

Auxiliar 6: Integrales indefinidas

Profesor: Raul Manasevich T.

Auxiliar: Patricio Santis T.

27 de Abril de 2012

Objetivos: **Aprender a reconocer y aplicar los distintos métodos de integración.**

P1 Calcule las siguientes primitivas

$$\int \frac{2x}{1+x} dx \quad \int \frac{\sin(x) \cos(x)}{\sqrt{1+\sin(x)}} dx \quad \int \frac{3dx}{4-x^2} \quad \int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx \quad \int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2} dx \quad \int x^2 e^{-x} dx$$

P2 Calcule la formula de recurrencia para $\int x^n \cdot e^{\alpha x} dx$ con $\alpha \in \mathbb{R}$. Deduzca una formula de recurrencia para $\int x^n \cdot \sinh(2x) dx$

P3 Calcule la formula de recurrencia para (**hint:** generalmente, cuando le pidan recurrencia, integre por partes)

$$I_n = \int \sqrt{x+b}(x+a)^n dx, \text{ con } a, b > 0 \text{ y } (x+b) = (x+a) + (b-a)$$

$$J_{n,m} = \int x^n \cdot \ln^m(x) dx, \text{ con } n, m \in \mathbb{N} \text{ y calcule } \int x^2 \cdot \ln^2(x)$$

P4 Sea $f \in C^\infty$. Sea $I_n = \int e^{-x} f^{(n)}(x) dx$

i) Demuestre que: $I_n = I_{n+1} - e^{-x} f^{(n)}(x)$

ii) Si $f^{(k)} = 0$ para cierto $k \in \mathbb{N}, k \geq 1$, demostrar que $I_0 = \int e^{-x} f(x) dx = -e^{-x} \sum_{i=0}^{k-1} f^{(i)} + C$. Con $C \in \mathbb{R}$.

P5 Calcular $\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)} dx$, con el cambio de variable $u = \tan(x/2)$.

★ Calcular una recurrencia para $I_{m,n} = \int \cos^m(x) \cdot \sin^n(x) dx$