MA3701-2- Optimización.
Profesor: Jorge Amaya.
Auxiliares: Pedro Montealegre B, César Vigouroux.

Auxiliar 1

29 de Marzo de 2012

P1. Resolver gráficamente los siguientes problemas:

1.
$$\begin{array}{llllll} max & 5x_1 & + & 4x_2 & & \\ s.a. & x_1 & - & 3x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 12 \\ & -2x_1 & + & 7x_2 & \leq & 21 \\ & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{llllll} max & 4x_1 & + & 6x_2 & & \\ s.a. & x_1 & - & 3x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 12 \\ & -2x_1 & + & 7x_2 & \leq & 21 \\ & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

3.
$$\begin{array}{llllll} max & -2x_1 & - & x_2 & & \\ s.a. & x_1 & + & \frac{8}{3}x_2 & \leq & 4 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & 2x_1 & & & \leq & 3 \\ & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

P2.
1. Sea S convexo y $x \in S$. Demuestre que x es un punto extremo si y sólo si $S\backslash\{x\}$ es convexo.
2. Dados $v \in \mathbb{R}^3$, $v \neq 0$ y $\epsilon > 0$, se llama **Cono de Bishop-Phelps** al conjunto
$$K(v,\epsilon) = \{x \in \mathbb{R}^3 \ : \ \epsilon\|v\|\|x\| \leq \langle v, x\rangle\}$$
Dados $a, b \in \mathbb{R}^2$ y $\gamma \in [0,1]$, se llama **Pétalo de Penot** al conjunto
$$P_\gamma(a,b) = \{x \in \mathbb{R}^2 \ : \ \gamma\|a - x\| + \|x - b\| \leq \|b - a\|$$
Pruebe que ambos conjuntos son convexos.

P3. Sea $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función convexa. Se define $f(x) = e^{g(x)}$. Muestre que f es convexa.

P4. Sea K un conjunto convexo y $f : K \to \mathbb{R}$ una función convexa y considere el problema de optimización
$$(\mathcal{P}) \quad \min_{x\in K} f(x)$$
Pruebe que si un conjunto de puntos $\{x_1, \ldots, x_p\}$ son soluciones de $(\mathcal{P})$, su envoltura convexa también lo es.