

Auxiliar 4

Auxiliares: Esteban Escorza, Álvaro Bustos.

P1 Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

P1.a) $2y''' - 5y'' + 3y' - 2y = e^x \cos(2x)$

P1.b) $y'' + y' + 3y = xe^{-x} + \operatorname{sen}(x)$

P1.c) $x^2y'' - 2xy' - 4 = 0$

P1.d) $x^2y'' + 3xy' + 3y = 0$

P2.a) Determinar para qué valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, la ecuación:

$$u'' + \alpha u = \cos(\beta t)$$

con la condición de borde $u'(0) = u'(1) = 0$, tiene solución única.

P2.b) Considere la ecuación

$$P(D)y = 0$$

Donde $P(D)$ es un polinomio diferencial de orden 2 a coeficientes constantes. Demuestre que si todas las raíces del polinomio característico tienen parte real menor que 0, entonces toda solución $y(x)$ cumple que $y(x) \rightarrow 0$ si $x \rightarrow \infty$.

P3.a) Resuelva el problema de valor inicial:

$$\begin{aligned}y'' - y &= x \cos(x) \\ y(0) &= 1, y'(0) = 0\end{aligned}$$

P3.b) Teorema de Sturm: Si y_1 e y_2 forman una base de soluciones de una misma EDO lineal de orden 2, pruebe que entre dos ceros consecutivos de y_2 hay siempre una y solo una raíz de y_1 .