

IN 5204 - Organización Industrial

Repaso curso Estrategia y Teoría de Juegos

Ramiro de Elejalde
(Slides de Ronald Fischer)

CEA, Universidad de Chile

¡Bienvenidos!

- Me llamo Ramiro de Elejalde
- Este es IN5204, viene después del nuevo curso de Teoría de los juegos y estrategias.
- Primeras clases son nuevas, repasan parte del curso anterior con casos.
- Este curso cubre:
 - Comportamiento de mercados con competencia imperfecta.
 - Políticas regulatorias y antimonopolios.
- Evaluación del curso:
 - 4 controles 80 % y examen 20 %.
 - Examen reemplaza al peor control (solamente a uno).

Objetivos del curso

- 1 El objetivo principal es ayudarlos a entender la economía en el mundo que los rodea.
- 2 Cuando sean ejecutivos, o trabajen en el Estado, y enfrenten problemas económicos, no confundan temas accesorios con temas fundamentales.
- 3 No todas las preguntas económicas tienen respuestas precisas, pero el curso les dará herramientas útiles para entenderlas.

Información útil

- Mi oficina es la 401 del DII.
- Mis horas de oficina son MA, 15:00–16:00
- Lecturas están en u-cursos.
- Hay apuntes para el curso en u-cursos.
- Los 2 primeros capítulos de los apuntes son útiles para repasar (o aprender si no se hizo el curso de teoría de juegos y estrategia).
- Las lecturas obligatorias son controladas (y pueden variar).
- Las lecturas opcionales se preguntan en pruebas por puntaje extra. También pueden cambiar.
- Cuatro controles, sin CTP's.

Contenidos esta parte del curso

1 Presentación

2 Repaso teoría de juegos

- Conceptos y definiciones
- Equilibrio en estrategias estrictamente dominantes (D)
- Eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas (EIED)
- Equilibrio de Nash (N)
- Estrategias mixtas

Teoría de juegos: Forma normal

Definición

Un juego en forma normal esta formado por:

- 1 *Jugadores racionales*
 $i \in 1, \dots, n.$
- 2 *Estrategias $s_i \in S_i$ de cada jugador. $s \equiv (s_i)_{i=1}^n \in S = \prod_{i=1}^n S_i$ es una combinación de estrategias.*
- 3 *Pagos $u_i(s)$ a cada jugador.*

		Jugador 2	
		L	M
Jugador 1	T	2, 2	2, 0
	B	3, 0	0, 9

Equilibrio en estrategias estrictamente dominantes

Definición

Una estrategia s_i del jugador i es **estrictamente dominante** si para todo $s'_i \neq s_i$:

$$u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}), \forall s_{-i}.$$

Definición

Una **combinación de estrategias** $s^* \equiv (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias estrictamente dominantes** si cada s_i^* es estrictamente dominante.

Ejemplo (Dilema del prisionero)

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>C</i>	<i>NC</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>C</i>	-9, -9	0, -10
	<i>NC</i>	-10, 0	-1, -1

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>C</i>	<i>NC</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>C</i>	-9, -9	0, -10
	<i>NC</i>	-10, 0	-1, -1

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>C</i>	<i>NC</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>C</i>	-9, -9	0, -10
	<i>NC</i>	-10, 0	-1, -1

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>C</i>	<i>NC</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>C</i>	-9, -9	0, -10
	<i>NC</i>	-10, 0	-1, -1

Equilibrio en estrategias estrictamente dominantes

- Motivación: Jugadores racionales no juegan estrategias estrictamente dominadas.
- Ventajas
 - 1 Es robusto, el jugador no necesita saber que el rival es racional ni los pagos del rival.
 - 2 Es único (si existe).
- Desventajas
 - 1 No siempre existe.

