



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Prof.: José Correa H., Roberto Cominetti C.
Aux.: Sebastián Barbieri Lemp, Alberto Vera Azócar

Teoría de Juegos Clase Auxiliar 7 - Algoritmos de Aprendizaje

24 de septiembre de 2012

Problema 1 [Cotas de Algoritmos].- En este problema probaremos que las cotas del algoritmo glotón las comparten todos los algoritmos deterministas. Asumiremos por simplicidad que los costos son $\ell^t \in \{0, 1\}^m$.

1. Sea G el algoritmo glotón, muestre que $L_G^T \leq mL_{min}^T + m - 1$
2. Sea A un algoritmo determinista, muestre que tiene regret externo de al menos $T - \lfloor T/m \rfloor$.
3. Sea GA el algoritmo glotón aleatorizado, muestre que $L_{GA}^T \leq \ln(m) + (1 + \ln(m))L_{min}^T$.

Nota: Estos resultados junto con lo visto en clases muestra que las cotas son esencialmente tight.

Problema 2 [Pesos Polinomiales].- Sea $\eta < 1/2$ y considere el algoritmo PP dado por:

Para $t = 1$ sea $w_a^1 := 1$ y se juega $p_a^1 = \frac{1}{m} \forall a$.

Para $t > 1$ sea $w_a^t := w_a^{t-1}(1 - \eta\ell_a^{t-1})$ y se juega p_a^t proporcional a w_a^t .

Demuestre que para toda acción i se tiene

$$L_{PP}^T \leq L_i + \eta \sum_{t=1}^T (\ell_i^t)^2 + \frac{\ln(m)}{\eta}$$

Problema 3 [Convergencia y Regret Minimization].- Consideremos una instancia del ruteo no-atómico con un destino d , un origen o y con un flujo de $g = 1$. En cada período t se elige un flujo $(x^t, y^t) \in F$, donde se trata de minimizar el regret hasta el día T dado por

$$R^T = \sum_{t=1}^T \sum_{e \in E} c_e(y_e^t) y_e^t - \min_{r \in R} \sum_{t=1}^T \sum_{e \in r} c_e(y_e^t)$$

Decimos que un flujo $(x, y) \in F$ es $\varepsilon - WE$ si

$$C(y) \leq \varepsilon + \min_{r \in R} \sum_{e \in r} c_e(y_e)$$

donde $C(y) = \sum_{e \in E} c_e(y_e) y_e$

Suponga que T_ε es tal que $R(T) \leq \varepsilon T$ para todo $T \geq T_\varepsilon$. Demuestre que si las funciones c_e son lineales entonces para $T \geq T_\varepsilon$ el flujo dado por $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y^t$ es un $\varepsilon - WE$.