Pauta Control 1 MA-2601, 2012/1

Prof. Salomé Martínez
Aux. Álvaro Bustos y Chaparrón Bonaparte
Ayudantes: Matías Yáñez y Carolina Mayol

P1

Descuentos:
0,2 por calcular primitiva y no poner constante
0,1 por "pasar los diferenciales multiplicando"
0,3 en la parte a) por llegar a una solución de la EDO pero no considerando que y<0

a) $y' = |y|(x+1) \qquad y(2) = -2$

$$Sea\ y \neq 0, entonces: \int \frac{dy}{|y|} = \int (x+1)dy$$

Caso 1: $y > 0$

$$\int \frac{dy}{y} = \int (x+1)dx \Leftrightarrow \ln(y) = \frac{x^2}{2} + x + c \ (0.3)$$

$$\Leftrightarrow y = ce^{\frac{x^2}{2}+x}$$

$$Además - 2 = ce^{2+2} \Leftrightarrow c = -2e^{-4}$$

Caso 2: $y < 0$

$$-\int \frac{dy}{y} = \int (x+1)dx \Leftrightarrow \ln(y) = -(\frac{x^2}{2} + x + c)$$

$$\Leftrightarrow y = ce^{-\left(\frac{x^2}{2}+x\right)} \ (0.5)$$

$$Además - 2 = ce^{-4} \Leftrightarrow c = -2e^{4} \ (0.7)$$

b) $(1+e^x)yy' = e^y$

$$ye^{-y}y' = (1+e^x)^{-1} \Leftrightarrow \int ye^{-y}dy = \int (1+e^x)^{-1}dx$$

$$Calculamos\ el\ lado\ izquierdo\ por\ partes: u = y, dv = e^{-y}$$

$$du = dy, v = -e^{-y}$$

$$\Leftrightarrow \int ye^{-y}dy = -ye^{-y} + \int e^{-y}dy = -e^{-y}(y+1) \quad (0.5)$$

$$Calculamos\ el\ lado\ derecho\ con\ cambio\ de\ variable: u = e^x, \frac{du}{u} = dx$$

$$Entonces: \qquad \int \frac{du}{u(u+1)} = \int \frac{(1+u)-u}{1+u}du \qquad (Ni\ quita\ ni\ pone)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{du}{u} - \int \frac{du}{1+u} = \ln(u) - \ln(1+u) \quad (0.2)$$

$$Volviendo\ a\ la\ ecuación\ inicial: -e^{-y}(y+1) = \mathrm{x} - \ln(1+e^x) + c \ \ (0.8)$$

c) $y' = \frac{x+y}{x+y+1}$

$$z' = 1 + y' \Leftrightarrow z' = \frac{2z+1}{z+1} \quad (0.3)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{z+1}{2z+1} dz = x + c \;\Leftrightarrow \int \frac{z}{2z+1} dz + \int \frac{dz}{2z+1} = x + c$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{z}{2z+1} dz + \ln(1+2z) = x + c \quad (0.2)$$

$$\int \frac{z}{2z+1} dz = \frac{1}{2}\int \frac{2z}{2z+1} dz = \frac{1}{2}\int \frac{(2z+1)-1}{2z+1} dz$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\int dz - \int \frac{dz}{2z+1} = \frac{1}{2}\left(z - \frac{\ln(2z+1)}{2}\right) \quad (0.5)$$

$$\textit{Volviendo a la forma original, la ecuación queda implícita:}$$

$$\frac{1}{2}\left(\ln(2(x+y)+1) + x + y - \frac{\ln(2(x+y)+1)}{2}\right) = x + c$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln\big(1+2(x+y)\big)}{4} + \frac{y}{2} = \frac{x}{2} + c \quad (0.7)$$

d) $y' = 1 + x + y + xy$

$$\textit{Usamos el hint y factorizamos por } (1+x):$$

$$y' = (1+x)(1+y) \quad (0.3)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{dy}{1+y} = \int (1+x)dx$$

$$\Leftrightarrow \ln(1+y) = x + \frac{x^2}{2} + c \quad (0.2)$$

$$\textit{Aplicando exponencial queda: } 1 + y = ce^{x+\frac{x^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow y = ce^{x+\frac{x^2}{2}} - 1 \quad (1.0)$$