Ejemplo (Batalla del Mar de Bismarck)

► Ir a Batalla del Mar de Bismarck

		<i>Imamura</i>	
		<i>Norte</i>	<i>Sur</i>
<i>Kenney</i>	<i>Norte</i>	2, -3/2	2, -2
	<i>Sur</i>	1, -1	3, -3

Eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas (EIED)

Definición

Una estrategia s'_i del jugador i es **estrictamente dominada** por s_i si:

$$u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}), \forall s_{-i}.$$

Definición

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas

- 1 Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas del jugador 1.
- 2 En el nuevo juego, se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas del jugador 2.
- 3 Así hasta que no se pueda continuar.

Ejemplo

Ejemplo (Batalla del Mar de Bismark)

		<i>Imamura</i>	
		<i>Norte</i>	<i>Sur</i>
<i>Kenney</i>	<i>Norte</i>	2, -3/2	2, -2
	<i>Sur</i>	1, -1	3, -3

		<i>Imamura</i>	
		<i>Norte</i>	
<i>Kenney</i>	<i>Norte</i>	2, -3/2	
	<i>Sur</i>	1, -1	

		<i>Imamura</i>	
		<i>Norte</i>	
<i>Kenney</i>	<i>Norte</i>	2, -3/2	

Eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas (EIED)

- Motivación

- Jugadores racionales no juegan estrategias estrictamente dominadas.
- Supuesto de *common knowledge*: Imamura es racional, Kenney sabe que Imamura es racional, Imamura sabe que Kenney sabe que Imamura es racional, ...

- Ventajas

- Si D existe, entonces $D = \text{EIED}$.

- Desventajas

- No siempre existe.

Ejemplo (Batalla de los sexos)

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>The Artist</i>	<i>John Carter</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>The Artist</i>	2, 1	0, 0
	<i>John Carter</i>	0, 0	1, 2

Equilibrio de Nash (N)

Definición

Una estrategia s_i^* del jugador i es **mejor respuesta** a s_{-i} si:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \quad \forall s_i.$$

Definición

Una **combinación de estrategias** $s^* \equiv (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio de Nash** si cada jugador juega una estrategia que es mejor respuesta, es decir:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*), \quad \forall s_i.$$

Ejemplo

Ejemplo (Batalla de los sexos)

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>The Artist</i>	<i>John Carter</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>The Artist</i>	2, 1	0, 0
	<i>John Carter</i>	0, 0	1, 2

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>The Artist</i>	<i>John Carter</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>The Artist</i>	2, 1	0, 0
	<i>John Carter</i>	0, 0	1, 2

		<i>Jugador 2</i>	
		<i>The Artist</i>	<i>John Carter</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>The Artist</i>	2, 1	0, 0
	<i>John Carter</i>	0, 0	1, 2

Ejemplo

Ejemplo

		<i>Jugador 2</i>		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>T</i>	0, 4	4, 0	5, 3
	<i>M</i>	4, 0	0, 4	5, 3
	<i>B</i>	3, 5	3, 5	6, 6

		<i>Jugador 2</i>		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>T</i>	0, 4	4 , 0	5, 3
	<i>M</i>	4 , 0	0, 4	5, 3
	<i>B</i>	3, 5	3, 5	6 , 6

		<i>Jugador 2</i>		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
<i>Jugador 1</i>	<i>T</i>	0, 4	4 , 0	5, 3
	<i>M</i>	4 , 0	0, 4	5, 3
	<i>B</i>	3, 5	3, 5	6 , 6

Equilibrio de Nash (N)

- Motivación

- 1 No hay arrepentimiento: ex-post los jugadores no pueden estar mejor jugando una estrategia distinta.
- 2 Conjeturas sobre las estrategias del rival son correctas.
- 3 Self-enforcing agreement.

- Ventajas

- 1 Si D existe, entonces $D \subseteq N$.

- Desventajas

- 1 Equilibrios múltiples
- 2 Existencia: No siempre existe en estrategias puras, pero si en estrategias mixtas.

