* = c\left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} + 1 \right) \tag{9.19}$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{S}{\sigma_0}} \tag{9.20}$$

y

$$n_1 = \sqrt{\frac{S}{\sigma_1}} \tag{9.21}$$

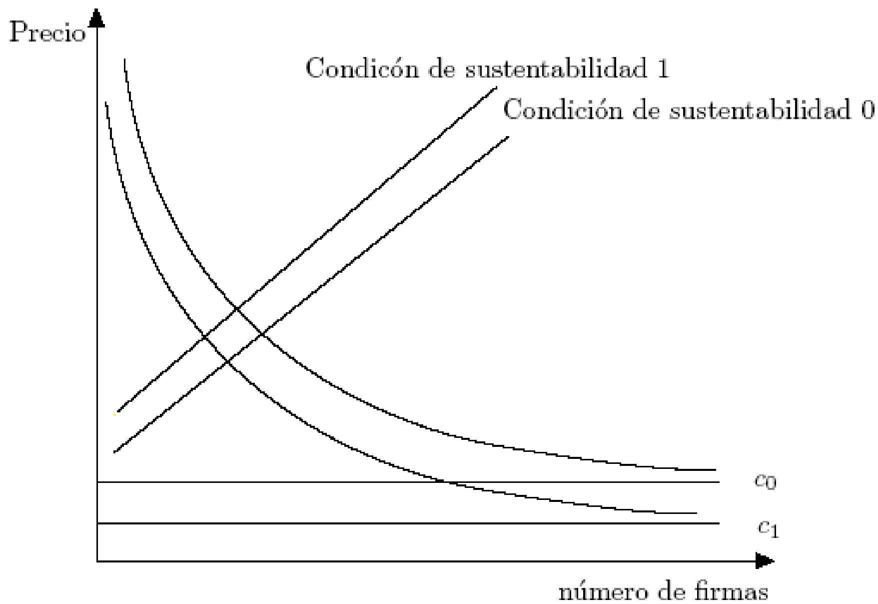

Figura 9.3: Sutton: Consolidación del mercado.

donde es claro que el número de firmas es menor en el segundo caso, ya que $\sigma_1 > \sigma_0$.
Los precios estarán dados por (el P_0 de esta parte es independiente con la cota de la demanda, es solo un problema de notación):

$$P_0 = c_0 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_0}\right)^{1/2} - 1} + 1 \right) \tag{9.22}$$

y

$$P_1 = c_1 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_1}\right)^{1/2} - 1} + 1 \right) \tag{9.23}$$

donde las cantidades serán:

$$X_i = \frac{S}{P_i} \tag{9.24}$$

Como nos interesa comparar las cantidades producidas (o comercializadas ya que son supermercados) y la demanda tiene pendiente negativa entonces será equivalente analizar que pasa con los precios. Notemos que los precios de equilibrio los podemos re-escribir como:

$$P_0 = c_0 \left(\frac{1}{n_0 - 1} + 1 \right) \tag{9.25}$$

y

$$P_1 = c_1 \left(\frac{1}{n_1 - 1} + 1 \right) \tag{9.26}$$

Si la nueva situación beneficia a los consumidores => los precios son más bajos:

$$\frac{P_0}{P_1} > 1 \Rightarrow \frac{c_0 \left(\frac{1}{n_0-1} + 1 \right)}{c_1 \left(\frac{1}{n_1-1} + 1 \right)} = \frac{c_0 \left(\frac{n_0-1+1}{n_0-1} \right)}{c_1 \left(\frac{1}{n_1-1} + 1 \right)} = \frac{c_0 \left(\frac{n_0}{n_0-1} \right)}{c_1 \left(\frac{1}{n_1-1} + 1 \right)} > 1 \tag{9.27}$$

Pero sabemos que en la situación anterior había muchos negocios pequeños (el típico de barrio), es decir:
Cuando $n_0 >> 1$ se tiene que $\frac{n_0}{n_0-1} \cong 1$. Luego

