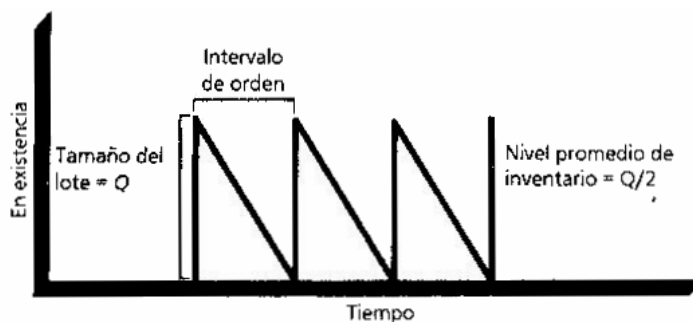


IN4703 – Gestión de Operaciones I

Auxiliar 6: Inventarios

Modelos:

1.- Demanda Determinística:



Q*: tamaño de la orden
D: demanda anual
T: largo del ciclo
S: costo fijo por orden
C: costo del producto
I: tasa anual de costo de inventario
(interés + almacenamiento)

- Costo por período:

$$F = S + \frac{1}{2}ICQT$$

- Costo anual:

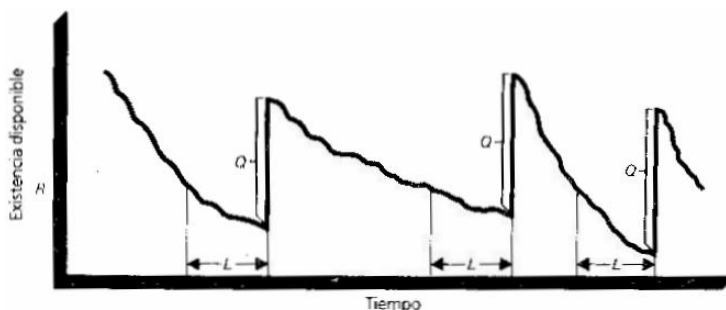
$$TC = F \frac{1}{T} = F \frac{D}{Q} = S \frac{D}{Q} + \frac{1}{2}ICQ$$

- Q óptimo (Q*):

$$\frac{\partial(TC)}{\partial Q} = -\frac{SD}{Q^2} + \frac{IC}{2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}}$$

2.- Demanda Aleatoria:

A) Sistema de Revisión Continua (Q):



Q: tamaño de la orden (se usa Q* por ser robusto)
R: punto de reorden
L: tiempo de entrega
m: demanda media
s: inventario de seguridad
Nivel de servicio: probabilidad de servir toda la demanda

Punto de reorden:

σ : desviación standard en tiempo de orden.

z : factor de seguridad.

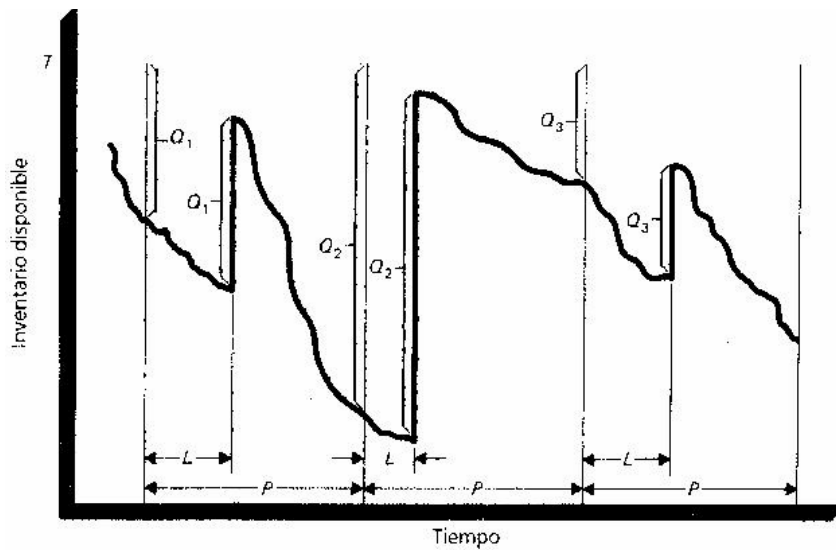
$z=1.0$ Nivel de Servicio 84.1%

$z=2.0$ Nivel de Servicio 97.7%

$z=3.0$ Nivel de Servicio 99.9%

$$R = m + s = m + \sigma \cdot z$$

B) Sistema de Revisión Periódica (P)



P: tiempo entre pedidos.

