

MA3403-4: PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA
AUXILIAR 8: DISTRIBUCIÓN NORMAL, TEOREMA CENTRAL DEL
LÍMITE, DESIGUALDAD DE CHEBYSHEV Y DE MARKOV.

1. La temperatura diaria de cierta localidad tiene una distribución normal de media $28^{\circ}C$, y desviación estándar de $2^{\circ}C$. Si se toma la temperatura de dos días al azar. ¿Cual es la probabilidad de que sus temperaturas difieran en menos de $1^{\circ}C$? Considere que la temperatura de un día es independiente de cualquier otro.
2. Una partícula parte del origen de la recta real y a cada segundo da saltos de tamaño 2 con probabilidad $1/6$, de tamaño 1 con probabilidad $1/6$, de tamaño -1 con probabilidad $1/3$ y se queda en el lugar con probabilidad $1/3$.
 - a) Sea $X(n)$ la posición de la partícula a los n segundos. ¿Que distribución tiene $X(n)$ para n grande?
 - b) Calcule la probabilidad de que a los 36 segundos la partícula se encuentre a más de 10 unidades del origen.
 - c) Determine cuántos segundos deben pasar para que con probabilidad de 0.999 la partícula se encuentre en el lado positivo de la recta.
3. Compare la cota superior de la probabilidad $\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq 2\sqrt{\text{Var}(X)})$ obtenida de la desigualdad de Chebyshev con la probabilidad exacta, si X está distribuida uniformemente en $(-1, 3)$.
4. Sea $a > 0$. Compare la cota superior de la probabilidad $\mathbb{P}(X \geq a)$ obtenida de la desigualdad de Markov con la probabilidad exacta, si X está distribuida exponencialmente con parámetro λ . Evalúe para $a = 2\mathbb{E}(X)$.