IN 5204 - Organización Industrial Repaso curso Estrategia y Teoría de Juegos

Ramiro de Elejalde (Slides de Ronald Fischer)

CEA, Universidad de Chile

Contenidos esta parte del curso

- Repaso riesgo moral
 - Definiciones
 - Repaso microeconomía
 - Problemas de financiamiento
 - Resultados en riesgo moral
- Repaso selección adversa
 - El problema de los limones
 - Un modelo de selección adversa
 - Seguros

• ¿Qué ocurre cuando dos partes en una relación tienen distinta información?

- ¿Qué ocurre cuando dos partes en una relación tienen distinta información?
- Ejemplos: Médico-paciente, patrón-empleado, empresa de seguros-comprador de seguros, Bancos-deudores, Comprador y vendedor de auto usado, Propietarios y managers, Regulador-empresa.

- ¿Qué ocurre cuando dos partes en una relación tienen distinta información?
- Ejemplos: Médico-paciente, patrón-empleado, empresa de seguros-comprador de seguros, Bancos-deudores, Comprador y vendedor de auto usado, Propietarios y managers, Regulador-empresa.
- Riesgo moral: Una parte no puede observar el comportamiento de la otra parte.

- ¿Qué ocurre cuando dos partes en una relación tienen distinta información?
- Ejemplos: Médico-paciente, patrón-empleado, empresa de seguros-comprador de seguros, Bancos-deudores, Comprador y vendedor de auto usado, Propietarios y managers, Regulador-empresa.
- Riesgo moral: Una parte no puede observar el comportamiento de la otra parte.
- Selección adversa: Una parte no conoce las características de la otra parte.

Intercambio bajo información perfecta

- 2 consumidores: $i \in \{1, 2\}$.
- 2 bienes con dotación x_1, x_2 .
- \bullet Preferencias: $v^i(w_1^i,w_2^i)$ con $v^i(.)$ estrictamente creciente en sus argumentos y cóncava.
- Problema:
 - El jugador 1 ofrece un contrato que establece una asignación de la dotación (w_1, w_2) al jugador 2.
 - 2 El jugador 2 puede aceptar el contrato o rechazar y obtener una utilidad alternativa (u_2) .
 - Supuesto implícito: El jugador 1 tiene todo el poder de negociación.

$$\max_{w_1,w_2} v^1(x_1 - w_1, x_2 - w_2)$$
 sujeto a $v^2(w_1, w_2) \ge u_2$

Solución:

$$TMS^{1} = \frac{\partial v^{1}/\partial w_{1}^{1}}{\partial v^{1}/\partial w_{2}^{1}} = \frac{\partial v^{2}/\partial w_{1}^{2}}{\partial v^{2}/\partial w_{2}^{2}} = TMS^{1} \mathbf{y} \ v^{2}(w_{1}, w_{2}) = \underline{u_{2}}$$

Intercambio bajo información perfecta

- Problema:
 - El jugador 1 ofrece un contrato que establece una asignación de la dotación (w_1, w_2) al jugador 2.
 - 2 El jugador 2 puede aceptar el contrato o rechazar y obtener una utilidad alternativa (u_2) .
 - Supuesto implícito: El jugador 1 tiene todo el poder de negociación.

$$\max_{w_1,w_2} v^1(x_1 - w_1, x_2 - w_2)$$
 sujeto a $v^2(w_1, w_2) \geq \underline{u_2}$

Solución:

$$TMS^1 = \frac{\partial v^1/\partial w_1^1}{\partial v^1/\partial w_2^1} = \frac{\partial v^2/\partial w_1^2}{\partial v^2/\partial w_2^2} = TMS^1 \text{ y } v^2(w_1,w_2) = \underline{u_2}$$

Eficiencia. Interpretación y gráfico.

Intercambio bajo incertidumbre

- Arrow(1964) y Debreu(1959): estados de la naturaleza y bienes contingentes al estado.
- Utilidad esperada de von Neumann-Morgensten.

$$v(w_1, w_2) = p_1 u(w_1) + p_2 u(w_2)$$

- Interpretación: utilidad ex-ante (v(.)) y utilidad ex-post (u(.)).
- Aversión al riesgo y concavidad de u(.)

$$u(p_1w_1 + (1 - p_1)w_2) \ge p_1u(w_1) + (1 - p_1)u(w_2)$$

Gráfico e intuición.

• Partes en la relación: agente y principal.

- Partes en la relación: agente y principal.
- Resultados del agente dependen de su esfuerzo y un factor aleatorio.

- Partes en la relación: agente y principal.
- Resultados del agente dependen de su esfuerzo y un factor aleatorio.
- $\Pr(x = x_i | e) = p_i(e), i = 1, ..., n$ es la probabilidad del resultado x_i cuando el esfuerzo es e.

- Partes en la relación: agente y principal.
- Resultados del agente dependen de su esfuerzo y un factor aleatorio.
- $\Pr(x = x_i | e) = p_i(e), i = 1, ..., n$ es la probabilidad del resultado x_i cuando el esfuerzo es e.
- $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ y que $p_i > 0, \forall i$.

• Utilidad del principal: $B(x-w), B' > 0, B'' \le 0$.

- Utilidad del principal: $B(x-w), B' > 0, B'' \le 0$.
- Utilidad del agente: U(w, e) = u(w) v(e), u', v' > 0, $u'' \le 0$, $v'' \ge 0$.

- Utilidad del principal: $B(x-w), B' > 0, B'' \le 0$.
- Utilidad del agente: U(w, e) = u(w) v(e), u', v' > 0, $u'' \le 0$, $v'' \ge 0$.
- En el caso simétrico, el esfuerzo (y los resultados) son verificables, y no solo observables.

- Utilidad del principal: $B(x-w), B' > 0, B'' \le 0$.
- Utilidad del agente: U(w, e) = u(w) v(e), u', v' > 0, $u'' \le 0$, $v'' \ge 0$.
- En el caso simétrico, el esfuerzo (y los resultados) son verificables, y no solo observables.
- Es posible contratar un nivel de esfuerzo.