T: inventario meta u objetivo, debe cubrir hasta que llegue el siguiente pedido

m' : demanda promedio P + L

s' : inventario de seguridad en P + L

■ Cálculo de P usando Q^* (Q óptimo):

$$P = \frac{Q^*}{D} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{2DS}{IC}} = \sqrt{\frac{2S}{ICD}}$$

■ Cálculo de T:

z : factor de seguridad.

σ' : desviación standard en P + L.

$$T = m' + s' = m' + z\sigma'$$

Pregunta 1

Considere los inventarios de revisión continua y revisión periódica.

(i) ¿Cuál de ellos tiene mayor nivel de inventario medio? Justifique.

(ii) Si el tiempo de despacho (L) disminuye a la mitad ¿en cuál de los dos sistemas el inventario disminuye más? Justifique.

Pregunta 2

Una Multitienda ha comenzado a comercializar un nuevo dispositivo de alta tecnología que ha causado furor entre los jóvenes universitarios, por lo que se ha abastecido con Q_0 unidades como su inventario inicial. Como el producto es nuevo, el pronóstico de la demanda es una normal de parámetros μ y σ^2 con alta volatilidad. Considere que el costo fijo de ordenar un lote es de \$C y que el tiempo promedio que tarda en llegar es L.

1. Mencione y explique las razones de por qué es conveniente mantener un inventario para este producto en particular.
2. Mencione y explique los costos asociados a mantener un inventario de este producto en bodega.
3. ¿Qué sistema de revisión de inventario usaría y por qué?
4. Utilizando la siguiente información, estime el stock de seguridad, punto de reorden y tamaño de lote a pedir si la Multitienda utiliza un sistema de revisión continuo.

Tabla 1. Ventas mensuales del último año.

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Venta	254	210	150	187	155	145	179	200	244	232	279	267

Tabla 2. Información sobre el producto

Demanda	Normal(μ, σ^2)
Costo de pedido	\$1.500
Tiempo de entrega	15 días
Costo unitario	\$250
Costo de mantención	14%
Nivel de servicio requerido	95%

¿Cómo cambiarían sus resultados si se ahora se requiere un nivel de servicio del 97,7%?

Pregunta 3

Considere una empresa que debe manejar el inventario de un solo producto. En una primera instancia va a considerar una demanda determinística para calcular sus pedidos. Se sabe que la demanda anual D es de 10.000 unidades, el costo por pedido S es de \$2.000, el costo unitario del producto C es de \$200 y el costo anual por unidad en bodega I es del 20 %.

1. Calcule el tamaño de la orden y la frecuencia de pedidos al año.

Datos:

$D = 10000$ unidades (demanda anual)

$S = \$2000$ (costo fijo por orden)

$C = \$200$ (costo unitario del producto)

$I = 0.2$ (costo anual inventario)

2. Se da cuenta que se equivocó en el costo anual I , costo anual por unidad en bodega, el cual resulta ser del 30% en vez del 20%. Considerando que Q^* lo calculó en la parte anterior con $I = 0.2$, ¿cómo calcula el mayor costo de inventario debido a ese error?

3. Para este mismo problema, resulta que se da cuenta de que la demanda es aleatoria y que usted tiene datos de las demandas por semana de todo un año. La función de probabilidades de demanda se asemeja a una normal y la empresa se maneja con revisión continua. ¿Cómo define el punto de reorden y el stock de seguridad si el tiempo de entrega es 2 semanas y desea una calidad de servicio del 95 %? Sólo indique cómo lo hace, no haga cálculos.

Pregunta 4

Considere un almacén regional que compra herramientas normales a varios proveedores, y los distribuye a vendedores al detalle en la región. El almacén trabaja 5 días a la semana y 52 semanas al año. Tome en cuenta los siguientes datos para serruchos:

- Demanda diaria = 100 [serruchos].
- Desviación estándar de la demanda diaria = 30 [serruchos].
- Tiempo de entrega = 3 [días].
- Costo de manejo de inventario = \$9,40[unidad/año].
- Costo de hacer el pedido = \$ 35 por pedido

El almacén trabaja con nivel de servicio de 92% (lo que equivale a $Z = 1,40$).

1. Calcule el costo anual del inventario para un sistema de revisión continua.

2. Calcule el costo anual de inventario para un sistema de revisión periódica.

3. Suponga que el almacén implementó el sistema de revisión continua. Ahora puede contratar un sistema de despacho expreso, el cual demoraría 2 días en lugar de los 3 días actuales en entregar los pedidos, pero tendría un recargo. Calcule el máximo recargo por cada viaje, de modo que el nuevo servicio expreso sea conveniente para el almacén. Haga y explicita los supuestos que estime necesarios y razonables. Justifique.

