

Auxiliar 3

9 de Abril del 2012

P1. Hallar el diferencial de las siguientes funciones:

- i) $f : \Omega \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, Ω abierto y f derivable en todo $a \in \Omega$.
- ii) $f_1 : (-2\pi, 2\pi) \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f_1(t) = (\cos(t), \sin(t))$;
 $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f_2(t) = (t^3, t^2)$;
 $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f_3(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$;
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$, con cada componenete f_i derivable en todo $t \in \mathbb{R}$, para todo $1 \leq i \leq n$.
- iii) $g_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g_1(x, y) = x + y$;
 $g_2 : (-1, 1) \times (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $g_2(x, y) = xy$;
 $g_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $g_3(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.
- iv) $\sigma : (-2\pi, 2\pi) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\sigma(\theta, \rho) = (\cos \theta, \sin \theta, \rho)$

P2. Encuentre la función diferencial de:

- a) $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ lineal.
- b) $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^t A x$ con $A \in \mathcal{M}(n \times n)$.
- c) $\pi_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $\pi_i(x) = x_i$; y de $\|\cdot\|^2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

P3. Sea $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ diferenciable, con $f(0) = 0$. Si la transformación lineal $Df(0)$ no tiene al 1 como valor propio, entonces existe $B(0, r)$ con $r > 0$ tal que $f(x) \neq x \forall x \in B(0, r) \setminus \{0\}$.