Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
19 de Marzo de 2012

Auxiliar # 1 MA1001 - Axiomas de cuerpo de los números reales

Auxiliar: Nikolas Tapia, Profesor: Sebastián Donoso.

P1. Usando sólo los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que si $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ son tales que $a + b = 1$ entonces se cumple que el inverso multiplicativo de $(a \cdot b)$ es $(a^{-1} + b^{-1})$.

P2. Usando los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de los neutros e inversos aditivo y multiplicativo, demuestre las siguientes propiedades:

(a) $(\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad (a^2)^{-1} = (a^{-1})^2$.

(b) $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad (-a)b^{-1} = -(ab^{-1})$.

(c) $(\forall a, c \in \mathbb{R})(\forall b, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad a(b + d) = b(a + c) \implies ab^{-1} = cd^{-1}$.

P3. Usando sólo los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que

$$[(a + b \neq 0) \wedge (ax + by = 0) \wedge (bx + ay = 0)] \implies (x + y = 0).$$

P4. Demuestre que $\forall x, y \in \mathbb{R}$ y $\forall w, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ se tiene que

$$(xw + yz)^2 = (x^2 + y^2)(w^2 + z^2) \implies (\exists \lambda \in \mathbb{R}) \quad x = \lambda w, y = \lambda z.$$

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
19 de Marzo de 2012

Auxiliar # 1 MA1001 - Axiomas de cuerpo de los números reales

Auxiliar: Nikolas Tapia, Profesor: Sebastián Donoso.

P1. Usando sólo los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que si $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ son tales que $a + b = 1$ entonces se cumple que el inverso multiplicativo de $(a \cdot b)$ es $(a^{-1} + b^{-1})$.

P2. Usando los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de los neutros e inversos aditivo y multiplicativo, demuestre las siguientes propiedades:

(a) $(\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad (a^2)^{-1} = (a^{-1})^2$.

(b) $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad (-a)b^{-1} = -(ab^{-1})$.

(c) $(\forall a, c \in \mathbb{R})(\forall b, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad a(b + d) = b(a + c) \implies ab^{-1} = cd^{-1}$.

P3. Usando sólo los axiomas de cuerpo de los reales y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que

$$[(a + b \neq 0) \wedge (ax + by = 0) \wedge (bx + ay = 0)] \implies (x + y = 0).$$

P4. Demuestre que $\forall x, y \in \mathbb{R}$ y $\forall w, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ se tiene que

$$(xw + yz)^2 = (x^2 + y^2)(w^2 + z^2) \implies (\exists \lambda \in \mathbb{R}) \quad x = \lambda w, y = \lambda z.$$