

MA37A Optimización. Semestre Otoño 2012

Profesor: Héctor Ramírez **Auxiliares:** Ignacio Correa, Luis Fredes.

Instructivo lp_solve y MS Excel Solver

22 de abril de 2012

1. Instalación

A continuación se describirán el programa `lp_solve` y el *solver* incluido en MS Excel, ambos concebidos para resolver problemas de programación lineal.

1.1. lp_solve

Para instalar la versión 5.5 bajo Unix/Linux (puede hacerlo en su cuenta, siempre que cuente con al menos 3.1M libres), siga los siguientes pasos:

- `$ wget http://ftp.debian.org/debian/pool/main/l/lp-solve/lp-solve_5.5.0.13.orig.tar.gz`
- `$ tar xvfz lp-solve_5.5.0.13.orig.tar.gz`
- `$ cd lp_solve_5.5`
- `$ cd lp_solve`
- `$ sh ccc`

Puede utilizar las librerías `lpkit.h` y `lpsolve.h` en sus programas de C si lo desea. Puede revisar la API en:

<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>

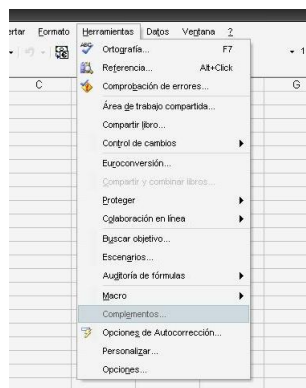
Si no desea instalar `lp_solve`, puede utilizar una versión online desde

<http://www.dim.uchile.cl/cgi-bin/cgiwrap/hramirez/solver.pl>

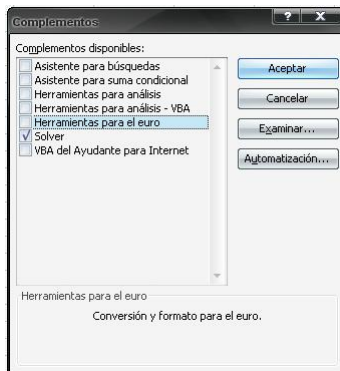
1.2. MS Excel Solver

Para instalar el Solver en MS Office 2003, siga los siguientes pasos:

- Abrir Herramientas→Complementos



- Seleccione la opción Solver y presione Aceptar



2. Ejemplo

La empresa Colorado Cattle Company (CCC) puede comprar tres tipos de ingredientes alimentarios sin procesar a un distribuidor mayorista. El ganado de la empresa tiene ciertas necesidades alimenticias con respecto a las grasas, proteínas calcio y hierro. Cada vaca requiere al menos 10 unidades de calcio, no más de 7,5 unidades de grasa, al menos 12 unidades de hierro y al menos 15 unidades de proteínas al día. La tabla siguiente indica la cantidad de grasa, proteínas, calcio y hierro por cada libra de los tres ingredientes alimentarios. El alimento de grado 1 cuesta 0,25 dolares, el de grado 2, 0,10 dolares, y el de grado 3, 0,08 por libra. El ganado se puede alimentar con una mezcla de los tres tipos de alimento sin procesar. CCC está interesada en alimentar al ganado del modo más barato posible.

	Grado 1	Grado 2	Grado 3
Calcio	0.7	0.8	0
Hierro	0.9	0.8	0.8
Proteínas	0.8	1.5	0.9
Grasa	0.5	0.6	0.4

El modelo asociado es el siguiente:

$$\begin{array}{llllll}
 \text{minimizar} & 0,25x_1 & +0,1x_2 & +0,08x_3 & & \\
 \text{s.a} & 0,7x_1 & +0,8x_2 & & \geq & 10 \quad (\text{Calcio}) \\
 & 0,9x_1 & +0,8x_2 & +0,8x_3 & \geq & 12 \quad (\text{Hierro}) \\
 & 0,8x_1 & +1,5x_2 & +0,9x_3 & \geq & 15 \quad (\text{Proteínas}) \\
 & 0,5x_1 & +0,6x_2 & +0,4x_3 & \leq & 7,5 \quad (\text{Grasas}) \\
 & & & x_i & \geq & 0
 \end{array}$$

2.1. Resolución con lp_solve

Para ingresarlo a `lp_solve`, recordemos que se maximiza y se tiene variables positivas por defecto, luego, se escriben los coeficientes de la función objetivo con signo cambiado. Se escribe en archivo, llamado por ejemplo `problema.txt` lo siguiente:

```

-0.25grado1-0.1grado2-0.08grado3;
0.7grado1+0.8grado2>=10;
0.9grado1+0.8grado2+0.8grado3>=12;
0.8grado1+1.5grado2+0.9grado3>=15;
0.5grado1+0.6grado2+0.4grado3<=7.5;