El problema del principal

 El contrato del principal debe ser eficiente: debe maximizar su utilidad

$$\max_{\{e,(w(x_i))_{i=1}^n\}} \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i))$$

El problema del principal

 El contrato del principal debe ser eficiente: debe maximizar su utilidad entre aquellos que el agente está dispuesto a aceptar.

Repaso riesgo moral

$$\max_{\{e,(w(x_i))_{i=1}^n\}} \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i))$$

$$s.t. \sum p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) \ge \underline{U} \quad (RP)$$

Dado un nivel de esfuerzo óptimo e^o , los salarios óptimos $\{w_i^o(x_i)\}_{i=1}^n$ satisfacen K-T:

Dado un nivel de esfuerzo óptimo e^o , los salarios óptimos $\{w_i^o(x_i)\}_{i=1}^n$ satisfacen K-T:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w(x_i)}(w^0, e^0, \lambda^0) = -p_i(e^0)B'(x_i - w^0(x_i)) + \lambda^0 p_i(e^0)u'(w^0(x_i)) = 0$$

Dado un nivel de esfuerzo óptimo e^o , los salarios óptimos $\{w_i^o(x_i)\}_{i=1}^n$ satisfacen K-T:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w(x_i)}(w^0, e^0, \lambda^0) = -p_i(e^0)B'(x_i - w^0(x_i)) + \lambda^0 p_i(e^0)u'(w^0(x_i)) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^0 = \frac{B'(x_i - w^0(x_i))}{u'(w^0(x_i))}, \quad \forall i = 1 \dots, n.$$

Dado un nivel de esfuerzo óptimo e^o , los salarios óptimos $\{w_i^o(x_i)\}_{i=1}^n$ satisfacen K-T:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w(x_i)}(w^0, e^0, \lambda^0) = -p_i(e^0)B'(x_i - w^0(x_i)) + \lambda^0 p_i(e^0)u'(w^0(x_i)) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^0 = \frac{B'(x_i - w^0(x_i))}{u'(w^0(x_i))}, \quad \forall i = 1 \dots, n.$$

Como $\lambda^0 > 0$, se tiene que $\forall i$ la razón B'/u' es constante.

Gráficamente: 2 estados

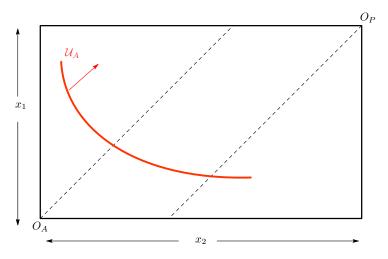


Figura: Agente-principal con información completa

Gráficamente: 2 estados

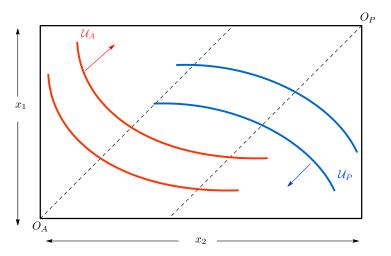


Figura: Agente-principal con información completa

Gráficamente: 2 estados

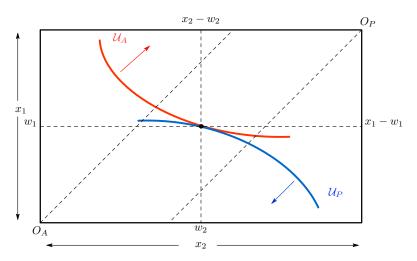


Figura: Agente-principal con información completa

• Si el principal es neutral al riesgo, $B' = cte \Rightarrow u'(w_i) = cte$ $\Rightarrow w_i = cte, \forall i.$ Es eficiente que el principal asuma todo el riesgo, i.e. salario fijo.

- Si el principal es neutral al riesgo, $B' = cte \Rightarrow u'(w_i) = cte \Rightarrow w_i = cte, \forall i.$
 - Es eficiente que el principal asuma todo el riesgo, i.e. salario fijo.
- Si el agente es neutral al riesgo, $u' = cte \Rightarrow B'(x_i w_i) = cte \Rightarrow x_i w_i = cte, \forall i$.
 - Es eficiente que el agente asuma todo el riesgo, i.e. franquicia.

- Si el principal es neutral al riesgo, $B' = cte \Rightarrow u'(w_i) = cte$ $\Rightarrow w_i = cte, \forall i.$
 - Es eficiente que el principal asuma todo el riesgo, i.e. salario fijo.
- Si el agente es neutral al riesgo, $u' = cte \Rightarrow B'(x_i w_i) = cte \Rightarrow x_i w_i = cte, \forall i$.
 - Es eficiente que el agente asuma todo el riesgo, i.e. franquicia.
- Si ambos son adversos al riesgo es eficiente que ambos asuman parte del riesgo.

• Si el principal es neutral al riesgo, $B' = cte \Rightarrow u'(w_i) = cte \Rightarrow w_i = cte, \forall i$.

Es eficiente que el principal asuma todo el riesgo, i.e. salario fijo.

- Si el agente es neutral al riesgo, $u' = cte \Rightarrow B'(x_i w_i) = cte \Rightarrow x_i w_i = cte, \forall i$.
 - Es eficiente que el agente asuma todo el riesgo, i.e. franquicia.
- Si ambos son adversos al riesgo es eficiente que ambos asuman parte del riesgo.

Derivando la expresión para λ^0 ,

$$(B''/B')\left[1 - \frac{dw^0}{dx_i}\right] + (u''/u')\frac{dw^0}{dx_i} = 0$$

$$\boxed{\frac{dw^0}{dx_i} = \frac{r_P}{r_P + r_A}}$$

Con $r_P \equiv -B''/B'$ y $r_A \equiv -u''/u'$.

• Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.

- Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.
- Si el salario es constante, agente no se esfuerza, e^{min} .

- Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.
- Si el salario es constante, agente no se esfuerza, e^{min} .
- El principal le paga w^{min} que satisface RP:

$$w^{min} = u^{-1}(\underline{U} + v(e^{min}))$$

- Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.
- Si el salario es constante, agente no se esfuerza, e^{min} .
- El principal le paga w^{min} que satisface RP:

$$w^{min} = u^{-1}(\underline{U} + v(e^{min}))$$

• Si se requiere más esfuerzo, salarios deben ser variables.

