Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Raúl Manasevich
Prof. Aux.: Pablo Muñoz, Alberto Vera Azócar
albvera@ing.uchile.cl

Ecuaciones Difereciales Ordinarias
Clase Auxiliar 12 - Ecuaciones Exactas y Análisis Cualitativo

29 de junio de 2012

Problema 1 [Redescubriendo la Rueda].- Se requiere hacer un análisis del sistema lineal siguiente

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \vec{x}$$

(a) Encuentre las soluciones $\vec{x}_1, \vec{x}_2$ del sistema y usando la información de los valores propios concluya sobre la estabilidad.

(b) Considere ahora la primera componente de cada solución $(\vec{x}_1)_1, (\vec{x}_2)_1$, encuentre el lugar geométrico en el plano x_1, x_2 de tales soluciones.

(c) Bosqueje el diagrama de fase.

Problema 2 [Sistema No Lineal].- Considere el sistema dado por

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60x_1 - 3x_1^2 - 4x_1x_2 \\ 42x_2 - 3x_2^2 - 2x_1x_2 \end{pmatrix}$$

(a) Encuentre todos los puntos críticos, clasifiquelos y bosqueje los diagramas de fase en cada caso.

(b) Bosqueje el diagrama de fase del sistema.

Problema 3 [Ecuaciones Exactas].- Resuelva las siguientes ecuaciones

(a) $2x + y^2 + 2xyy' = 0$

(b) $(y\cos(x) + 2xe^y) + (\text{sen}(x) + x^2e^y - 1)y' = 0$

(c) $(3xy + y^2) + (x^2 + xy)y' = 0$

Estabilidad según los valores propios

Valores Propios	Tipo de solución	Estabilidad
$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	Nodo	Inestable
$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	Nodo	Asintóticamente Estable
$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Nodo o foco	Asintóticamente Estable
$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$	Nodo o foco	Inestable
$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$	Punto silla	Inestable
$a \pm ib, a > 0$	Espiral	Inestable
$a \pm ib, a < 0$	Espiral	Asintóticamente Estable
$\lambda = \pm ib$	Centro	Estable