

FI-7013 MÉTODOS MATEMÁTICOS AVANZADOS DE LA FÍSICA

15 U.D.

Requisito: Autorización del Departamento

Este curso explicará como se pueden extender los resultados de las formas normales a ecuaciones diferenciales que están perturbadas por términos aleatorios. Este es el caso genérico de cualquier sistema macroscópico por dos razones: 1) Todos los parámetros que representan el estado de los termóstatos exteriores son obviamente parámetros fluctuantes (esto se llama usualmente ruido externo) y 2) El solo proceso de eliminación de variables microscópicos (el coarse-graining en la visión ortodoxa) para pasar a la descripción macroscópica da como resultado ecuaciones con ruido estocástico en todas sus formas (esto se llama usualmente ruido interno). Lo que haremos será tratar en forma general los términos estocásticos como términos de unfolding (o sea podemos decir que el curso tratará sistemas cuasi-estocásticos), no es el ideal pero es lo que somos capaces de hacer. Obviamente hay casos especiales que tienen soluciones exactas para cualquier intensidad del ruido, pero aunque pueden enseñarnos mucho no son genéricos. El tratamiento que presentaremos estará basado en una serie de trabajos hechos por nuestro grupo de Materia fuera del Equilibrio en los años 80-90. Estos resultados han sido tratados en la literatura matemática donde el grupo de P. Arnold demostró rigurosamente todos nuestros resultados y obtuvo nuevos de carácter matemático. Lo que resulta de todos nuestros trabajos se puede resumir en una frase: “La forma normal estocástica no es la perturbación estocástica de la forma normal sin ruido, ella está determinada por el problema inicial y su ruido que hace aparecer nuevos términos en la forma normal, y podemos decir muy en general que en el espacio de los modos críticos el ruido es siempre resonante”.

Los temas que trataremos serán los del Programa del Curso que presentamos a continuación.

Programa del curso

1. Repaso de nociones esenciales sobre Procesos Estocásticos.
2. Repaso sobre nociones esenciales sobre formas normales. La caracterización global de la forma normal para un campo vectorial singular.
3. El procedimiento general para obtener la forma normal con ruido.
4. El mecanismo por el cual los ruidos blancos del problema físico real pueden transformarse en ruidos coloreados en la forma normal introduciendo así un nuevo tiempo característico intrínseco.
5. El reemplazo de la variedad central por una hiper-superficie gaussiana con varianza variable en el espacio de fases y centrada en la variedad central.
6. Análisis de un caso especial importante: la bifurcación de Hopf con ruido.



Física
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Bibliografía:

Libros

1. Mariana Haragus, Gérard Iooss: “Local Bifurcations, Center Manifolds and Normal Forms in Infinite-Dimensional Dynamical Systems” (Springer, 2011).
2. Stephen Wiggins: “Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos” (Springer, 2003). Especialmente Capítulos 18 y 19 (Sección 19.5: “The Elphick-Tirapegui-Brachet-Coullet-Iooss Normal Form”).

Artículos

1. "Normal form of a Hopf bifurcation with noise". Phys. Lett. 111A, 277, (1985) (P.H. Coullet , C. Elphick, E.Tirapegui).
2. "A simple global characterization for normal forms of singular vector fields" Physica 29D, 95 (1987). (C. Elphick, E.Tirapegui,M.E. Brachet, P. Coullet, G. Iooss).
3. "Comment on Asymptotic properties of Coupled Langevin equations" Journal of Stat. Physics, 45, 745 (1986). (F. Baras , P.H. Coullet, E.Tirapegui).
4. "Normal forms for time-periodically driven differential equations". Phys. Lett. A120, 459 (1987) (C. Elphick , G. Iooss,E.Tirapegui).
5. "A thermochemical instability II: inhomogeneous fluctuations". Journal of Statistical Physics, 50, 439 (1988). (C. van den Broeck and E.Tirapegui).
6. "Comment on bifurcations in fluctuating systems" (C. Elphick, M. Jeanneret, E.Tirapegui). Journal of Statistical Physics, 48 925 (1987).
7. "Nonequilibrium potentials near instabilities". Journal of Statistical Physics 57, 993 (1989) (O. Descalzi, E.Tirapegui).
8. "Comment on Noise and Bifurcations", Journal of Statistical Physics, 69, 115 (1992) (H. Calisto , E. Cerda, E.Tirapegui).

Capítulos de Libro:

1. “Normal Forms with noise” (C.Elphick, E.Tirapegui), in Instabilities and Nonequilibrium Structures I, editors E.Tirapegui and D. Villarroel , Reidel 1986.
2. Artículos en 9th Latin American School (Proceedings) (E.Tirapegui).
3. Artículo en Lecture Notes in Mathematics (E.Tirapegui, Springer).