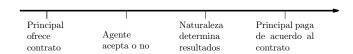
- Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.
- Si el salario es constante, agente no se esfuerza, e^{min} .
- El principal le paga w^{min} que satisface RP:

$$w^{min} = u^{-1}(\underline{U} + v(e^{min}))$$

- Si se requiere más esfuerzo, salarios deben ser variables.
- ¿Cómo combinar eficientemente incentivos al esfuerzo y costo debido al riesgo?

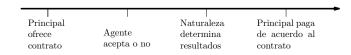
¿Cómo resolver el problema?

 Principal debe ofrecer un contrato tal que si el agente lo acepta, está en su interés esforzarse.



¿Cómo resolver el problema?

 Principal debe ofrecer un contrato tal que si el agente lo acepta, está en su interés esforzarse.



El esfuerzo debe cumplir compatibilidad de incentivos (CI):

$$e \in \arg \max_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} p_i(\hat{e}) u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\}$$

El contrato eficiente resuelve:

$$\max_{\{e,\{w(x_i)\}_{i=1}^n\}} \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i))$$

El contrato eficiente resuelve:

$$\operatorname{Max}_{\{e,\{w(x_i)\}_{i=1}^n\}} \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i))$$

$$s.t. \sum p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) \ge \underline{U} \quad (RP)$$

El contrato eficiente resuelve:

$$\max_{\{e, \{w(x_i)\}_{i=1}^n\}} \sum_{i=1}^n p_i(e)B(x_i - w(x_i))$$

$$s.t. \sum_{i=1}^n p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) \ge \underline{U} \quad (RP)$$

$$e \in \arg\max_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e})u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\} \quad (CI)$$

• Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.

- Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.
- Orden de resultados: $x_1 < x_2 < ... < x_n$

- \bullet Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.
- Orden de resultados: $x_1 < x_2 < ... < x_n$
- p_i^H : prob. resultado x_i con e^H .

- Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.
- Orden de resultados: $x_1 < x_2 < ... < x_n$
- p_i^H : prob. resultado x_i con e^H .
- Suponemos dominancia estocástica de 1^{er} orden:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^H < \sum_{i=1}^{k} p_i^L, \forall k = 1 \dots n-1$$

- Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.
- Orden de resultados: $x_1 < x_2 < ... < x_n$
- p_i^H : prob. resultado x_i con e^H .
- Suponemos dominancia estocástica de 1^{er} orden:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^H < \sum_{i=1}^{k} p_i^L, \forall k = 1 \dots n-1$$

• (CI) se transforma en:

$$\sum_{i=1}^{n} (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \ge v(e^H) - v(e^L)$$

- Suponemos $v(e^L) < v(e^H)$ y P es neutral al riesgo.
- Orden de resultados: $x_1 < x_2 < ... < x_n$
- p_i^H : prob. resultado x_i con e^H .
- Suponemos dominancia estocástica de 1^{er} orden:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^H < \sum_{i=1}^{k} p_i^L, \forall k = 1 \dots n-1$$

(CI) se transforma en:

$$\sum_{i=1}^{n} (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \ge v(e^H) - v(e^L)$$

• Suponemos que el principal demanda e^H .

El problema con un principal neutral al riesgo

$$\max_{\{w(x_i)\}} \sum_{1}^{n} p_i^H (x_i - w(x_i))$$

El problema con un principal neutral al riesgo

$$\max_{\{w(x_i)\}} \sum_{1}^{n} p_i^H (x_i - w(x_i))$$

$$s.t. \sum_{1}^{n} p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \ge \underline{U} \quad (RP)$$

El problema con un principal neutral al riesgo

$$\max_{\{w(x_i)\}} \sum_{1}^{N} p_i^H (x_i - w(x_i))$$

$$s.t. \sum_{1}^{n} p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \ge \underline{U} \quad (RP)$$

$$\sum_{1}^{n} (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \ge v(e^H) - v(e^L) \quad (CI)$$

Derivando el lagrangiano:

$$-p_{i}^{H} + \lambda p_{i}^{H} u'(w(x_{i})) + \mu \left(p_{i}^{H} - p_{i}^{L}\right) u'(w(x_{i})) = 0$$

Derivando el lagrangiano:

$$-p_{i}^{H} + \lambda p_{i}^{H} u'(w(x_{i})) + \mu \left(p_{i}^{H} - p_{i}^{L}\right) u'(w(x_{i})) = 0$$

Que se puede reescribir

$$\boxed{\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right]}$$

Derivando el lagrangiano:

$$-p_{i}^{H} + \lambda p_{i}^{H} u'(w(x_{i})) + \mu \left(p_{i}^{H} - p_{i}^{L}\right) u'(w(x_{i})) = 0$$

Que se puede reescribir

$$\boxed{\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right]}$$

 $\Rightarrow \mu > 0, \lambda > 0$: ambas restricciones son activas.

Derivando el lagrangiano:

$$-p_i^H + \lambda p_i^H u'(w(x_i)) + \mu (p_i^H - p_i^L) u'(w(x_i)) = 0$$

Que se puede reescribir

$$\boxed{\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right]}$$

 $\Rightarrow \mu > 0, \lambda > 0$: ambas restricciones son activas.

La razón de verosimilitud p_i^L/p_i^H indica la precisión que un resultado x_i señala que el esfuerzo fue e^H .

Si p_i^L/p_i^H es decreciente en i, mejores resultados \Rightarrow mejores salarios.

Comentarios

- Problema de riesgo moral:
 - P debe buscar un equilibrio entre los beneficios de asegurar a A y proveer los incentivos correctos.
 - Para diseñar el mejor contrato, P utiliza toda la información verificable: los resultados.
 - El beneficio de utilizar los resultados en el contrato es la información que provee sobre el esfuerzo realizado por A.
 - P puede preferir no dar incentivos y obtener un esfuerzo mínimo de A.
 - Asimetría de información y eficiencia.

