MA3701 Optimización. Semestre Otoño 2012

Profesores: Jorge Amaya, Héctor Ramírez C. Auxiliares: Ignacio Correa, Luis Fredes, Pedro Montealegre, Cesar Vigouroux.

Control 2

P1. Considere el siguiente problema:

$$(P) \quad \begin{array}{ll} \min & -2x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

y el siguiente tableau óptimo asociado:

$$\begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & s_1 & s_2 & -\bar{z} \\ \hline 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 10 \end{array}$$

donde s_1 y s_2 representan las variables de holgura asociadas a las primera y segunda restricción, respectivamente.

(a) (1.5 ptos.) Explícite las soluciones de (P) y su dual. Justifique por qué estas son soluciones.

Todas las siguientes preguntas se relacionan con la solución obtenida en la parte (a).

- (b) (1.5 ptos.) Suponga que los costos $c_2 = 1$ y $c_3 = -1$ cambian a $\tilde{c}_2 = -8$ y $\tilde{c}_3 = 10$, respectivamente. Determine si la base óptima cambia. En caso que así sea, determina una nueva solución de los problemas (P) y su dual.
- (c) (1.5 ptos.) Suponga que el lado derecho de (P) se modifica de $b = (6, 4)^\top$ a $\tilde{b} = (0, -4)^\top$. Determine si la base óptima cambia. En caso que así sea, determina una nueva solución de los problemas (P) y su dual.
- (d) (1.5 ptos.) Suponga que la segunda columna de la matriz de coeficientes, dada por $a^2 = (1, 2)^\top$, cambia a $\tilde{a}^2 = (4, 1)^\top$. Determine si la base óptima cambia. En caso que así sea, determina una nueva solución de los problemas (P) y su dual.

P2. (a) (2 ptos.) Utilice los resultados de dualidad fuerte para demostrar el lema de Farkas, el cual establece que, para $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $b \in \mathbb{R}^m$, uno y sólo uno de los siguientes sistemas tiene solución:

- 1) $\exists x \geq 0$ ($x \in \mathbb{R}^n$) tal que $Ax = b$
- 2) $\exists y \in \mathbb{R}^m$ tal que $A^\top y \leq 0$ y $b^\top y > 0$

(b) Un distribuidor de computadores tiene 2 bodegas con ofertas diarias de 50 unidades cada una, y demandas diarias en 4 ciudades de 20, 20, 30 y 30 unidades, respectivamente. Sus costos por unidad enviada se resumen en la siguiente tabla:

	d_1	d_2	d_3	d_4
o_1	1	2	4	3
o_2	5	4	6	4

- (i) (1 pto.) Modele el problema de satisfacer la oferta del distribuidor a costo mínimo como un problema de transporte.
- (ii) (1.5 ptos.) Encuentre una solución básica factible del problema anterior usando el método de saturación a costo mínimo. Justifique que la asignación de flujos obtenida corresponde a una solución básica factible.
- (iii) (1.5 ptos.) Verifique si esta asignación es óptima, en caso negativo, aplique el algoritmo SIMPLEX en redes para obtener una solución óptima del problema.

Tiempo: 2 horas