Auxiliar 4

Organización Industrial – IN5402
Profesores: Ramiro De Elejalde, Ronald Fischer
Auxiliares: Pablo Cuéllar, Nicolás Inostroza, Pablo Lemus, Claudio Palominos
16 de abril de 2012

Problema 1:

Suponga que hay un continuo de empresarios, cada uno de ellos con una riqueza W, indexados por $i \in [0, 1]$. El empresario i decide si depositar su diner en el banco (a una tasa ρ) o si invertir en el proyecto i. Los proyectos requieren una inversión I. El banco presta dinero a una tasa r. Los agentes son neutrales al riesgo. Los proyectos tienen una probabilidad de éxito p_i, las que están distribuidas uniformemente entre 0 y 1. Cada empresario conoce su probabilidad de éxito, pero el banco sólo conoce la distribución de p_i. El empresario paga el préstamo sólo si el proyecto tiene éxito, ya que si no entra en bancarrota. Todos los proyectos tienen igual retorno esperado: $p_i R_i = p_j R_j = R \; \forall i, j$. Además, se cumple que $R \geq (1 + r)(I - W) \geq 0$.

1. Demuestre que la utilidad esperada del empresario es decreciente en p_i y concluya que el empresario sólo pide prestado (es decir, invierte) si $p_i \leq p^*$, donde p^* es tal que la utilidad esperada del empresario es $W(1 + \rho)$
2. Demuestre que la utilidad esperada del banco es $r(I - W)\frac{p^*}{2}$
3. Derive la utilidad esperada del banco con respecto a r e indique los dos efectos que se contraponen. Relacione uno de ellos a la selección adversa. Note que p^* depende de r.
4. Concluya por qué en los mercados financieros hay un exceso de demanda, es decir, por qué aunque haya gente dispuesta a pedir prestado a una tasa mayor que r, el banco no sube la tasa de interés y a esa gente no se le presta (racionamiento de crédito).

Solución

1. La utilidad esperada del empresario es

$$p_i \left(R_i - (1 + r)(I - W)\right) + (1 - p_i)(0) - W$$

$$= R - W - p_i(1 + r)(I - W) \geq W(1 + \rho)$$

o, equivalentemente,

$$p_i \leq \frac{R - W(2 + \rho)}{(1 + r)(I - W)} = p^*$$

2. Sabemos que la utilidad del banco está dada por $\int_0^1 pU_{banco}dp$

   Recordemos que sólo se consideran los escenarios en que los empresarios pagan al banco (casos de éxito); con probabilidad p se paga y con $(1-p)$ no se paga al banco. Además, el empresario sólo pedirá dinero al banco si su p_i es menor o igual a p^*. Entonces

$$\int_0^1 p \cdot U_b \cdot dp = \int_0^{p^*} p \cdot r \cdot (I-W) \cdot dp + \int_{p^*}^1 p \cdot 0 \cdot dp$$

$$= \frac{r(I-W)(p^*)^2}{2}$$

3. Reemplazando el valor de p^* se tiene que la utilidad esperada del banco es

$$\frac{r(I-W)}{2}\left(\frac{R-W(2-\rho)}{(1+r)(I-W)}\right)^2$$

   Con lo que hay dos efectos que cohabitan. Por un lado, al aumentar la tasa del préstamo se gana más dinero por cada préstamo (aumenta el numerador) pero, por otro lado, al aumentar la tasa de interés se aumenta el riesgo de la cartera de préstamos, dejando afuera a los menos riesgosos.

4. Si el banco sube la tasa de interés, sus clientes se vuelven más riesgosos, por lo que prefiere dejar la tasa de interés más baja y tener mejores clientes.

Problema 2:

Suponga que en el mercado de seguros, todos los potenciales compradores (aversos al riesgo y con función de utilidad U) tienen un ingreso $W_1 = W$ en caso de que no ocurra un accidente y un ingreso $W_2 = W - d$ en caso de que si ocurra un accidente. La probabilidad de accidente es p. En este problema se asumirá que el mercado de los seguros es competitivo, es decir, las firmas obtendrán utilidades nulas en equilibrio.

Un contrato de seguros consiste en un vector $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ tal que los ingresos de quien contrata son $W_1 = W - \alpha_1$ si no hay accidente y $W_2 = W - d + \alpha_2$ en caso de accidente (es decir, se paga una prima α_1 y en caso de accidente la compañía entrega una compensación de $\alpha_1 + \alpha_2$)

1. Suponga que p es conocido. Muestre que el seguro es tal que el ingreso del asegurado es el mismo en los casos en que el accidente ocurre y en que no.

2. Suponga que hay dos tipos de consumidores, con probabilidades $p^H > p^L$, que seleccionan un contrato. Muestre que en equilibrio, mientras los sujetos riesgosos aun cuentan con seguro completo, su existencia impone una externalidad negativa a los sujetos de bajo riesgo.