Comentarios

- Problema de riesgo moral:
 - P debe buscar un equilibrio entre los beneficios de asegurar a A y proveer los incentivos correctos.
 - Para diseñar el mejor contrato, P utiliza toda la información verificable: los resultados.
 - El beneficio de utilizar los resultados en el contrato es la información que provee sobre el esfuerzo realizado por A.
 - P puede preferir no dar incentivos y obtener un esfuerzo mínimo de A.
 - Saimetría de información y eficiencia.
- Extensiones
 - Valor de la información: Múltiples agentes y actividades de control.
 - Castigos severos y señales perfectas.

Un ejemplo (Holmstrom-Milgrom, 1987)

$$x = e + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

Principal elige contratos lineales (supuesto): w(x) = a + bx.

Principal neutral al riesgo:

$$B(w - x) = w - x$$

Utilidad del agente: CARA

$$u(w,e) = -e^{-r[w-v(e)]} = -e^{-r(w-e^2/2)}.$$

donde
$$r=-rac{\partial^2 u/\partial w^2}{\partial u/\partial w}$$
 y salario alternativo $\underline{w}=0$

Problema del principal

$$\begin{aligned} & \underset{\{a,b,e\}}{\operatorname{Max}} \, \mathbb{E}[x-w(x)] \\ & s.a. \, \, \mathbb{E}[u(w(x),e)] \geq u(\underline{w},0) \\ & e \in \arg\max_{\hat{e}} \mathbb{E}[u(w(x),\hat{e})] \end{aligned}$$

Compatibilidad de Incentivos

$$\begin{split} \mathbb{E}[u(w(x),e)] &= \mathbb{E}[-e^{-r(w(x)-e^2/2)}] \\ &= \mathbb{E}[-e^{-r(a+b\,x-e^2/2)}] \\ &= \mathbb{E}[-e^{-r(a+b\,e+b\,\varepsilon-e^2/2)}] \\ &= -e^{-r(a+b\,e-e^2/2)}\,\mathbb{E}[e^{-rb\,\varepsilon}] \\ &= -e^{-r(a+b\,e-e^2/2)}e^{r^2b^2\sigma^2/2} \\ \text{usando } \mathbb{E}[e^{k\varepsilon}] &= e^{k^2\sigma^2/2}\,\text{para }\varepsilon \sim N(0,\sigma^2) \\ &= -e^{-r(a+b\,e-e^2/2-rb^2\sigma^2/2)} \end{split}$$

Reescribimos la CI como

$$\begin{split} e &\in \arg \max_{\hat{e}} \, a + b \, \hat{e} - \hat{e}^2/2 - r b^2 \sigma^2/2 \\ \Rightarrow &e = b \, \mathbf{y} \, w^e = a + \frac{b^2}{2} (1 - r \sigma^2) \geq \underline{w} \end{split}$$

Utilidad del Principal

$$\mathbb{E}[x - w(x)] = \mathbb{E}[x - (a + bx)]$$
$$= \mathbb{E}[(1 - b)x - a]$$
$$= (1 - b)e - a$$

Problema del principal

$$\begin{aligned} & \underset{\{a,b,e\}}{\operatorname{Max}} \, \mathbb{E}[x-w(x)] \\ & s.a. \, \, \mathbb{E}[u(w(x),e)] \geq u(\underline{w},0) \\ & e \in \arg\max_{\hat{e}} \mathbb{E}[u(w(x),\hat{e})] \end{aligned}$$

Cont...

El problema del principal es:

$$\max_{\{a,b,e\}} (1-b)e - a$$

$$s.a. \ e = b$$

$$a + \frac{b^2}{2}(1-r\sigma^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \max_b (1-b)b + \frac{b^2}{2}(1-r\sigma^2) \Rightarrow b^* = \frac{1}{1+r\sigma^2}$$

Cont...

El problema del principal es:

$$\max_{\{a,b,e\}} (1-b)e - a$$

$$s.a. \ e = b$$

$$a + \frac{b^2}{2}(1-r\sigma^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \max_b (1-b)b + \frac{b^2}{2}(1-r\sigma^2) \Rightarrow b^* = \frac{1}{1+r\sigma^2}$$

Si σ^2 aumenta, b cae, así como el esfuerzo.

Si r sube (mayor adversión al riesgo), sucede lo mismo.

Objetivos múltiples

Suponemos múltiples objetivos: calidad y cantidad.

Vector de esfuerzo $e = (e_1, e_2)$.

Desutilidad es v(e) = e'Ve/2 con

$$V = \begin{pmatrix} 1 & V_{12} \\ V_{12} & 1 \end{pmatrix}.$$

y $1 - V_{12}^2 > 0$ (convexidad).

Vector de resultados: $x_j = e_j + \epsilon_j$, $(\epsilon_1, \epsilon_2) \sim NM(0, \Sigma)$, con

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

Utilidad A: $u(w, e) = -\exp[-r(w - v(e))]$

Utilidad P: $B(x, w) = x_1 + x_2 - w$

Contratos lineales: $w(x_1, x_2) = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$

Cont...

Su suponemos que las señales son independientes $\sigma_{12}=0$ se obtiene (si los esfuerzos son sustitutos imperfectos):

$$b_1^* = \frac{1 + r\sigma_2^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$
$$b_2^* = \frac{1 + r\sigma_1^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$

En el caso de tareas independientes $V_{12}=0$ y estamos en el modelo anterior.

En el caso particular que la segunda señal no es informativa $\sigma_2^2=\infty$:

$$b_1^* = \frac{1 - V_{12}}{1 + r\sigma_1^2 (1 - V_{12}^2)}$$
$$b_2^* = 0.$$

Cont...

En el caso particular que la segunda señal no es informativa $\sigma_2^2 = \infty$:

$$b_1^* = \frac{1 - V_{12}}{1 + r\sigma_1^2 (1 - V_{12}^2)}$$
$$b_2^* = 0.$$

- **1** Tareas son complementarias $V_{12} < 0$: b_1 es mayor.
- 2 Tareas son sustitutas $V_{12} > 0$: b_1 es menor.
- **3** Tareas son sustitutas perfectas $V_{12} = 1$: $b_1 = 0$. P no ofrece incentivos al esfuerzo!

Problemas del análisis

- El problema de los objetivos múltiples: distintos costos.
- El problema de objetivos múltiples y distinta observabilidad:
 - Colegios: Simce versus otras variables de calidad.
 - Pago por atención en hospitales.
 - Bancos y ejecutivos de crédito (Barings).
- Motivaciones no pecuniarias del agente.

