

Auxiliar 2 MA3403: Combinatoria y Probabilidades Condicionales

Profesor: Roberto Cortez M.

Auxiliares: Francisco Castro, Alfredo Torrico.

- P1.** (a) En una empresa donde trabajan n personas, el encargado de los computadores (no considerarlo en el número anterior) debe repartir k notebooks, de cuántas formas puede hacer lo anterior? Y si ahora se le restringe a que cada persona no debe quedar sin computador?
- (b) Calcule la cantidad de caminos óptimos (es decir, sin retroceder, sólo movimientos derecha y arriba) en $\mathbb{Z}^2$ desde $(0,0)$ hasta (n,n) con $n \in \mathbb{Z}$. Generalizando este resultado para $\mathbb{Z}^p$, calcule la cantidad de caminos óptimos desde $(0, \dots, 0) \in \mathbb{Z}^p$ hasta $(a_1, \dots, a_p) \in \mathbb{Z}^p$.
- (c) Calcule la cantidad de enteros de 1 a 1000 que no tienen divisores en $\{5, 6, 8\}$.
- (d) Una persona tiene que escoger 5 de sus 8 amigos para irse de viaje. ¿De cuántas formas puede escoger a los amigos si
- i) dos de ellos están peleados entre sí y no irán juntos?
 - ii) dos de ellos van si los invitan a ambos?
- (e) De un grupo de n personas se elige un comité de tamaño j de entre los cuales se elige un subcomité de tamaño $i \leq j$. Obtenga una igualdad combinatorial calculando, de dos formas distintas, el número de posibles elecciones de comités y subcomités.
- P2.** Una persona desea cruzar la frontera de un país lleando mercancía ilegal. En la aduana hay dos tipos de sondeos al equipaje: el sondeo regular, que se lleva a cabo el 75% de las veces, y el sondeo exhaustivo, que se realiza el 25% de las veces (el tipo de sondeo se escoge al azar con esas probabilidades). Si hay mercancía ilegal en el equipaje, el sondeo regular la encuentra con probabilidad de $1/10$, y el exhaustivo la encuentra con probabilidad $1/2$.
- (a) Muestre que la probabilidad de que no descubran a la persona es de $4/5$.
- (b) Si no la descubren, ¿Cuál es la probabilidad de que le haya tocado el sondeo regular?
- P3.** Tatán está decidido a entrar en el mundo de las apuestas, es por esto que se dirigió a uno de los casinos recientemente inaugurados en el país, Vallejo's Games, el cual propone un juego "secuencial" que consiste en apostar en máquinas tragamonedas que funcionan independientemente, cada una con una probabilidad $p > 0$ de entregar premio. Tatán tiene acceso a la primera máquina, donde juega, pudiendo ganar o perder. Si gana debe cobrar su premio e irse del casino, pero si pierde debe jugar en la segunda máquina. Nuevamente, si gana cobra el premio y deja el casino, pero si pierde continúa en la tercera máquina, en la cual gana o pierde y se retira del casino. Considere los sucesos G_i : "Tatán recibe el premio de la máquina i ", $i = 1, 2, 3$.
- (a) Explique por qué los sucesos G_i son disjuntos y pruebe que
- $$\mathbb{P}(G_i) = p(1-p)^{i-1}, \quad i = 1, 2, 3.$$
- (b) Calcule la probabilidad de que Tatán no gane.
- (c) Averigüe si G_1, G_2 y G_3 son o no pares de sucesos independientes.
- (d) Sabiendo que Tatán ha ganado, calcule la probabilidad de que el premio lo haya obtenido en la máquina i .
- (e) Suponga que en lugar de 3 máquinas, hay infinitas máquinas funcionando como se describe arriba. Muestre que la probabilidad del suceso G : "Ganar premio" es 1, expresando G en términos de los G_i , $i = 1, 2, \dots$