



Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Raúl Manasevich
Prof. Aux.: Pablo Muñoz, Alberto Vera Azócar
albvera@ing.uchile.cl

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Clase Auxiliar 8 - Método de Vectores Propios Generalizados

31 de mayo de 2012

Problema 1 [Valores Complejos].- Sean $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, resuelva el sistema

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Problema 2 [Matriz Canónica].- Considere el sistema

$$(H) \quad \vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \vec{x}, \quad \vec{x}(t_0) = \vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0^1 \\ x_0^2 \end{pmatrix}$$

Sea $M : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^2)$ la función que a la 3-tupla (t_0, \vec{x}_0) le asocia la solución de (H)

1. Encuentre $M(t_0, \vec{x}_0)$, para $t_0 \in \mathbb{R}$, $\vec{x}_0 \in \mathbb{R}^2$.
2. Defina la matriz $\Phi(t, t_0) = [M(t_0, \vec{e}_1) | M(t_0, \vec{e}_2)]$, con \vec{e}_1, \vec{e}_2 los vectores canónicos. Encuentre $\Phi(t_0, t_0)$ y $\Phi(t, t_0)^{-1}$.
3. Use lo anterior para encontrar la solución general de

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{b}, \quad \vec{x}(0) = \vec{x}_0$$

donde $\vec{b}, \vec{x}_0 \in \mathbb{R}^2$. Analice en particular el caso $\vec{x}_0 = \vec{0}$, comente.

Problema 3 [Vectores Generalizados].- Encuentre todas las soluciones de

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \vec{x}$$

tales que $\lim_{t \rightarrow \infty} \vec{x}(t)$ existe y es positivo.

Problema 4 [Vectores Generalizados].- Encuentre todas las soluciones de

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \vec{x}$$

tales que $\vec{x}'(0) = (1, 1, 1)^t$