El problema de los préstamos

Empresarios pueden elegir entre proyectos de inversión a y b.

Requieren crédito de monto I, y deben devolver R. Resultados de los proyectos:

$$\bar{x}_p = \begin{cases} x_i > 0 & \text{con probabilidad } p_i \\ 0 & \text{con probabilidad} 1 - p_i \end{cases}$$

Proyecto *a* tiene mayor v.e., pero retorna menos al empresario:

$$p_a x_a > p_b x_b > I, \ x_b > x_a, \ 1 > p_a > p_b > 0$$

Si el proyecto fracasa, la firma quiebra y no paga el préstamo.

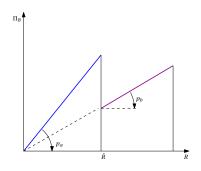
El conflicto principal-agente

- El banco siempre prefiere proyecto a porque su retorno es $\Pi_B^i(R,I) = p_i R I$.
- El empresario recibe un retorno es $U_i(R, I) = p_i(x_i R)$.
- Hay un conflicto (empresario prefiere b) cuando

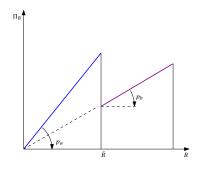
$$p_b(x_b - R) > p_a(x_a - R) \Leftrightarrow R \ge \frac{p_a x_a - p_b x_b}{p_a - p_b}$$

• Si \bar{R} es el límite, entonces el banco recibe:

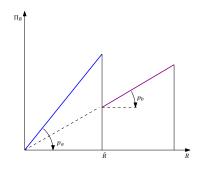
$$\Pi_B^i = \begin{cases} p_a R - I & \text{si } 0 \leq R \leq \bar{R} \\ p_b R - I & \text{si } \bar{R} < R \leq x_b \end{cases}$$



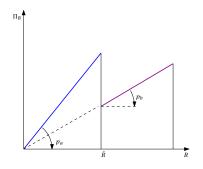
• Con información verificable, banco exige $R=x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).



- Con información verificable, banco exige $R=x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:

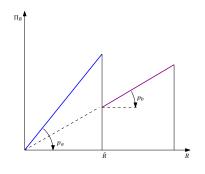


- Con información verificable. banco exige $R = x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:
 - Si $p_a R > p_b x_b$, banco exige $R = \bar{R}$.



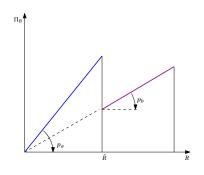
- Con información verificable. banco exige $R = x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:
 - Si $p_a R > p_b x_b$, banco exige $R = \bar{R}$.
 - Si $p_a \bar{R} < p_b x_b$, banco exige $R = x_b$.

El problema del banco monopólico



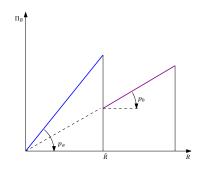
- Con información verificable, banco exige $R=x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:
 - Si $p_a \bar{R} > p_b x_b$, banco exige $R = \bar{R}$.
 - Si $p_a \bar{R} < p_b x_b$, banco exige $R = x_b$.
- En el primer caso, empresarios reciben renta.

El problema del banco monopólico



- Con información verificable, banco exige $R=x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:
 - Si $p_a \bar{R} > p_b x_b$, banco exige $R = \bar{R}$.
 - Si $p_a \bar{R} < p_b x_b$, banco exige $R = x_b$.
- En el primer caso, empresarios reciben renta.
- ⇒ Todas las firmas desean un crédito.

El problema del banco monopólico



- Con información verificable. banco exige $R = x_a$ siempre (sin racionamiento de crédito).
- Si no es verificable:
 - Si $p_a \bar{R} > p_b x_b$, banco exige $R = \bar{R}$.
 - Si $p_a \bar{R} < p_b x_b$, banco exige $R = x_b$.
- En el primer caso, empresarios reciben renta.
- ⇒ Todas las firmas desean un crédito.
- Si NI > L, ¡Racionamiento de crédito!

Resultados en riesgo moral

- El esfuerzo requiere incentivos.
- Si hay más de una variable importante, el esfuerzo se concentra en la más fácilmente observable:
 - Conocimientos versus valores en la escuela.
 - 2 Cantidad versus calidad de la investigación.
- A veces, el costo de los incentivos es demasiado elevado o no se puede observar el efecto de las acciones sobre el resultado: no se dan incentivos.

Problemas de selección adversa: introducción

Estos problemas ocurren cuando el principal no conoce el tipo del agente.

Problemas de selección adversa: introducción

Estos problemas ocurren cuando el principal no conoce el tipo del agente.

Ejemplo

Una persona que se acerca a una Isapre conoce mejor que ésta si tiene algún problema serio de salud.

Problemas de selección adversa: introducción

Estos problemas ocurren cuando el principal no conoce el tipo del agente.

Ejemplo

Una persona que se acerca a una Isapre conoce mejor que ésta si tiene algún problema serio de salud.

La asimetría en la información produce ineficiencia en los mercados.

El mercado de los vehículos usados

- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.

- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.
- Vendedores conocen la calidad k de su auto.

- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.
- Vendedores conocen la calidad k de su auto.
- Utilidad comprador: $U^c = p_1 k$, utilidad vendedor: $U^v = p_0 k$, con $p_1 = 3p_0/2$.

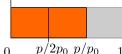
- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.
- Vendedores conocen la calidad k de su auto.
- Utilidad comprador: $U^c = p_1 k$, utilidad vendedor: $U^v = p_0 k$, con $p_1 = 3p_0/2$.
- Compradores neutrales al riesgo, maximizan utilidad esperada.

- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.
- Vendedores conocen la calidad k de su auto.
- Utilidad comprador: $U^c = p_1 k$, utilidad vendedor: $U^v = p_0 k$, con $p_1 = 3p_0/2$.
- Compradores neutrales al riesgo, maximizan utilidad esperada.
- Con información simétrica, $p \in [p_0K, 3p_0k/2]$

• Supongamos que el precio de mercado es p.