Solución

1. Al ser el mercado de los seguros competitivo, la aseguradora sólo ofrece contratos en que obtiene utilidad nula, es decir que se tiene la siguiente restricción $-\alpha_2 p + \alpha_1(1-p) = 0$. El asegurado elige el contrato que maximiza su utilidad. Es decir, el asegurado resuelve:

$$\max_{\alpha_1,\alpha_2} pU(W-d+\alpha_2) + (1-p)U(W-\alpha_1)$$

sujeto a:

$$-\alpha_2 p + \alpha_1(1-p) = 0$$

Por lo que $\alpha_1 = \frac{\alpha_2 p}{1-p}$ y la condición de primer orden es

$$pU'(W-d+\alpha_2) - p\frac{1-p}{1-p}U'(W-\alpha_1) = 0$$

de lo que resulta $U'(W_1) = U'(W_2)$ y dado que los compradores son aversos al riesgo, $U'' < 0$, luego U' es monótamente decreciente y la igualdad implica $W_1 = W_2$

2. En este caso, los contratos de seguros factibles son aquellos en que las aseguradoras tienen utilidades nulas y los contratos son compatibles en incentivos (es decir, cada tipo elige voluntariamente el contrato diseñado para él). Un par de contratos (α^L, α^H) es un equilibrio si es solución de

$$\max_{\alpha_1^L,\alpha_2^L} p^L U(W-d+\alpha_2^L) + (1-p^L)U(W-\alpha_1^L)$$

sujeto a:

$$-\alpha_2^L p^L + \alpha_1^L(1-p^L) = 0$$

$$p^L U(W-d+\alpha_2^L) + (1-p^L)U(W-\alpha_1^L) \geq p^L U(W-d+\alpha_2^H) + (1-p^L)U(W-\alpha_1^H)$$

y

$$\max_{\alpha_1^H,\alpha_2^H} p^H U(W-d+\alpha_2^H) + (1-p^H)U(W-\alpha_1^H)$$

sujeto a:

$$-\alpha_2^H p^H + \alpha_1^H(1-p^H) = 0$$

$$p^H U(W - d + \alpha_2^H) + (1 - p^H)U(W - \alpha_1^H) \geq p^H U(W - d + \alpha_2^L) + (1 - p^H)U(W - \alpha_1^L)$$

Ahora hay que analizar por casos: suponemos en principio que ninguna de las restricciones de compatibilidad de incentivos es activa, por lo tanto las omitimos. Se ve que la solución es la misma que en la parte 1, pero esa solución viola la compatibilidad de incentivos del tipo L. Si ambas restricciones de CI son activas, de ello se desprende que $p^H = p^L$, lo que contradice el enunciado. Por lo tanto, sólo una de las compatibilidades de incentivos es activa. Como en el primer caso, la condición que es violada es la de CI para el tipo L, es lógico analizar ese caso primero, demostrándose que es equilibrio. Por lo tanto, como la compatibilidad de incentivos para el tipo L es activa (e inactiva para el tipo H), aleja su contrato óptimo del obtenido en la parte 1, por lo que su utilidad debe disminuir con respecto al caso anterior, gracias a la existencia del tipo H.

Problema 3:

Suponga que la tintorería 0-Mancha desea comprar, a una empresa especialista, una máquina única en su tipo para lavar ropa. Si compra la máquina, la utilidad (sin considerar el costo de la máquina) de 0-Mancha $v = 2$. El costo de producirla depende de la inversión que haga la empresa vendedora, de manera que $c(I) = 1 - I^{\frac{1}{2}}$. Esta inversión no tiene ningún uso alternativo y está hundida, es decir, no se puede recuperar la inversión una vez hecha. Suponga que hacer la inversión vale I.

1. Suponga que en las renegociaciones los excedentes se dividen por la mitad. ¿A qué precio va a comprar la máquina 0-Mancha? ¿Cuánta inversión habrá? ¿Cuál será el costo para la empresa vendedora? ¿Cuál es la utilidad de 0-Mancha y de la empresa vendedora?

2. Suponga ahora que en vez de comprar la máquina, 0-Mancha se fusiona con la empresa que produce la máquina. ¿Cuánta inversión habrá en este caso? ¿Cuál es la utilidad de la empresa fusionada?

Solución

1. Si en la renegociaciones los excedentes se dividen en partes iguales, el excedente de cada uno de los agentes (empresa compradora y empresa vendedora) debe ser el mismo. La inversión fija no se considera, pues al momento de renegociar, esta inversión se considerará como un costo hundido, que la firma 0-Mancha no está dispuesta a compartir, luego se trata de un costo exclusivo de la firma vendedora. Entonces

$$v - p = p - c(I)$$

$$v - p = p - 1 + I^{\frac{1}{2}}$$

$$p = \frac{3 - I^{\frac{1}{2}}}{2}$$

Dado que este será el resultado en la última etapa del juego, en la etapa anterior, la firma vendedora de la máquina debe elegir una inversión I tal que maximice su utilidad, así, la empresa vendedora resuelve

$$\max_{I} \frac{3 - I^{\frac{1}{2}}}{2} - 1 + I^{\frac{1}{2}} - I$$

obteniendo

$$I = \frac{1}{16}$$

De aquí, se determina el precio $p = \frac{11}{8}$. Las utilidades de la empresa 0-Mancha y la empresa vendedora son, respectivamente

$$\Pi_{0-Mancha} = \frac{5}{8}$$

$$\Pi_{vendedora} = \frac{9}{16}$$

La suma de sus utilidades es

$$\Pi_{Total} = \frac{19}{16}$$

2. Si las empresas se fusionan, no existe el precio intermedio de la máquina y esta empresa fusionada maximiza su excedente total en un solo periodo y, por lo tanto, se internaliza la inversión. La empresa fusionada resuelve

$$\max_{I} v - c(I) - I$$

$$\max_{I} 2 - 1 + I^{\frac{1}{2}} - I$$

de donde se tiene que $I = \frac{1}{4}$, es decir que la inversión en cuatro veces más grande que en el caso anterior, debido a que no existe negociación y se internaliza el costo de invertir.

La utilidad total de la empresa fusionada es

$$\Pi_{Total} = \frac{5}{4}$$

es decir, el doble del excedente de la empresa 0-Mancha por si sola y más que el excedente total del caso en el que no hay integración. Por lo tanto, es eficiente fusionar estas empresas.