MA3701 Optimización. Semestre Otoño 2012
Profesores: Jorge Amaya, Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Ignacio Correa, Luis Fredes, Pedro Montealegre, Cesar Vigouroux.

Control 1

P1. (a) *Ácido ASDF*. Siendo usted el nuevo ingeniero de la empresa "Chemical Hnos." se le solicita maximizar la producción del producto estrella de la compañía, el ácido ASDF. Este ácido se produce mediante una reacción química que involucra sólo dos reactivos, que por simplicidad llamaremos 1 y 2, necesitando una libra del reactivo 1 y tres libras del reactivo 2 para producir un litro de ácido ASDF. Para la reacción se cuenta con un recipiente cuya capacidad no permite introducir más de mil libras de reactivos y la experiencia de los técnicos a su cargo advierte que debe utilizar al menos doscientas libras del reactivo 1 para asegurarse que la reacción llegue a buen término . Finalmente, el gerente de finanzas de la compañía le ha informado que el presupuesto asignado para realizar la reacción asciende a 6 mil US dólares y los precios de los reactivos son 3 y 9 US dólares por libra, respectivamente.

Modele lo anterior usando programación lineal. Resuelva el problema usando resolución gráfica. ¿Cuántos litros de ácido producirá la compañía? Considerando la solución obtenida, si se debe usar 600 libras del reactivo 2, ¿cuántas libras del reactivo 1 sería recomendable usar? ¿Cuál de estas soluciones minimiza además el costo incurrido en la reacción?

(b) Sean $C \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto convexo y $x \in C$. Demuestre que x es un punto extremo de C si y sólo si $C \setminus \{x\}$ es convexo.

Obs. Recuerde que $x \in C$ es un punto extremo de C si se cumple la propiedad:

$$\text{Si } \exists \lambda \in (0,1) \text{ y } \exists x_1, x_2 \in C \text{ tal que } x = \lambda x_1 + (1-\lambda) x_2 \quad \text{entonces} \quad x = x_1 = x_2.$$

P2. Considere el siguiente cuadro (tableau) del método Simplex, que proviene de la resolución de un problema de la forma

$$\min c^T x, \quad \text{s.a. } Ax = b, \ x \geq 0$$

$$\begin{array}{ccccc|c} -\gamma & 0 & 0 & 2 & 0 & 10 \\ \hline -1 & 0 & 1 & 6 & 0 & 4 \\ \alpha & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & \theta \end{array}$$

Indique rangos de los parámetros, de manera que:

(a) La solución en curso es óptima y es única (¿cuál es?).

(b) El problema es no acotado (¿cuál es dirección extrema correspondiente a este no acotamiento?).

(c) La solución en curso es óptima pero no es única (indique el conjunto solución).

(d) La solución en curso es factible, pero no es óptima (realice, a partir de ella, una iteración más).

Si el cuadro es óptimo y el vector de costos originales es $c^T = (1, 1, 1, 1, -1)$

(e) Deduzca el valor (o rango) de θ.

(f) Deduzca el valor (o rango) de α.

Tiempo: 2 horas