

MA3403-4: PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA
AUXILIAR 1: ESPACIOS DE PROBABILIDAD Y COMBINATORIA.

1. Un experimento consiste en distribuir 3 bolas distinguibles entre ellas en 3 cajas distintas. ¿Cuál sería el espacio muestral? Generalice el espacio muestral a r bolas distinguibles y n cajas distintas.
Si ahora las bolas son indistinguibles, represente el espacio muestral para el caso de 3 bolas y 3 cajas, y generalice al caso r bolas n cajas.
2. Pruebe que $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$. ¿Es posible expresar $\mathbb{P}(\cup_{i=1}^n A_i)$ solo usando intersecciones entre $\{A_i\}_{i=1}^n$? ¿Cómo debería ser la expresión? De una idea de demostración. Intente con el caso $n = 3$.
3. En una caja con 10 bolas, 3 son rojas y 7 amarillas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 bolas rojas al sacar 4 bolas al azar? (todas a la vez). Expresé una generalización de esta probabilidad.
4. De cuántas formas 8 personas pueden sentarse en una fila si:
 - no hay restricciones en la forma de sentarse.
 - existe una pareja en el grupo que deben sentarse juntos.
 - hay 4 hombres, 4 mujeres, y no pueden vecinos dos personas del mismo sexo.
 - hay 5 hombres y deben sentarse todos juntos.
 - hay 4 parejas y siempre deben sentarse juntos.
 - hay una pareja de enemigos (no pueden sentarse juntos).
5. En un ropero con $2r$ zapatos, se sacan n zapatos al azar:
 - ¿Cuál es la probabilidad de no sacar ningún par?
 - ¿Cuál es la probabilidad de sacar exactamente 1 par?
 - ¿Cuál es la probabilidad de sacar exactamente 2 pares?
6. Estime la cantidad de vectores $x = (x_1, \dots, x_r)$ enteros tal que:
 - $x_1 + \dots + x_r \geq n$, $x \in \{0, 1\}^r$
 - $x_1 + \dots + x_r = n$, $x > 0$
 - $x_1 + \dots + x_r = n$, $x \geq 0$
 - $x_1 + \dots + x_r = n$ y exactamente r de las variables son $= 0$.