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{c_0}{c_1 \left(\frac{1}{n_1-1} + 1 \right)} = \left(\frac{c_0}{c_1} \right) \frac{1}{\left(\frac{n_1}{n_1-1} \right)} > 1 \tag{9.28}$$

Podríamos hacer la misma suposición para n_1? No lo sabemos ya que depende de las magnitudes de n_1 y no podemos especular al respecto (imaginemos que existe un par ($\acute{o}_1$,c_1) tales que existe un monopolio).
Hemos encontrado una condición para que el nuevo equilibrio beneficie a los consumidores:

$$\left(\frac{c_1}{c_0} \right) < \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} \right) = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_1}{S}} \tag{9.29}$$

Esto sugiere la siguiente intuición: la caída de los costos marginales debe ser suficientemente grande para compensar el aumento del costo de entrada (mientras más grande el costo de entrada, más difícil es cumplir esa condición).

$$P* = c_1 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_1} \right)^{1/2} - 1} + 1 \right) \tag{9.30}$$

$$P* = c_0 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_0} \right)^{1/2} - 1} + 1 \right) \tag{9.31}$$

Otra forma de encontrar la condición para que la nueva situación beneficie a la los consumidores es pensar directamente en el gráfico. En efecto sabemos que la Oferta es:

$$X^s = \frac{S(n-1)}{cn} = \frac{S}{c} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{S}{c} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma}{S}} \right) \tag{9.32}$$

Si la nueva situación beneficia a los consumidores entonces la oferta debe ser mayor a la inicial, es decir:

$$\frac{X_1^s}{X_0^s} > 1 \Leftrightarrow \frac{\frac{S}{c_1} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_1}{S}} \right)}{\frac{S}{c_0} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_0}{S}} \right)} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{c_0}{c_1} \right) \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_1}{S}} \right)}{\left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_0}{S}} \right)} > 1 \tag{9.33}$$

Y aprovechando el hecho de que en la situación inicial habían muchas firmas:

$$\frac{n_0}{n_0-1} \cong 1 \Leftrightarrow \frac{n_0-1}{n_0} \cong 1 \Leftrightarrow \left(1-\frac{1}{n_0}\right) \cong 1 \Leftrightarrow \left(1-\sqrt{\frac{\sigma_0}{S}}\right) \cong 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\sigma_0}{S}} \cong 0 \qquad (9.34)$$

Llegamos a la condición que nos indica que imponer que habían muchas firmas es equivalente a decir que los costos hundidos son despreciables comparándolos con el tamaño del mercado. Esto es lógico, ya que si hay muchas firmas entonces estamos aproximándonos a competencia perfecta, por lo que las barreras de entrada (costos hundidos) deben ser despreciables o irrelevantes con respecto al tamaño del mercado.
Luego

$$\left(\frac{c_0}{c_1}\right)\frac{\left(1-\sqrt{\frac{\sigma_1}{S}}\right)}{\left(1-\sqrt{\frac{\sigma_0}{S}}\right)} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{c_0}{c_1}\right)\left(1-\sqrt{\frac{\sigma_1}{S}}\right) > 1 \qquad (9.35)$$

Por lo tanto llegamos al mismo resultado anterior (todos los caminos conducen a Roma)

$$\left(\frac{c_1}{c_0}\right) < 1-\sqrt{\frac{\sigma_1}{S}} \qquad (9.36)$$

3. En una reunión de empresarios, éstos comentan que el problema que existe actualmente en Chile, en relación a la creación de nuevas empresas, es que, en general, el mercado es demasiado pequeño por lo que no hay espacio para un grán número de ellas. como prueba de lo anterior, mencionaron diversas industrias en las que el número de empresas era reducido (2 ó 3). Este grado de concentración, sin embargo, no se traduce en ejercicio de poder de mercado ni colusión. ¿Cómo explicaría usted esta aparente contradicción? Utilice al menos dos argumentos económicos.

