

Auxiliar 2: Aplicaciones de la derivada

Profesor: Raul Manasevich T.

Auxiliar: Patricio Santis T.

11 de Abril de 2012

Objetivos: **Aplicaciones de la derivada, estudio de funciones, concavidad, convexidad**

P1 Considere la función $f(x) = e^{\sqrt{2} \sin(x)}$

a) Encuentre el polinomio de Taylor de orden 2 para $f(x)$ en torno a $x_0 = 0$. (Sin resto)

b) Estudie completamente la función f . Se pide:

i) Dominio, ceros, signos de f , continuidad, periodicidad.

ii) Calcular f' , crecimiento, valores extremos.

iii) Calcular f'' , concavidad (convexidad) y puntos de inflexión.

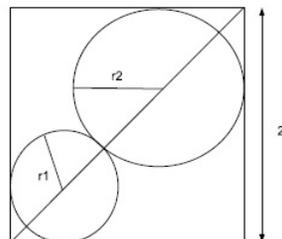
iv) Graficar f . El recorrido de f .

P2 Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos veces derivable en \mathbb{R} . Demostrar que si $\forall x \in \mathbb{R}$ se cumple que $f(x) > 0$ y $f(x)f''(x) > (f'(x))^2$, entonces la función dada por $g(x) = \ln(f(x))$ es convexa.

P3 En un cuadrado de lado $2a$ se inscriben dos circunferencias de radios r_1 y r_2 , centradas en la diagonal del cuadrado, tangentes entre si y ambas tangentes al cuadrado (ver figura).

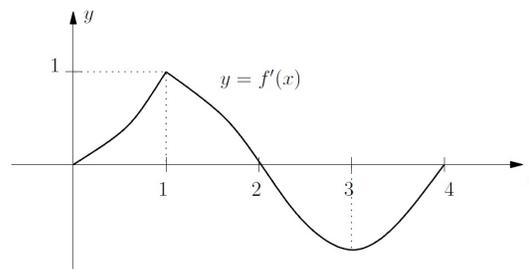
i) Encuentre una relación entre r_1 y r_2 .

ii) Determine los valores de r_1 y r_2 de modo que la suma de las áreas de los círculos sea máxima. Justifique.



P4 Se sabe que un bosquejo del gráfico de la derivada de una función $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ es el dado en la figura siguiente. Además se sabe que $f(0) = 1$.

Usando esta información encuentre el gráfico aproximado de la función f . Debe indicar precisamente, en que intervalos f es creciente, decreciente, cóncava o convexa, además donde alcanza su máximos y mínimos locales o globales y donde tiene sus inflexiones. Debe probar además que f es acotada superiormente por 3.



P5 Dados $a > 0$ y $b > 0$, estudie el crecimiento de la función $f(x) = (a^x + b^x)^{1/x}$ en el intervalo $(0, +\infty)$