

Problemas propuestos C1

Profesor: Raul Manasevich T.

Auxiliar: Patricio Santis T.

Abril de 2012

Objetivos: **Sacarse un 7.0 en el Control**

P1 Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que f y f' son continuas en $[a, b]$, $a < b$. Suponga que f'' existe en (a, b) y que se cumple que $f(a) = f(b)$ y $f'(a) = f'(b) = 0$. Demostrar que f'' se anula al menos dos veces en (a, b) .

P2 Considere la función $f(x) = \frac{1}{2}(\sin^2(x) + \cos(x)) + 2\sin(x) - x$, donde $x \in [0, \pi/2]$.

i) Determinar los puntos en el intervalo de definición de la función donde alcanza sus valores máximos y mínimos, si es que existen.

ii) Probar que f' existe. Determinar los intervalos donde $f'(x) > 0$ y $f'(x) < 0$

P3 Encontrar el polinomio de Taylor de orden tres (en torno a cero) para la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} & x \neq 0, x > -1 \\ -1/2 & x = 0 \end{cases}$$

P4 Dada una circunferencia de radio r . De todos los triángulos isósceles circunscritos, determine el de menor área.

P5 Demostrar que existe algún número x_0 , tal que: $\sin(x) = x - 1$

P6 Para la función $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x} e^{1/x}$.

i) Dominio, ceros, asíntotas de todo tipo, continuidad, reparabilidad

ii) Estudiar crecimiento, puntos máximos y mínimos de f .

iii) Estudiar convexidad y concavidad

iv) Grafique f . Indique su recorrido.

P7 Calcular:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-2} \ln \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi)^{\operatorname{tg}(x - \pi)}$$

P8 Sea $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$

a) Determinar los valores de x para los cuales $f(x)$ existe y calcule su valor.

b) Estudiar la continuidad y diferenciabilidad de f , en los puntos donde f existe.

★ Si todos los días te arreglas el pelo, ¿ Por qué no te arreglas el corazón?