```

Al pasarle por la entrada estandar el problema, de la forma:

```
$ ./lp_solve -S4 < problema.txt
```

Se obtiene la siguiente salida:

Value of objective function: -2.59

Actual values of the variables:

grado1	8
grado2	5.5
grado3	0.5

Actual values of the constraints:

R1	10
R2	12
R3	15.1
R4	7.5

Objective function limits:

	From	Till	FromValue
grado1	-1e+30	-0.1075	-1e+30
grado2	-0.2628571	1e+30	-1e+30
grado3	-0.2571429	2.6	-1e+30

Dual values with from - till limits:

	Dual value	From	Till
R1	-0.31	6	10.13793
R2	-0.67	10	12.05479
R3	0	-1e+30	1e+30
R4	1.14	7.483051	8.5
grado1	0	-1e+30	1e+30
grado2	0	-1e+30	1e+30
grado3	0	-1e+30	1e+30

La interpretación de esta información es la siguiente:

- **Value of objective function:** Entrega el valor de la función objetivo. Recordar que en este caso, el verdadero valor es con signo menos (pues ingresamos la función objetivo con signo cambiado, $\text{máx } f = -\text{mín } -f$).
- **Actual values of the variables:** Valores de la solución óptima para el problema primal.
- **Actual values of the constraints:** Valores que se obtienen en las restricciones al evaluar en la solución óptima (acá se puede ver cuales se alcanzan con igualdad).
- **Objective function limits:** Representan los intervalos de la forma $[\text{From}, \text{Till}]$ en los cuales debe estar el valor c_i tal que al realizar el cambio $c_i \rightarrow c_i \pm \Delta$ (coeficientes de la f. objetivo), el valor de la solución óptima no cambia. El valor **FromValue** solo es relevante para las variables que valen cero en **Actual values of the variables**, y representa el valor que tomaría si el coeficiente c_i asociado a ella alcanza el valor **From**. El valor $\pm 1e+30$ representa $\pm 10^{+30}$, la representación numérica de $\pm \infty$.
- **Dual values with from - till limits:** La columna **Dual value** representa la solución del problema dual. El intervalo $[\text{From}, \text{Till}]$ se interpreta como el rango en el cual se puede modificar el valor del lado derecho b_j asociado a esa restricción, de tal manera que no se modifique la solución. Las variables duales representan el incremento de la función objetivo si se aumenta en una unidad el valor b_i (recordar que el nuevo valor de la func. objetivo será $\tilde{f} = f + 1 * y_i$), siempre que el incremento se encuentre en el intervalo $[\text{From}, \text{Till}]$.

Para mayor detalle revisar:

<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/sensitivity.htm>

2.2. Resolución con MS Excel Solver

- Primero se escriben los datos en una hoja:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Colorado Cattle Company							
2								
3								
4		1	2	3				
5	Costo	0,25	0,1	0,08		Minimo	Maximo	
6	Calcio	0,7	0,8	0			10	
7	Hierro	0,9	0,8	0,8			12	
8	Proteinas	0,8	1,5	0,9			15	
9	Grasa	0,5	0,6	0,4			7,5	
10								
11								
12	Variables	1	2	3				
13	Valor	0	0	0				
14								
15								
16								
17		Cantidad						
18	Calcio	0						
19	Hierro	0						
20	Proteinas	0						
21	Grasa	0						
22								
23								
24	Valor F. Objetivo:	0						
25								

Note que las celdas asociadas a la cantidad (evaluar la solución en las restricciones) se construye haciendo el producto punto entre los coeficientes de la restricción y las variables:

17	Cantidad	
18	Calcio	0
19	Hierro	0
20	Proteinas	0
21	Grasa	0

=SUMAPRODUCTO(B6:D6;B13:D13)

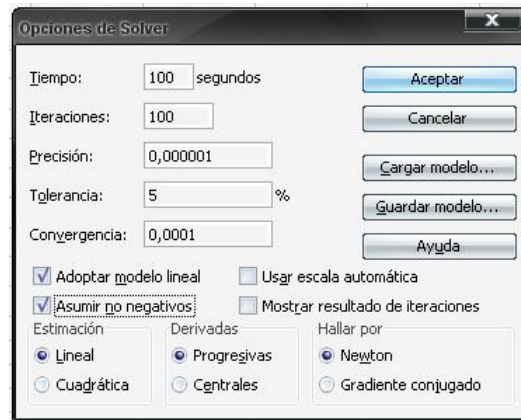
- Vaya a Herramientas→Solver. Aparecerá la siguiente ventana:



