



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 09-1

Control 1

P1. Se define F como el conjunto de todas las funciones sobreyectivas $f : D_{a,b} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow f(D_{a,b})$ de la forma $f(x) = \frac{ax+b}{bx+a}$ donde a y b son constantes reales no nulas y $D_{a,b}$ es el mayor conjunto donde f está bien definida.

- (i) (1,0 ptos.) Encuentre $D_{a,b}$
- (ii) (3,0 ptos.) Encuentre condiciones para a y b de modo que f sea biyectiva.
- (iii) (2,0 ptos.) Si f es invertible, encuentre f^{-1} y muestre que $f^{-1} \in F$

P2. Sea $\mathcal{F} = \{f : [0, 1] \rightarrow [0, 1] : f \text{ es función}\}$ y $\beta = \{f : [0, 1] \rightarrow [0, 1] : f \text{ es función biyectiva}\}$. Se definen las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} \Psi : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1] & \\ f \mapsto \Psi(f) = \frac{f(0)+f(1)}{2} & \text{y} \end{array} \quad \begin{array}{ll} I : \beta \rightarrow \beta & \\ f \mapsto I(f) = f^{-1} & \end{array}$$

- (i) (1,0 ptos.) Demuestre que Ψ está bien definido, es decir verifique que $(\forall f \in \mathcal{F}) \Psi(f) \in [0, 1]$.
- (ii) (1,5 ptos.) Estudie Inyectividad y Sobreyectividad de Ψ .
- (iii) (0,5 ptos.) Pruebe que $I(f \circ g) = I(g) \circ I(f)$.
- (iv) (1,5 ptos.) Pruebe que I es biyectiva.
- (v) (1,5 ptos.) Demuestre que $(\Psi \circ I)^{-1}(\{0\}) = \emptyset$ (Preimagen).

13 de abril de 2009
Sin consultas
Tiempo: 1:15