4. Suponga que la firma 1 (Monopolio) enfrenta la posibilidad de entrada de una firma 2 competidora en el mercado de los sombreros de paja. La demanda por sombreros es $p = a - q$. Los costos marginales de producción inicialmente son c, pero la firma 1 puede realizar investigaciones que reducen su costo a $c_1 = c - c_0$, con un costo de investigación c_0^2. La firma 1 toma su decisión de invertir en investigación antes que entre la firma 2, la cual utiliza la tecnología con costo marginal c. El costo de entrar al mercado de la firma 2 es F (pequeño). Las firmas compiten en precios y la firma 2 puede observar si la firma 1 realiza la investigación.

   a) Dibuje el árbol de este juego
   b) Encuentre las funciones de beneficio de cada firma
   c) Suponga que la firma 2 ha decidido entrar al mercado. Encuentre el equilibrio y las utilidades de ambas firmas como función del gasto de investigación y el costo de entrada.

5. Las firmas Sacarosa, de Sucarita y Fructosa, de Frutilla, se dedidan a la producción de azucar para la exportación al mercado de Dulcia. Existe un costo hundido $f > 0$ de entrar al mercado pero ambas ya lo incurrieron así que no afecta sus decisiones. La demanda de Dulcia es $q = 1 - p$. Cada firma tiene costos que son variables estocásticas independientes (y no verificables por la otra firma), dados por: c con prob 1/2 y c =0 con prob 1/2.

   a) Encuentre las condiciones sobra la tasa de descuento para que un cartel entre las dos compañías sea viable siempre

   Suponga ahora que un cambio tecnológico hace que ambas compañías tengan costo cero. Considere el caso de una nueva empresa, Glucosia, que desea entrar al mercado cartelizado, y que también tiene un costo marginal 0, pero debe incurrir el costo hundido f por entrar al mercado. Suponga que si entra, las utilidades del cartel se dividen en partes iguales (sin considerar el costo de entrada). Las empresas cartelizadas tienen varias opciones de reacción

b) Encuentre las condiciones sobre f para que la entrada esté bloqueada

c) Encuentre las condiciones sobre f, δ para que las firmas coludidas prevengan la entrada

d) Determine las condiciones que hacen que prevenir la entrada sea mejor que acomodar la entrada (dividiendo entre las 3 firmas las utilidades colusivas)

6. Considere el caso en que hay dos empresas establecidas y una tercera que quiere entrar. Instalar capacidad tiene un costo de 1/5 por unidad, no hay costos de producción, las firmas instalan capacidad antes de de abrir, toda la capacidad se utiliza y no es posible vender más que la capacidad. La demanda es: $K = K_1 + K_2 + K_3 = 1 - p$, con :

   i) $R_3(K_1 + K_2)$ si $K_1 + K_2 < K_b$

   ii) $K_3 = 0$ si $K_1 + K_2 > K_b$

   $R_3(K_1 + K_2)$ es la función de reacción de la empresa 3. La tercera empresa enfrenta un costo $f = 1/100$ si entra.

   a) Determine $R_3(K_1 + K_2)$

   b) Determine K_b

   c) Determine la capacidad instalada de las empresas 1 y 2 si éstas se acomodan a la entrada de la empresa 3 (suponga solución simétrica)

   d) A la industria le conviene prevenir la entrada (instalar K_b) en vez de acomodarse?

   e) Muestre que si a la industria le conviene prevenir la entrada, entonces no hay subinversión (i.e van a instalar al menos K_b en total)

7. Suponga que en lejano país de Sipanga existe una sola empresa productora de cerveza, Tsien-Tshin. La cervecera Pílsener está pensando entrar a competir al mercado. Si Tsien-Tshin opera sola en el mercado, la demanda que enfrenta es $Q = 4 - P$. Por el contrario, si las dos firmas están en el mercado, como los productos son sustitutos, la demanda por el producto de las firmas es $q_i = \frac{1+p_j-p_i}{2}$, con $i, j = \{P, T\}$ e $i \neq j$. Suponemos que los costos de operación son cero. Suponga que existe un costo hundido F por entrar al mercado, pero que Tsien-Tshin ya lo incurrió.

   a) Suponga que las dos firmas compiten por precios en el mercado. Encuentre los precios de equilibrio, las cantidades vendidas y las utilidades de cada una. Encuentre el valor de F que bloquea la entrada de Pílsener.

   b) Como alternativa, Tsien-Tshin puede prevenir la entrada de Pílsener bajando los precios. Como usted sabe, la magnitud de la reducción en precios necesaria para prevenir la entrada depende de F. Encuentre esta relación y determine el valor de F tal que es preferible acomodar la entrada (déjelo expresado si lo desea). Use esta información para bosquejar (sin hacer cálculos) las utilidades de Tsien-Tshin como función de F.