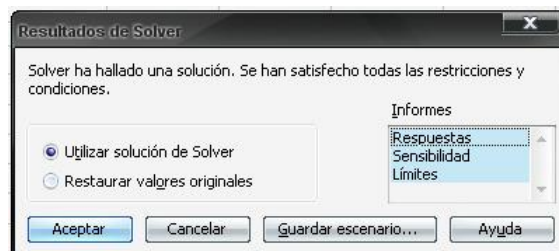
- Selecione en "Celda Objetivo" la celda donde aparecerá el valor de la función objetivo (en este caso escogimos C24). En esta celda se debe anotar la fórmula $c^t x$, en este caso, SUMAPRODUCTO(B5:D5;B13:D13).
- Selecione en "Valor de la celda objetivo" máximo o mínimo según sea el caso. En este ejemplo se escoge mínimo.
- Selecione en "Cambiando las celdas" las celdas donde aparecerán los valores de la solución (en este caso B13:D13).
- Haga clic en "Agregar..." para agregar una restricción. En este caso, el cuadro nos queda:



- Finalmente, ingresar a "Opciones..." y marcar los siguientes cuadros (no negatividad y linealidad):



- Presionar "Resolver".
- Si todo sale bien, aparecerá una ventana indicando que informes se quieren imprimir:



- Informe de Respuestas:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Informe de respuestas							
2	Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1							
3	Informe creado: 31/08/2006 5:20:38							
4								
5								
6	Celda objetivo (Mínimo)							
7		Celda	Nombre	Valor original	Valor final			
8		\$C\$24	Valor F. Objetivo:	2,59	2,59			
9								
10								
11	Celdas cambiantes							
12		Celda	Nombre	Valor original	Valor final			
13		\$B\$13	Valor	8	8			
14		\$C\$13	Valor	5,5	5,5			
15		\$D\$13	Valor	0,5	0,5			
16								
17								
18	Restricciones							
19		Celda	Nombre	Valor de la celda	fórmula	Estado	Divergencia	
20		\$B\$18	Calcio Cantidad	10	\$B\$18>=\$F\$6	Obligatorio	0	
21		\$B\$19	Hierro Cantidad	12	\$B\$19>=\$F\$7	Obligatorio	0	
22		\$B\$20	Proteinas Cantidad	15,1	\$B\$20>=\$F\$8	Opcional	0,1	
23		\$B\$21	Grasa Cantidad	7,5	\$B\$21<=\$G\$9	Obligatorio	0	
24								
25								

■ Informe de Sensibilidad:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Microsoft Excel 11.0 Informe de sensibilidad								
2	Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1								
3	Informe creado: 31/08/2006 5:20:38								
4									
5									
6	Celdas cambiantes								
7		Celda	Nombre	Valor Igual	Gradiente reducido	Coefficiente objetivo	Aumento permisible	Aumento permisible	
8		\$B\$13	Valor	8	0	0,25	1E+30	0,1425	
9		\$C\$13	Valor	5,5	0	0,1	0,162857143	1E+30	
10		\$D\$13	Valor	0,5	0	0,08	0,177142857	2,68	
11									
12									
13	Restricciones								
14		Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Aumento permisible	
15		\$B\$18	Calcio Cantidad	10	0,31	10	0,137931034	4	
16		\$B\$19	Hierro Cantidad	12	0,67	12	0,054794521	2	
17		\$B\$20	Proteinas Cantidad	15,1	0	15	0,1	1E+30	
18		\$B\$21	Grasa Cantidad	7,5	-1,14	7,5	1	0,016949153	
19									
20									

Este informe proporciona el valor óptimo de cada celda ajustable, su costo reducido, el coeficiente de función objetivo y el aumento y la disminución de éste para el cual la solución en curso permanece óptima (el resto permanece fijo). Por ejemplo, en el informe de este ejemplo, el costo de la variable grado 1 puede disminuir hasta 0,1425 y la solución permanecerá óptima. El precio sombra de cada restricción (el cambio en la función objetivo por unidad de aumento en el lado derecho) se da junto con el aumento y disminución del valor del lado derecho para el cual es válido el precio. En el ejemplo, se muestra un aumento de 0,5 unidades de cantidad de grasa (lo que está dentro del aumento permitido en la restricción de 1) daría como resultado un cambio en la función objetivo de $(0,5) \times (-1,14) = -0,57$.