- Supongamos que el precio de mercado es p.
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0k < p$.

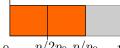
- Supongamos que el precio de mercado es p.
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0k < p$.



Calidad esperada es $\bar{k} = p/(2p_0)$:



- Supongamos que el precio de mercado es p.
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0k < p$.



- Calidad esperada es $\bar{k}=p/(2p_0)$: 0 $p/2p_0$ p/p_0 1
- Comprador recibe $U = p_1 \bar{k} = p_1 p/(2p_0) < p$.

- Supongamos que el precio de mercado es p.
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0k < p$.



- Calidad esperada es $\bar{k}=p/(2p_0)$: 0 $p/2p_0$ p/p_0
- Comprador recibe $U = p_1 \bar{k} = p_1 p/(2p_0) < p$.
- Comprador solo compra al precio p = 0, es decir un limón.

- Supongamos que el precio de mercado es p.
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0k < p$.



- Calidad esperada es $\bar{k}=p/(2p_0)$: 0 $p/2p_0 \ p/p_0$
- Comprador recibe $U = p_1 \bar{k} = p_1 p/(2p_0) < p$.
- Comprador solo compra al precio p = 0, es decir un limón.
- ¡Mercado desaparece!

 No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).

- No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).
- Por lo tanto, no diseñan planes para enfermedades catastróficas, ya que los más interesados en afiliarse a ellos serían los más enfermos.

- No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).
- Por lo tanto, no diseñan planes para enfermedades catastróficas, ya que los más interesados en afiliarse a ellos serían los más enfermos.
- Como no pueden usar el estado de salud como filtro, prefieren no hacer esos planes.

- No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).
- Por lo tanto, no diseñan planes para enfermedades catastróficas, ya que los más interesados en afiliarse a ellos serían los más enfermos.
- Como no pueden usar el estado de salud como filtro, prefieren no hacer esos planes.
- Solo pueden hacer estos planes si se coordinan y es obligatorio afiliarse.

- No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).
 Por lo tanto, no diseñan planes para enfermedades catastróficas,
- ya que los más interesados en afiliarse a ellos serían los más enfermos.
- Como no pueden usar el estado de salud como filtro, prefieren no hacer esos planes.
- Solo pueden hacer estos planes si se coordinan y es obligatorio afiliarse.
- Si no, tienen incentivos a robarse los clientes más sanos: descremar.

• Un principal que desea contratar un agente y puede verificar su esfuerzo *e*.

- Un principal que desea contratar un agente y puede verificar su esfuerzo e.
- Un esfuerzo e da un beneficio $\Pi(e) = \sum_{1}^{n} p_{i}(e)x_{i}$ al principal, con $\Pi' > 0$, $\Pi'' < 0$.

- Un principal que desea contratar un agente y puede verificar su esfuerzo e.
- Un esfuerzo e da un beneficio $\Pi(e) = \sum_{1}^{n} p_{i}(e)x_{i}$ al principal, con $\Pi' > 0$, $\Pi'' < 0$.
- Agente puede ser de dos tipos, indistinguibles al principal.

- Un principal que desea contratar un agente y puede verificar su esfuerzo e.
- Un esfuerzo e da un beneficio $\Pi(e) = \sum_{1}^{n} p_{i}(e)x_{i}$ al principal, con $\Pi' > 0$, $\Pi'' < 0$.
- Agente puede ser de dos tipos, indistinguibles al principal.
- La diferencia es la desutilidad del esfuerzo (tipo 2 es flojo).

- Un principal que desea contratar un agente y puede verificar su esfuerzo e.
- Un esfuerzo e da un beneficio $\Pi(e) = \sum_{1}^{n} p_{i}(e)x_{i}$ al principal, con $\Pi' > 0$, $\Pi'' < 0$.
- Agente puede ser de dos tipos, indistinguibles al principal.
- La diferencia es la desutilidad del esfuerzo (tipo 2 es flojo).
- Utilidades de los agentes:

$$U^{1}(w,e) = u(w) - v(e), \ U^{2}(w,e) = u(w) - kv(e), \ k > 1.$$





Si no existieran problemas de información el problema es:

$$\begin{aligned} & \underset{\{e,w\}}{\text{Max}} \Pi(e) - w \\ & s.t. \quad u(w) - v(e) \ge \underline{U} \end{aligned}$$



Si no existieran problemas de información el problema es:

$$\begin{aligned} & \underset{\{e,w\}}{\text{Max}} \Pi(e) - w \\ & s.t. \quad u(w) - v(e) \ge \underline{U} \end{aligned}$$

Con contrato óptimo para 1:

$$u(w^{1*}) - v(e^{1*}) = \underline{U}, \quad \Pi'(e^{1*}) = v'(e^{1*})/u'(w^{1*}).$$



Si no existieran problemas de información el problema es:

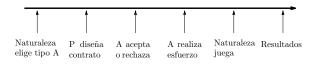
$$\begin{aligned} & \underset{\{e,w\}}{\text{Max}} \Pi(e) - w \\ & s.t. \quad u(w) - v(e) \geq \underline{U} \end{aligned}$$

Con contrato óptimo para 1:

$$u(w^{1*}) - v(e^{1*}) = \underline{U}, \text{ y } \Pi'(e^{1*}) = v'(e^{1*})/u'(w^{1*}).$$

Con contrato óptimo para 2:

$$u(w^{2*}) - k v(e^{2*}) = \underline{U}, y \Pi'(e^{2*}) = k v'(e^{2*}) / u'(w^{2*}).$$



Si no existieran problemas de información el problema es:

$$\begin{aligned} & \underset{\{e,w\}}{\text{Max}} \Pi(e) - w \\ & s.t. \quad u(w) - v(e) \geq \underline{U} \end{aligned}$$

Con contrato óptimo para 1:

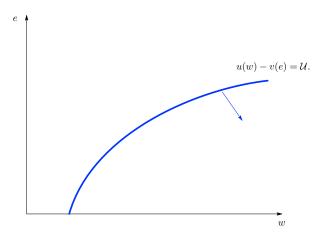
$$u(w^{1*}) - v(e^{1*}) = \underline{U}, \text{ y } \Pi'(e^{1*}) = v'(e^{1*})/u'(w^{1*}).$$