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

El problema de los comunes

Ejemplo (Colaboración)

- *n vecinos*
- *desean mejorar la plaza*
- *Si cada uno contribuye con $v_j, j = 1 \dots n$, beneficio es $\sum_{i=1} \ln v_i - v_j$.*
- *Como comparan la solución óptima con la solución real, no-cooperativa?*

Estudio: La pesca del jurel



Características de la industria

- El jurel es una especie demersal. [▶ Ir a Distr. Jurel](#)
- Parte de la zona de captura de jureles adultos ocurre en la Zona Económica Exclusiva (ZEE). [▶ Jurel y ZEE](#)
- Industriales capturan tanto en la ZEE como fuera de ella. [▶ Ir a Captura Industrial](#)
- La captura del jurel se ha reducido notablemente. [▶ Ir a Captura Hist.](#)
- Industriales chilenos acusan a la pesca internacional en aguas fuera de la Zona Económica Exclusiva. [▶ Ir a Captura Extranjeros.](#)
- Además, hay una lucha interna entre industriales y (semi-)industriales —supuestamente artesanales— por la división de la cuota. [▶ Capturas "Artesanales"—Industriales.](#)
- No se capturan las cuotas (al menos industriales). [▶ Capturas y cuotas](#)

Modelamiento pesquería jurel

- Ecuación de stock de pesca.

$$z_{t+1} = f(z_t), f' > 0, f'' < 0$$

- Estado estacionario biológico: $z = f(z)$ ▶ Jurel estado natural
- Ecuación de stock con pesca q : $z_{t+1} = f(z_t) - q$
- El máximo en estado estacionario se obtiene al resolver $\text{Max}_z q = f(z) - z \Rightarrow f'(z) = 1$. ▶ Jurel con pesca eficiente

Ejemplo

Si $f(z) = z^\beta$, $0 < \beta < 1$, entonces $z^* = \beta^{\frac{1}{1-\beta}}$ ▶ Stock y captura eficiente

Modelo estático del jurel con costos de extracción

- q_i : Esfuerzo de captura de agente $i = 1 \dots n$. $Q = \sum q_i$
- Costo marginal constante de extracción c por unidad de esfuerzo.
- Función de captura agregada $H(Q)$, cóncava, con máximo interno.
- Precios del jurel normalizados a 1.
- Retorno promedio $\phi(Q) = H(Q)/Q$ decreciente.
- La utilidad que recibe el agente i es $\pi_i(q_i, q_{-i}) = q_i(\phi(Q) - c)$.
- Bienestar total: $\sum \pi_i(q_i, q_{-i}) = Q(\phi(Q) - c) = H(Q) - cQ$

Cont...

Maximizando el bienestar total:

$$\text{Max}_Q H(Q) - cQ \Rightarrow H'(Q) = c \iff \phi(Q) + Q\phi'(Q) = c$$

Costo marginal igual al beneficio marginal.

Libre entrada: empresas entran hasta que

$$0 = \pi_i(q, (n-1)q) = q \underbrace{(\phi(Q) - c)}_{(=0)}$$

Costo marginal igual al beneficio medio.

Situación en la industria pre-1981(?), $Q^{LE} > Q^*$. ► Jurel costos pesca

Control de acceso

- Solo n participantes.
- Cada empresa maximiza q_i considerando q_{-i} fijo.
- Equilibrio de Nash: Para todo i :

$$0 = \frac{\partial}{\partial q_i} \pi_i(q_i^N, q_{-i}^N) \implies \phi(Q^N) + q_i^N \phi'(Q^N) = c.$$

- Simetría: $\phi(Q^N) + \frac{Q^N}{n} \phi'(Q^N) = c$.
- Si $n = 1 \Rightarrow Q^*$. Si $n = \infty \Rightarrow Q_{LE}$.
- Si $1 < n < \infty$, $Q^* < Q^N < Q_{LE}$.

