

Tarea 8

Entrega: Lunes 11 de junio previo al control 2

1. Considere una economía de Robinson Crusoe donde las preferencias del nico consumidor pueden ser representadas por la función de utilidad $u(C, L) = \ln(C) + L$ donde C es consumo y L es el tiempo dedicado al ocio (\ln denota el logaritmo natural). La única firma produce el bien de consumo de acuerdo a la función de producción $f(z) = \sqrt{z}$ donde z son las horas trabajadas. El consumidor tiene al vector $(0, T)$, con $T > 0$, como dotaciones iniciales de bien de consumo y tiempo respectivamente.
 - a. Calcule el EW de la economía. Discuta las propiedades de eficiencia del equilibrio.
 - b. Usando los teoremas de bienestar, muestre que el bienestar de equilibrio del consumidor es creciente en su dotación inicial de tiempo T (suponga, por ejemplo que se ha descubierto un nuevo método que permite que los habitantes de la isla duerman menos horas y dispongan de más tiempo para trabajar y disfrutar del ocio).
2. Considere una economía de Robinson Crusoe en el que el consumidor representativo tiene preferencias

$$u(c, l) = \frac{c^{1-\sigma} + l^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

onde c es el consumo de cocos y l es el número de horas que disfrute ocio, $\sigma \in]0, 1[$. Cada consumidor tiene al vector $(0, T)$, con $T > 0$, como dotaciones iniciales de bien de consumo y tiempo respectivamente. La única firma de la economía tiene una tecnología con retornos constantes a escala que le permite producir $f(x) = ax$ unidades de cocos, con x horas de trabajo, $a > 0$.

- a. Encuentre las asignaciones Pareto eficientes de la economía.
- b. Encuentre el EW de la economía.

Suponga ahora que el gobierno fija un impuesto t al consumo de cocos. Los ingresos recaudados τ son reembolsados a suma alzada al consumidor representativo (de modo que el consumidor representativo no toma en cuenta el efecto de sus decisiones sobre el reembolso). Más específicamente, el consumidor representativo paga un impuesto t por cada unidad de cocos y su restricción presupuestaria toma la forma

$$(1+t)c + wl = wT + \bar{\pi} + \tau,$$

donde w es el salario y $\bar{\pi}$ son las utilidades de la firma representativa.

- c. Defina formalmente el EW de la economía con impuestos.

- d. Muestre que el EW no es Pareto eficiente. Discuta.
3. Considere una economía con conjuntos de producción lineal. Hay dos agentes y cuatro bienes. Bienes 1 y 2 son de consumo, mientras que 3 y 4 son trabajo calificado y no calificado respectivamente. Las utilidades de los dos agentes son $u_i(c_1, c_2, c_3, c_4) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$. Las dotaciones son $e^1 = (0, 0, 1, 0)$ y $e^2 = (0, 0, 0, 2)$. Hay 4 actividades factibles que transforman trabajo en bienes:

$$a_1 = (1, 0, -3, 0), a_2 = (0.1, 1, -1, 0), a_3 = (1, 0, 0, -4), a_4 = (0, 1, 0, -2).$$

Existe una única firma cuyo conjunto de producción esta dado por

$$Y = \{y \in \mathbb{R}^L \mid y = \sum_{m=1}^4 a_m \gamma_m, \gamma \in \mathbb{R}_+^4\}.$$

- Muestre que en equilibrio, $p \cdot a_m \leq 0$ para todo m .
- Muestre que si las actividades 3 y 4 son usadas en equilibrio, entonces la actividad 1 no es usada ($\gamma_1 = 0$).
- Encuentre un EW en el que sólo las actividades 2,3 y 4 sean usadas.