

# CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

## Auxiliar 9

Prof. Gonzalo Navarro; Aux. Mauricio Quezada

6 de noviembre de 2012

### 1 MAX-3SAT

Una fórmula lógica está en *forma normal conjuntiva* o CNF si la fórmula consiste en una conjunción de cláusulas, esto es,  $\bigwedge_{i=1}^N \bigvee_{j=1}^M x_{ij}$  donde  $x_{ij}$  es un *literal*, es decir, una proposición lógica o su negación. Decimos que una fórmula está en 3CNF si cada cláusula es de tamaño 3. El problema MAX-3SAT es, dada una instancia de 3CNF, determinar la cantidad máxima de cláusulas satisfacibles. Este problema es NP-Hard (¿por qué?).

1. Diseñe un algoritmo aleatorizado que produzca una asignación de valores de verdad que satisfaga al menos la mitad de las cláusulas (valor esperado).
2. Diseñe un algoritmo que satisfaga al menos a 7/8 de las cláusulas (esperado) en tiempo  $O(n)$ .
3. Modifique el algoritmo anterior para poder satisfacer **siempre** a 7/8 de las cláusulas. ¿Cuál es el tiempo de ejecución esperado?

### 2 P2 C3 2011/2

Se tienen  $m$  conjuntos  $S_1, \dots, S_m$ , de  $t$  elementos cada uno. Los conjuntos no son disjuntos, y el total de elementos distintos es  $n \leq mt$ . Se desea colorear los elementos de rojo o azul, de modo que ningún  $S_i$  quede monocromático (todos los puntos rojos o todos azules).

1. Suponiendo que  $m \leq 2^{t-2}$ , diseñe un algoritmo de tipo Monte Carlo que obtenga un coloreo válido con probabilidad 1/2, en tiempo  $O(n)$ .
2. Convierta el algoritmo en uno de tipo Las Vegas y analice su costo esperado y de peor caso.

### 3 P2 Examen 2011/2

Usted intenta comprar un artículo a lo largo de una feria de artesanías. Cada vendedor al que le pregunta, se lo ofrece por un cierto precio. Usted puede aceptar y comprarlo inmediatamente, o rechazarlo, pero si lo rechaza no puede volver después a comprarlo (los vendedores se ofenden fácilmente).

Diseñe una técnica aleatorizada que con probabilidad al menos 1/4 consiga comprar el artículo al menor precio posible. Por ejemplo, si hay  $n$  vendedores y usted le compra el artículo al primero que se lo ofrece, tiene una probabilidad de sólo  $1/n$  de haber dado con el mejor precio. ¿Y al segundo, si el precio es mejor que el primero?