La carrera olímpica

- El problema de la captura excesiva se resuelve con una cuota global.
- ¿Resuelve esto todos los problemas?
- Empresas compiten por la cuota: sobreinvierten, pescan rápido, sin uso el resto del año.
- **Solución:** Cuotas individuales de pesca.
- ¿Deberían ser gratis o licitadas?

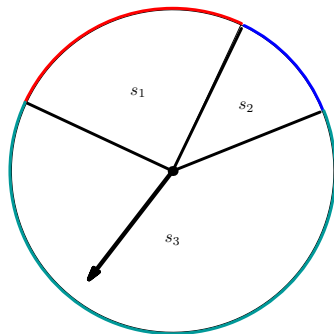
Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta** $\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

Notación:

$$\sigma \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n).$$



Equilibrio de Nash en Estrategias mixtas

Definición

El **pago** para el jugador i de la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

Definición

Una estrategia σ_i del jugador i es **mejor respuesta** a σ_{-i} si

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \quad \forall \sigma'_i.$$

Definición

Un **equilibrio de Nash** es una combinación de estrategias

$\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$ tal que

$$U_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*), \quad \forall i, \quad \forall \sigma_i$$

Ejemplo

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

Definición

Una **estrategia mixta** $\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

- Estrategias mixtas

$$s_1 = (h, t)$$

$$\sigma_1 = (p, 1 - p) \quad p \in [0, 1]$$

$$s_2 = (H, T)$$

$$\sigma_2 = (q, 1 - q) \quad q \in [0, 1]$$

Ejemplo

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

Definición

El **pago** para el jugador i de la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

- Pagos

$$\begin{aligned} U_1((p, 1-p), (q, 1-q)) &= pq u_1(h, H) + p(1-q) u_1(h, T) \\ &\quad + (1-p)q u_1(t, H) + (1-p)(1-q) u_1(t, T) \end{aligned}$$

Ejemplo

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

Definición

El **pago** para el jugador i de la combinación de estrategias σ es:

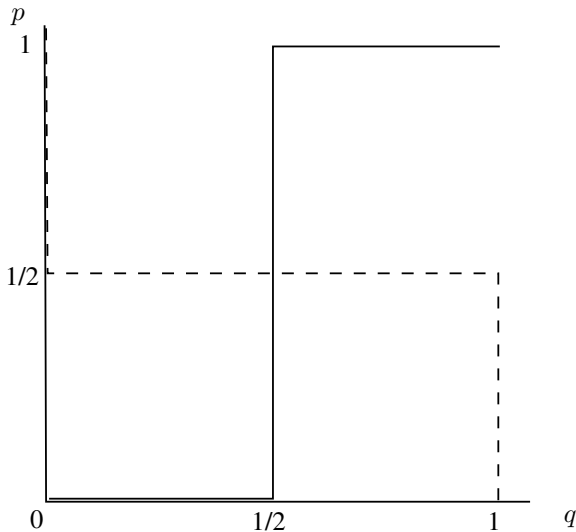
$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

- Pagos

$$U_1((p, 1-p), (q, 1-q)) = p(2q-1) + (1-p)(1-2q)$$

$$U_2((p, 1-p), (q, 1-q)) = q(1-2p) + (1-q)(2p-1)$$

Ejemplo: Matching pennies



Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

$$U_1(h, (q, 1 - q)) = U_1(t, (q, 1 - q))$$

$$2q - 1 = 1 - 2q \Rightarrow q^N = 1/2$$

Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

$$U_2((p, 1-p), H) = U_2((p, 1-p), T)$$

$$1 - 2p = 2p - 1 \Rightarrow p^N = 1/2$$

Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Ejemplo (Matching pennies)

		Jugador 2	
		H	T
Jugador 1	h	1, -1	-1, 1
	t	-1, 1	1, -1

$$\begin{aligned}\sigma^N &= (\sigma_1^N, \sigma_2^N) = ((p^N, (1 - p^N)), (q^N, (1 - q^N))) \\ &= ((1/2, 1/2), (1/2, 1/2))\end{aligned}$$

Un resultado importante

Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^ es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .*

