

Auxiliar 7: Integrales indefinidas II y Sumas de Riemann

Profesor: Raul Manasevich T.

Auxiliar: Patricio Santis T.

4 de Mayo de 2012

Objetivos: **Saber realmente que es una integral.**

[P1] Calcular la primitiva $\int \frac{1}{2 - \sin^2(x)} dx$, mediante el cambio de variable $u = tg(x)$.

[P2] Calcular una recurrencia para $\int \frac{x^n}{\sqrt{x+1}} dx$.

[P3] Calcular los siguientes límites:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(n+i) - \ln(n))$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k \sqrt{n^2 - k^2}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{1}{(n+1)^3} + \frac{1}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{(n+n)^3} \right)$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{e^i}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{i\pi}{2n}\right) \frac{i}{4n^2}$

[P4] Resuelva:

$$\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2(x))}$$
$$\int \frac{dx}{x^2(x+1)(x^2+1)}$$
$$\int \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$$

[P5] Sea f una función derivable y creciente en $[a, b]$ y tal que $|f'(x)| \leq K \forall x \in [a, b]$

i) Use TVM para deducir que: $\forall P \in P_{[a,b]} \quad S(f, P) - s(f, P) \leq K|P|(b-a)$

ii) Demuestre que f es integrable en $[a, b]$

★ Calcular $\int \frac{\cos(x) + \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x) + 1} dx$, con $u = tg(x/2)$.