

## Auxiliar 12

P<sub>1</sub>

Si  $f: [a, b] \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  es integrable y  $g_x(y) = f(x, y)$ ,  $h_y(x) = f(x, y)$  también lo son  $\forall x, y \in [a, b]$ , pruebe que

$$\int_a^b \int_a^y f(x, y) dx dy = \int_a^b \int_x^b f(x, y) dy dx.$$

P<sub>2</sub>

Sea  $W$  la región limitada por los planos  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=2$  y la superficie  $z=x^2+y^2$  ubicada en el cuadrante  $x \geq 0, y \geq 0$ . Calcule el volumen de  $W$ .

P<sub>3</sub>

Sea  $R$  la región en  $\mathbb{R}^3$  limitada por los planos  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x+y=1$ , por debajo del plano  $z=0$ , por encima del plano  $x+y+z=0$ . Calcular

$$I = \iiint_R (x+z^2) dV$$

P<sub>4</sub>

Sea  $C = [-1, 1] \times [-1, 1] \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x, y)\| < 1\}$ . Sea  $f: [-1, 1] \times [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  integrable con  $g_x(y) = h_y(x) = f(x, y)$  integrables  $\forall x, y \in [-1, 1]$ . Determine  $\int_C f$  en términos de integrales iteradas de  $f(x, y)$ .

P<sub>5</sub>

Sea  $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  dado por

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es irracional} \\ 1 & \text{si } x \text{ es racional e } y \text{ irracional} \\ 1 - 1/q & \text{si } x = p/q \text{ es irreducible e } y \text{ racional.} \end{cases}$$

Pruebe que  $f$  es integrable pero que no satisface las hipótesis del Teorema de Fubini.