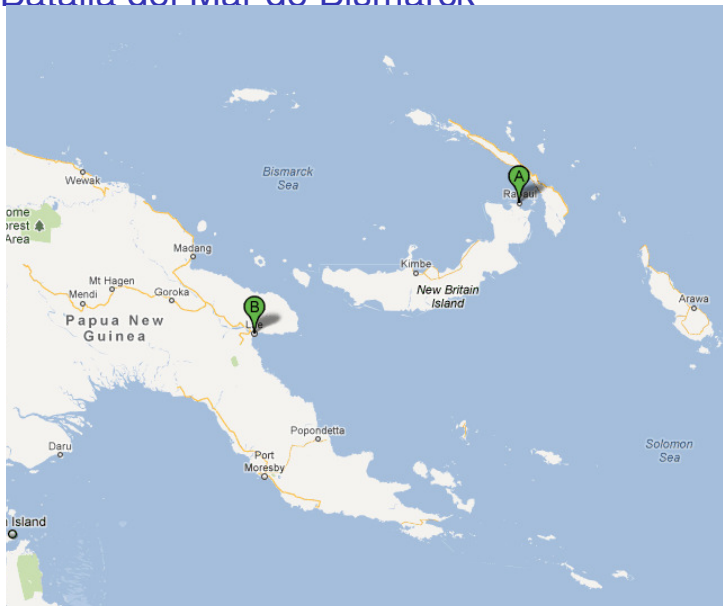
• Demostración (sketch)

- ① $\Rightarrow$: Por contradicción. Supongamos que $\sigma_i^*(s_i^j) > 0$ pero s_i^j no es mejor respuesta a σ_{-i}^* . Entonces podemos poner más peso en una estrategia que es mejor respuesta y aumentar el pago esperado. Esto contradice que $\sigma_i^*(s_i^j) > 0$ sea parte de un equilibrio de Nash.
- ② $\Leftarrow$: Por contradicción. Formamos una estrategia σ_i^* con pesos positivos en estrategias que son mejor respuesta a σ_{-i}^* . Supongamos que σ_i^* no es parte de un equilibrio de Nash. Pero esto no es posible porque estamos tomando un promedio ponderado de lo mejor que podemos hacer frente a σ_{-i}^* .

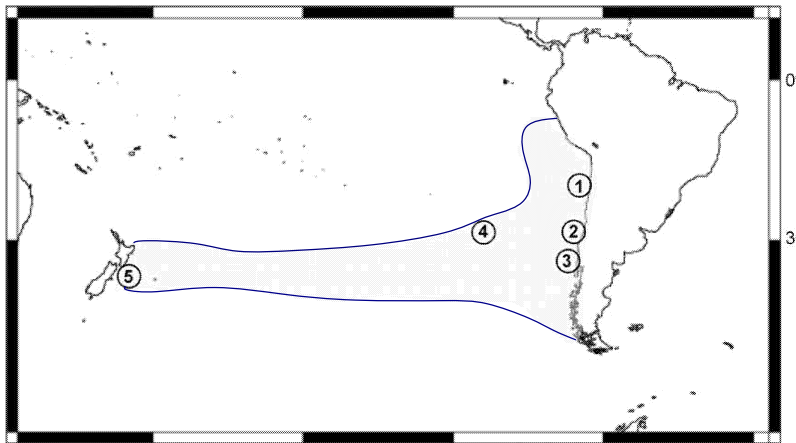
Interpretación de estrategias mixtas

- 1 Jugadores juegan en forma aleatoria.
Ejemplos: Penales, Piedra-Papel-Tijera.
- 2 Conjeturas sobre las acciones de los otros jugadores (que hacen al jugador indiferente entre jugar distintas estrategias puras).
Ejemplo: Batalla de los sexos.
- 3 Proporción de jugadores que elige una estrategia pura.
Ejemplo: Auditar declaraciones de impuestos, control de equipaje en los aeropuertos.