Con contrato óptimo para 2:

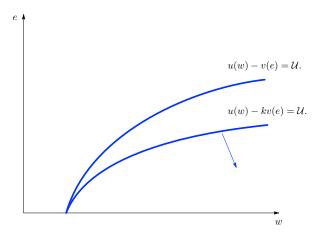
$$u(w^{2*}) - k v(e^{2*}) = \dot{\underline{U}}, y \Pi'(e^{2*}) = k v'(e^{2*})/u'(w^{2*}).$$

Contratos: $e^{1*} > e^{2*}$ y $w^{1*} \leq w^{2*}$

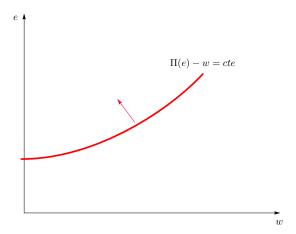
Equilibrio con info. simétrica en forma gráfica



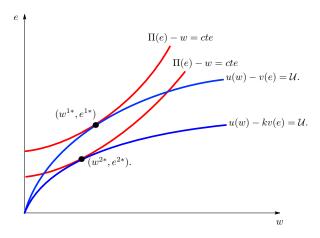
Equilibrio con info. simétrica en forma gráfica



Equilibrio con info. simétrica en forma gráfica



Equilibrio con info. simétrica en forma gráfica



ullet En la solución simétrica, ambos agentes reciben \underline{U} .

- ullet En la solución simétrica, ambos agentes reciben \underline{U} .
- Bajo información asimétrica, al tipo 1 le conviene hacerse pasar por tipo 2.

- ullet En la solución simétrica, ambos agentes reciben $\underline{U}.$
- Bajo información asimétrica, al tipo 1 le conviene hacerse pasar por tipo 2.
- Es vital para el principal que el tipo 1 no se haga pasar por el tipo
 2.

- ullet En la solución simétrica, ambos agentes reciben \underline{U} .
- Bajo información asimétrica, al tipo 1 le conviene hacerse pasar por tipo 2.
- Es vital para el principal que el tipo 1 no se haga pasar por el tipo
 2.
- Esto requiere la condición (CI):

$$u(w^1) - v(e^1) \ge u(w^2) - v(e^2)$$

La formulación del problema con información asimétrica

$$\begin{split} \underset{\{(e^1,w^1),(e^2,w^2)\}}{\operatorname{Max}} q \left[\Pi(e^1) - w^1 \right] + (1-q) \left[\Pi(e^2) - w^2 \right] \\ s.t. \quad u(w^1) - v(e^1) &\geq \underline{U} \quad (RP_1) \\ u(w^2) - kv(e^2) &\geq \underline{U} \quad (RP_2) \\ u(w^1) - v(e^1) &\geq u(w^2) - v(e^2) \quad (CI_1) \\ u(w^2) - kv(e^2) &\geq u(w^1) - kv(e^1) \quad (CI_2) \end{split}$$

La formulación del problema con información asimétrica

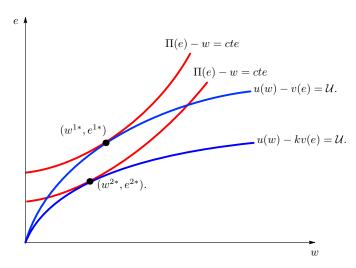
$$\operatorname{Max}_{\{(e^{1},w^{1}),(e^{2},w^{2})\}} q \left[\Pi(e^{1}) - w^{1} \right] + (1 - q) \left[\Pi(e^{2}) - w^{2} \right]
s.t. \quad u(w^{1}) - v(e^{1}) \ge \underline{U} \quad (RP_{1})
 u(w^{2}) - kv(e^{2}) \ge \underline{U} \quad (RP_{2})
 u(w^{1}) - v(e^{1}) \ge u(w^{2}) - v(e^{2}) \quad (CI_{1})
 u(w^{2}) - kv(e^{2}) \ge u(w^{1}) - kv(e^{1}) \quad (CI_{2})$$

Notas: i) RP_1 es redundante. ii) $e^1 \ge e^2$ (usando CI_1 y CI_2).

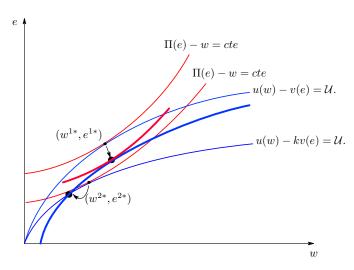
Contratos óptimos

$$\begin{split} u(w^{1*})-v(e^{1*})&=\underline{U}+(k-1)v(e^{2*}) \text{ Renta informacional para 1}\\ u(w^{2*})-k\,v(e^{2*})&=\underline{U}\\ &\Pi'(e^{1*})&=\frac{v'(e^{1*})}{u'(w^{1*})} \text{ Asignación eficiente para 1}\\ &\Pi'(e^{2*})&=\frac{k\,v'(e^{2*})}{u'(w^{2*})}+\frac{q(k-1)}{1-q}\,\frac{v'(e^{2*})}{u'(w^{2*})}\\ &\text{ Distorsión en la asignación de 2 (disminuye }e^2\text{ y }w^2) \end{split}$$

La solución en forma gráfica



La solución en forma gráfica



• Al agente de tipo 1 obtiene una renta informacional, pero el tipo 2 recibe U.

- Al agente de tipo 1 obtiene una renta informacional, pero el tipo 2 recibe U.
- El agente tipo 1 está en un punto eficiente, pero el del tipo 2 está distorsionado.

- \bullet Al agente de tipo 1 obtiene una renta informacional, pero el tipo 2 recibe U.
- El agente tipo 1 está en un punto eficiente, pero el del tipo 2 está distorsionado.
- Mientras menos tipo 2 haya, más distorsionado su contrato, menos renta al tipo 1.

