

Auxiliar 10/11 (?)

Auxiliares: Álvaro Bustos, Esteban Escorza
Ayudantes: Carolina Mayol, Matías Yáñez

P1 Resuelva los sistemas:

P1.a) $\vec{y}' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \vec{y}$

P1.b) $\vec{y}' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \vec{y}$

P1.c) $\vec{y}' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{y} + \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{bmatrix}$

P2 Plantee condiciones necesarias para que el sistema a coeficientes constantes $\vec{y}' = A\vec{y}$ tenga soluciones que convergen a $\vec{0}$ cuando $t \rightarrow \infty$, condiciones para que esto ocurra cuando $t \rightarrow -\infty$, y condiciones para que las soluciones sean constantes. ¿Cómo podría extenderse esto al caso de que $A(t)$ no es constante?

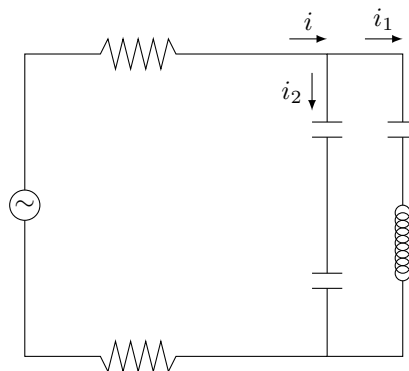
P3 Sea $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Suponga que α no es un valor propio de A .

P3.a) Probar que la ecuación $\vec{x}' = A\vec{x} + e^{\alpha t}\vec{b}$ tiene una única solución de la forma $x(t) = e^{\alpha t}\vec{u}$, con $\vec{u} \in \mathbb{R}^N$.

P3.b) Encontrar la solución general del sistema:

$$\begin{aligned} x &= 2x + y + \exp(2t) \\ y &= x + 2y - \exp(2t) \end{aligned}$$

P4 (Bonus –me da pena borrar el dibujo–) Considere el siguiente circuito:



La fuente de voltaje entrega un potencial $V(t) = \sin(t)$.

Sabiendo que la corriente y el voltaje por una resistencia se relacionan según la ley $V = iR$, que $i = dq/dt$, que $q = CV$ para un capacitor y $V = d^2q/dt^2$ para una inductancia, y que $i = i_1 + i_2$, plantee un sistema de ecuaciones para i_1 e i_2 .

Considere que $R = 2, C = 3, L = 1$.