8. Suponga que el mercado de tiendas de departamentos en Chile está fuertemente marcado por el avisaje. Suponga que las utilidades en ese mercado vienen dadas por:

$$\pi_i = (p - c)\, S \left[\frac{A_i^2}{\sum_{j=1}^{n} A_j^2} \right] - A_i - \sigma$$

donde p es el precio, c es el costo marginal constante, S es el tamaño total del mercado, A_i es el gasto en publicidad de la firma i y σ es un costo fijo de entrar al mercado.

a) Suponiendo simetría, encuentre la inversión publicitaria de las firmas, dado el número de firmas n.

b) Utilice la condición de libre entrada para demostrar que el máximo número de firmas en el mercado es $n = 2$. Explique por qué a pesar que el tamaño del mercado aumenta, el número firmas no sobrepasa un valor finito.

9. En un artículo publicado en septiembre de este año en la revista *The American Economic Review* Alberto Ades y Rafael Di Tella encuentran que la corrupción es mayor en países donde las empresas domésticas son protegidas de la competencia externa por barreras al comercio internacional (tales como los aranceles), los mercados son muy concentrados o la acción antimonopolios es débil. (La evidencia que presentan es cuantitativa. Contrario a lo que podría pensarse, la corrupción puede cuantificarse con índices que combinan distintos indicadores elaborados a partir de encuestas a ciudadanos, firmas, empresas de clasificación de riesgo, etc.). En base a los discutido durante el curso, ¿a qué se puede deber esta relación entre mercados poco competitivos y corrupción?

10. El supermercado Los Buenos Muchachos (LBM) es el único en San Rosendo. Sus propietarios temen que el agresivo supermercado de Cañete, Arauco Indómito, instale una sucursal que compita con LBM. La demanda en San Rosendo viene dada por $p = 2 - q$, donde q son las ventas totales en el pueblo. Instalarse en San Rosendo tiene in costo fijo f para los propietarios de Arauco Indómito. suponga que las firmas deben instalar capacidad antes de abrir sus supermercados, que toda la capacidad se utiliza y que no es posible vender más que la capacidad.

a) Suponga que $f = \frac{1}{4}$. Determine cuál es la capacidad óptima de cada firma e interprete sus resultados.

b) Suponga que $f = \frac{1}{100}$. Determine cuál es la capacidad óptima de cada firma e interprete sus resultados.

11. Utilice el modelo de Sutton para responder las siguientes preguntas: (son independientes entre sí).

a) Explique el significado de cada curva

b) Relacione los siguientes conceptos: intensidad de la competencia, margen, número de empresas.

c) ¿Qué pasa con el equilibrio si disminuye el tiempo requerido para crear una empresa? (Ayuda: están disminuyendo las barreras a la entrada).

d) Compare dos mercados iguales, excepto en el tamaño (uno es más grande que el otro). ¿Cuál de ellos tendrá un mayor margen? Explique.

e) Analice el efecto de la consolidación de una industria vía fusiones, es decir, las empresas más grandes y eficientes compran a las más pequeñas e ineficientes. Suponga que estas fusiones son motivadas por el aumento en la escala eficiente de producción y que las fusiones efectivamente generan ganancias en eficiencia (Ayuda: está bajando el costo marginal de la industria) *f*) Utilice el modelo para analizar la creciente concentración en la industria de super mercados. En particular refiérase a:

1) Qué variables observaría usted para analizar si la concentración en esta industria es preocupante o no. ¿Bajo qué circunstancias usted se preocuparía? ¿Cuándo no?
2) Cómo esperaría usted que fuera el precio en relación al costo marginal? Por qué?