Universidad De Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Raúl Manasevich
Prof. Aux.: Pablo Muñoz, Alberto Vera Azócar
albvera@ing.uchile.cl

Ecuaciones Difereciales Ordinarias
Clase Auxiliar 2 - Métodos de Resolución

30 de marzo de 2012

Problema 1 [Un Par de Resultados Teóricos].-

(a) Considere el problema a variables separables

$$f(y)y' = g(t) \qquad y(t_0) = y_0$$

donde f, g son funciones continuas y suponga que la solución de la ecuación es despejable. Demuestre que la solución se puede deducir de

$$\int_{y_0}^{y} f(y)dy = \int_{t_0}^{t} g(t)dt$$

(b) Sean $a(t), b(t), f(t)$ funciones T períodicas y continuas. Demuestre que si y_1 cumple $y_1(0) = y_1(T), y_1'(0) = y_1'(T)$ y es solución de la EDO:

$$y'' + a(t)y' + b(t)y = f(t) \qquad t \in \mathbb{R}$$

Entonces y_1 es T períodica.

Problema 2 [Variación de Parámetros].- Resuelva las siguientes EDO's

(i) $y'' + y = \tan(t)$

(ii) $t^2y'' - ty' + y = 4t\ln(t), t > 0$, sabiendo que $y_1(t) = t\ln(t)$ es solución de la homogenea.

Problema 3 [Ecuaciones Lineales].- Resuelva las siguientes EDO's

(a) $y'' - y' + 5y = 3$

(b) $y^{(7)} - 2y^{(5)} + y^{(3)} = \alpha t + \beta$ donde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(c) Sea $\beta > 0$ y z_β solución de la EDO $2y'' + 3y' - 2y = 0$ con condiciones iniciales $y(0) = 1, y'(0) = -\beta$, encuentre ínf$\{\beta | z_\beta$no tiene mínimo$\}$

Problema 4 [Ecuaciones No Lineales].- Mediante cambios de variable adecuados

(a) Demuestre que la solución implícita de la EDO $2y^2y' + y' + y'' = 0$ se puede obtener mediante

$$\int \frac{dy}{-y - \frac{2}{3}y^3 + c} = t + d \qquad c, d \in \mathbb{R}$$

Indicación: Se recomienda considerar $P(y) = y'$

(b) $y'x + y = 1 + e^{yx-x+5}$ con condición inicial $y(0) = y_0$