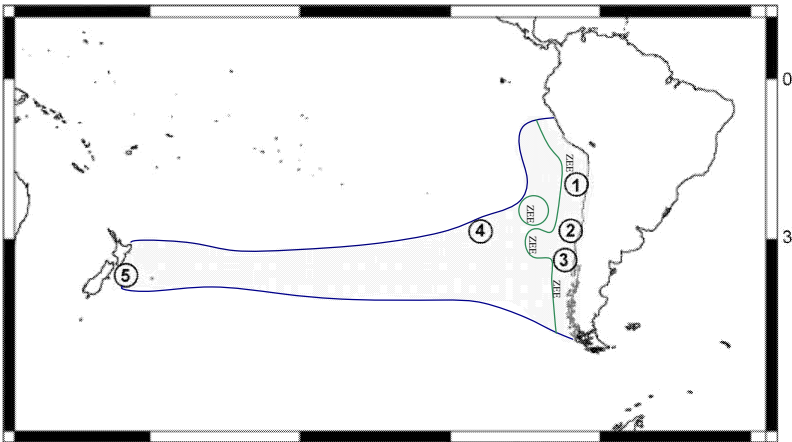
Batalla del Mar de Bismarck

[◀ Volver](#)

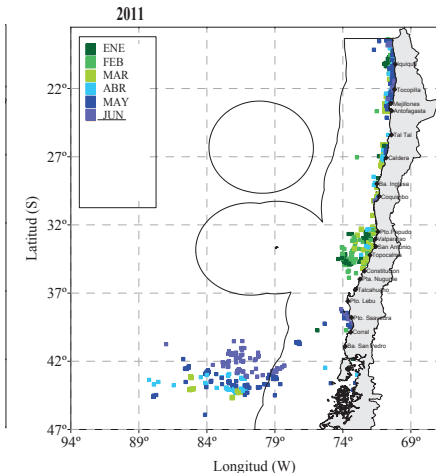
Area del jurel

[◀ Volver](#)

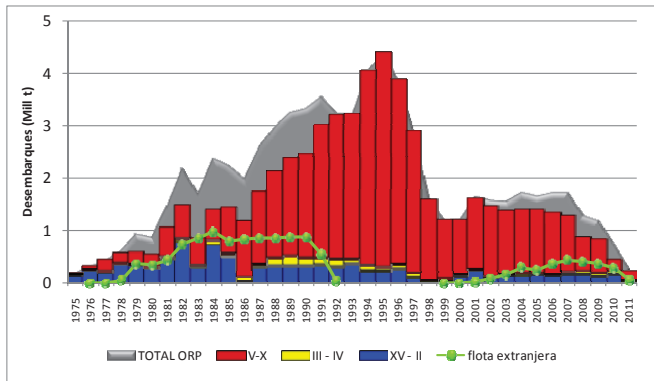
Area del jurel y ZEE

[◀ Volver](#)[◀ Volver](#)

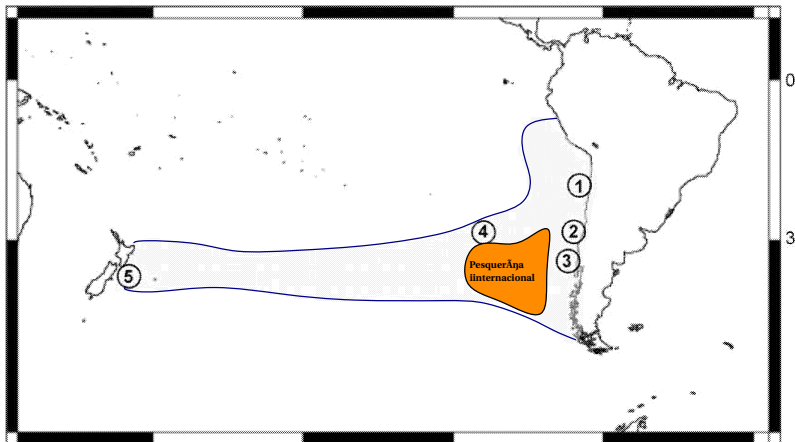
Capturas industriales (Enero–Junio 2011)