- \bullet Al agente de tipo 1 obtiene una renta informacional, pero el tipo 2 recibe U.
- El agente tipo 1 está en un punto eficiente, pero el del tipo 2 está distorsionado.
- Mientras menos tipo 2 haya, más distorsionado su contrato, menos renta al tipo 1.
- Si hay muy pocos tipo 2, el principal puede preferir ofrecer un solo contrato, que el tipo 2 no acepta y que al tipo 1 le extrae su renta.

Aplicación: El mercado de seguros (Einav y Finkelstein 2011)

Agentes con distinta prob. siniestro, conocida solo por ellos.

Agentes con mayor riesgo dispuestos a pagar más.

Curva de costo marginal es decreciente

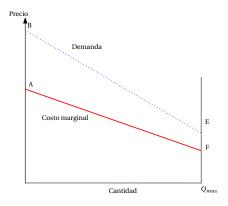


Figura: Demanda y costo por seguros

Aplicación: El mercado de seguros (Einav y Finkelstein 2011)

Agentes con distinta prob. siniestro, conocida solo por ellos.

Agentes con mayor riesgo dispuestos a pagar más.

Curva de costo marginal es decreciente.

Equilibrio ineficiente por selección adversa.

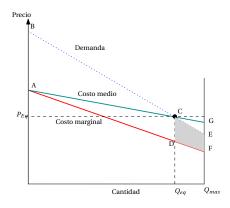


Figura: Equilibrio en mercado de seguros

Pero la selección adversa no siempre da resultados ineficientes

En la figura, el equilibrio es eficiente

Ocurre si las diferencias de riesgo no son muchas entre individuos o si son muy adversos al riesgo.

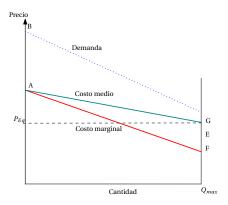


Figura: Equilibrio eficiente con selección adversa

Selección adversa y desaparición del mercado

En la figura, no hay equilibrio.

El mercado de seguros desaparece.

Ocurre, por ejemplo, si empresas ajustan el precio del seguro al costo promedio del período anterior.

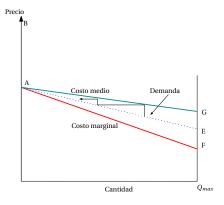


Figura: Mercado desaparece con selección adversa

Politicas para aumentar la eficiencia en el mercado de seguros

- Obligación de contratar seguro.√
- Subsidio a la contratación del seguro.√
- Uniformidad de precios en variables observables (género, edad) puede tener efectos positivos o negativos sobre la cobertura.

Seguros y selección adversa

Muchas compañías de seguro competitivas.

Agentes con probabilidad de accidente π_1 y π_2 con $\pi_1 < \pi_2$.

Agentes con riqueza W, con accidente, W-L.

Agentes adversos al riesgo, firmas neutrales al riesgo (LGN).

Precio del seguro: p, si se paga pz, se recibe z en caso de siniestro.

Problema del agente

Agente tipo i:

$$\max_{z} \pi^{i} u(W - L - pz + z) + (1 - \pi^{i}) u(W - pz))$$

CPO respecto a z:

$$\frac{u'(W - L - pz^{i} + z^{i})}{u'(W - pz^{i})} = \frac{(1 - \pi^{i})p}{\pi^{i}(1 - p)}$$

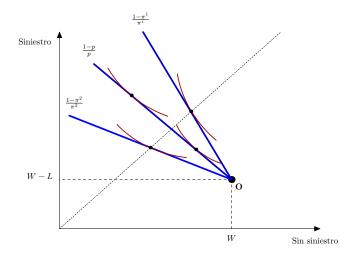
Información simétrica: Si $p^i=\pi^i$ cada agente se asegura completamente.

Selección adversa:

$$\pi^1 < \pi^2 \Rightarrow \frac{1 - \pi^1}{\pi^1} > \frac{1 - \pi^2}{\pi^2} \Rightarrow z^1 < z^2$$

Si $\pi^1 , agente 1 se subasegura y agente 2 se sobreasegura. <math>\Rightarrow$ Aseguradora obtiene pérdidas \Rightarrow Fija $p=\pi^2$ y asegura solamente a los agentes de mayor riesgo.

Gráficamente



Cont ...

- Para la empresa, es más caro ofrecer seguro a agentes con menos accidentes.
- Si pudiera distinguirlos, ofrecería seguro que elimina riesgo a cada uno.
- Si ofrece dos precios, los de alto riesgo se hacen pasar por bajo riesgo.
- Si ofrece un precio, hay sobreaseguramiento de agentes de alto riesgo y subaseguramiento de agentes de bajo riesgo.

Seguros con cobertura y precios

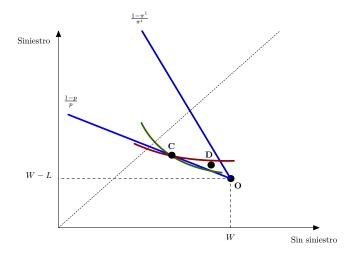
A menudo, seguros ofrecen paquetes de cobertura y precios (p, z).

Firmas en competencia ofrecen dos tipos de contratos: Pooling (igual para todos) y Separantes (uno para cada tipo).

Contratos pooling

- Contratos de tipo pooling no son viables: Enfrentan el problema del descreme de clientes.
- ② Competencia implica utilidades nulas: precio $\rho = q\pi^1 + (1-q)\pi^2$
- § En la figura, el contrato ${\bf D}$ descrema a los agentes tipo 1 del contrato ${\bf C} \Rightarrow$ incompatible con competencia.

Descreme de clientes en seguros de tipo Pooling



Contratos separantes

El seguro separante debe satisfacer:

- A cada agente se le cobra de acuerdo al riesgo

 → utilidades nulas.
- ② Agentes de tipo 2 no quieren hacerse pasar por tipo 1. CI_2 está activa: Si no lo está la competencia podría ofrecer un contrato mejor a los agentes 1 y obtener utilidades.
- Agentes tipo 2 tienen seguro completo.
- Agentes tipo 1 con seguro parcial.

Pero es posible que no exista un equilibrio (cuando agentes de tipo 2 son muchos, una aseguradora puede ofrecer un contrato pooling y obtener beneficios positivos).

En tal caso, sólo seguro para tipo 2 de agentes.

Equilibrio separante en seguros

