



Universidad de Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Prof.: José Correa H., Roberto Cominetti C.
Aux.: Sebastián Barbieri Lemp, Alberto Vera Azócar

Teoría de Juegos Clase Auxiliar 1 - Equilibrios de Nash

9 de agosto de 2012

Problema 1 [Elección de las Masas].- Considere a tres jugadores, que eligen cada uno un punto en el intervalo $[0, 1]$, si algún jugador eligió un punto que está estrictamente al medio de entre los 3, entonces él gana 1 y los otros dos ganan 0, en cualquier otro caso todos ganan 0.

- (a) Si el conjunto de estrategias es \mathcal{F} , que denota el espacio de las distribuciones que admiten densidad con soporte en $[0, 1]$. Muestre que si cada uno juega uniforme en $[0, 1]$ esto no constituye un NE. Muestre también que si dos jugadores están jugando uniforme en $[0, 1]$, la mayor utilidad esperada para el otro jugador es $\frac{1}{2}$.
- (b) Sea $\varepsilon > 0$, decimos que una estrategia s^* es ε -BestResponse para el jugador i si dado $s_{-i} \in S_{-i}$, entonces $u_i(s, s_{-i}) \leq u_i(s^*, s_{-i}) + \varepsilon \forall s \in S_i$. Si el conjunto de estrategias posibles es \mathcal{F} y hay dos jugadores jugando uniforme en $[0, 1]$, encuentre una ε -BestResponse para el tercer jugador.

Nota: Cuando todos los jugadores están jugando una ε -BestResponse, decimos que están en un ε -NE. ¿Qué situación real puede modelar esto?

Problema 2 [Algunos Juegos Sencillos].-

- (a) Encuentre todos los NE del siguiente juego matricial: hay dos jugadores, que eligen entre a y b , si ambos eligen a entonces el primer jugador gana 2 y el segundo 1, si ambos eligen b el primer jugador gana 1 y el segundo 2. En otros casos ambos ganan 0.
- (b) Considere a n alumnos en la fonda minera, cada uno puede elegir entre ir a la pista de baile o ir al bar. Si un alumno está en una locación con a lo más la mitad del total de alumnos entonces su utilidad es de 1, en caso contrario es de 0. Estudie este juego, sus equilibrios en estrategias puras y en estrategias mixtas.
- (c) Considere a 2 vendedores (1 y 2) y 3 compradores (A, B y C). A solo puede comprarle a 1, C solo puede comprarle a 2, mas B puede elegir entre 1 y 2. Los tres compradores están dispuestos a pagar hasta una unidad monetaria por un producto y B le comprará al vendedor más barato, en caso de empate prefiere al vendedor 1. Muestre que este juego no tiene NE en estrategias puras.
- (d) Muestre que un NE en estrategias mixtas es un equilibrio correlacionado.

Problema 3 [Sobre Cerrado Segundo Precio].- Considere a alguien que quiere rematar un artículo entre n participantes, donde cada participante tiene una valoración $v_i > 0$, $i = 1, \dots, n$ desconocida. Por simplicidad asumimos que todas las valoraciones son distintas.

- (a) Considere que el remate consta en que cada participante escribe sin que nadie se entere una apuesta en un sobre. Gana aquel que tenga la mayor apuesta, pero paga lo que diga la segunda mayor apuesta. Encuentre el NE en estrategias dominantes de este juego.
- (b) Considere $n = 3$. Si las valoraciones se distribuyen independientemente según ley exponencial de parámetro λ , compare la utilidad esperada del que remata el artículo y del que lo gana si se juega el NE en estrategias dominantes.

Problema 4 [Guerra de Desgaste].- Considere a 2 jugadores que quieren un objeto, el que vale $v_i > 0$ para el jugador i . El juego comienza en el tiempo $t = 0$ y consideramos el tiempo como un continuo. El objeto debe cederse, si el jugador 1 lo cede al jugador 2 en el tiempo t , entonces 2 gana $v_2 - t$ y 1 gana $-t$, si por el contrario lo cedió el jugador 2, entonces el 1 gana $v_1 - t$ y el 2 gana $-t$. Si ambos lo ceden al mismo tiempo, cada uno gana $v_i/2 - t$ pues reparten el objeto.

- (a) Estudie todos los NE en estrategias puras.
- (b) ¿Existe un NE donde un jugador juegue determinista, mientras que el otro tiene una estrategia mixta?