[◀ Volver](#)


Capturas históricas

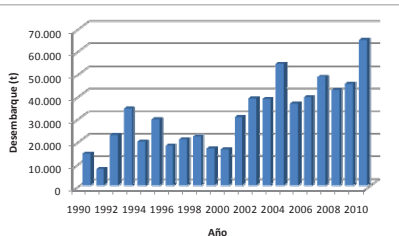
[◀ Volver](#)


Zona de captura extranjeros

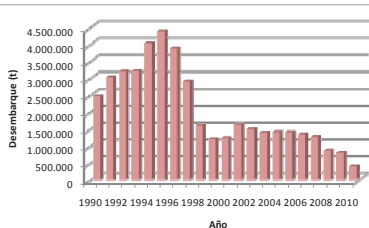
[◀ Volver](#)

Industriales y “artesanales”

A



B

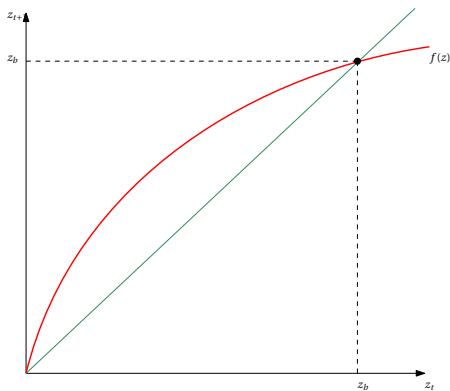

[◀ Volver](#)

Capturas y cuotas

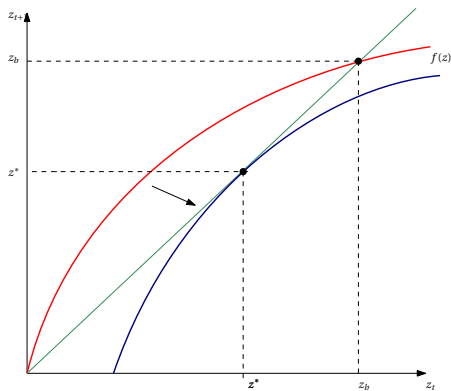
		2005	2006	2007	2008	2009	2010
Desembarque (toneladas)	Industrial	1.393.890	1.330.906	1.254.448	853.668	789.845	385.160
	Artisanal	36.544	39.356	48.336	42.440	45.082	64.840
	TOTAL	1.430.434	1.370.262	1.302.784	896.108	834.927	450.000
Cuota (toneladas)	Industrial	1.338.859	1.263.500	1.444.000	1.474.400	1.263.500	1.173.250
	Artisanal	70.466	66.500	76.000	77.600	66.500	61.750
	TOTAL(*)	1.483.500	1.400.000	1.600.000	1.600.000	1.400.000	1.300.000

[◀ Volver](#)

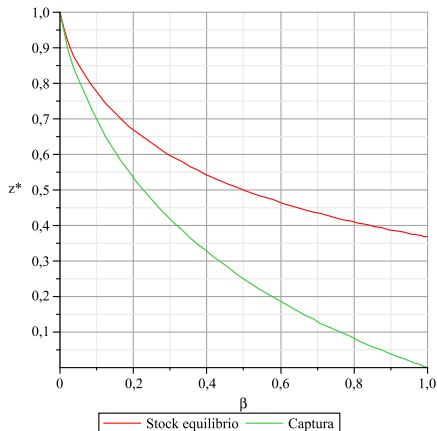
Equilibrio biológico natural sin pesca

[◀ Volver](#)

Equilibrio eficiente con pesca

[◀ Volver](#)

Ejemplo captura eficiente de jurel

[◀ Volver](#)

Modelo con costos de captura

[◀ Volver](#)