Solución

P1)

(i) El inventario medio se define como la suma del inventario promedio más el inventario de seguridad. Un sistema de revisión periódica debe tener un inventario de seguridad capaz de cubrir un período de tiempo $P+L$, donde P es el periodo de revisión del inventario y L es el tiempo de entrega del proveedor. En cambio un sistema de revisión continua solo debe tener un inventario de seguridad capaz de cubrir un periodo del largo del tiempo de entrega L .

(ii) El tiempo de despacho corresponde al tiempo de entrega del proveedor, por lo que si se disminuye a la mitad tendrá un mayor efecto en un sistema de revisión continua, ya que es el único factor a considerar al momento de estimar el nivel de inventario. En cambio para la misma disminución en el tiempo de entrega en el sistema de revisión periódica el efecto es menor, dado que L es solo una fracción del tiempo total a considerar $(L+P)$.

P2)

1.

- a) Para mantener la calidad de servicio ante una demanda incierta
- b) Para protegerse de los quiebres de stock
- c) Para dar flexibilidad al proceso de comercialización
- d) Para protegerse de las variaciones de precio
- e) Para aprovechar los descuentos por volumen

2.

a) Costo de Compra o de Inversión

Corresponde al costo monetario de la mercancía, es decir a cuánto dinero se gastó al momento de la compra.

b) Costo de Pedido

Es el costo de abastecerse del producto, incluye los costos administrativos, de comunicación, de transporte y de recepción e inspección. Suele ser pequeño comparado con los demás costos, pero su existencia hace tender a hacer menos pedidos y más grandes.

c) Costo por Espacio

Corresponde al costo de arrendar o adquirir una bodega para almacenar los productos. Si el producto necesita condiciones especiales de almacenamiento, como refrigeración, este costo puede ser importante.

d) Costo de Oportunidad

Es el costo generado por haber utilizado el dinero en productos que se mantienen guardados, en lugar de realizar cualquier otra inversión. Este costo es mayor, mientras menor sea la rotación del inventario.

e) Costo por Deterioro

Es el costo generado por el daño que pueden sufrir los productos almacenados, ya sea por expiración, robo, daños, etc. dentro de la bodega. Este costo es importante sobre todo en productos con fecha de expiración.

f) Costo de Obsolescencia

Es el costo que se produce debido a las mejoras tecnológicas, que van dejando algunos productos obsoletos, los que pierden su valor mientras están almacenados en bodega. Este costo es particularmente importante para los productos tecnológicos, dado su breve ciclo de vida.

3.

Dado que es un producto de moda y con alto valor, no sólo económico, sino que también competitivo, es más conveniente utilizar un sistema de revisión continuo del inventario, ya que así se sabrá en todo momento la cantidad exacta que se tiene del producto. Con esto se reduce la posibilidad de quiebres de stock y se mantiene un inventario de seguridad menor. Aunque este sistema requiere una mayor tecnología, es de suponer que una multitienda ya la tiene o tiene los recursos para adquirirla. Un sistema de revisión periódica necesitaría que el periodo fuese muy pequeño, dado el corto ciclo de vida del producto, por lo que se debería inventariar muchas veces con lo que aumentaría el costo de inventario y no se obtendría la misma seguridad que con el sistema continuo.

4.

Primero que todo es necesario calcular la demanda promedio y su desviación estándar, dado que es una normal (μ, σ^2) tenemos que:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} ; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad \text{con } n = 12$$
$$\Rightarrow \mu = 208,5 \quad y \quad \sigma = 46,7$$

Dado que el nivel de servicio requerido es de 95% entonces $z=1,65$.

El valor del punto de reorden es la suma de la demanda media **durante el tiempo de reposición** (15 días, es decir, 0,5 meses) más el valor del stock de seguridad.

$$R = m + s = L \cdot \mu + z \cdot \sigma \cdot \sqrt{L}$$

El valor el stock de seguridad en este caso es:

$$s = z \cdot \sigma \cdot \sqrt{L} = 1,65 \cdot 46,7 \cdot \sqrt{0,5} = 54,5 \Rightarrow 55 \text{ unidades.}$$

Y la demanda esperada en el tiempo de reposición es:

$$m = L \cdot \mu = 0,5 \cdot 208,5 = 104,25 \Rightarrow 104$$

$$\Rightarrow R = 104 + 55 = 159 \text{ unidades}$$

Para calcular el tamaño del lote usamos la siguiente fórmula:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot S \cdot D}{i \cdot C}}$$

Reemplazando obtenemos que:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500 \cdot (208,5 \cdot 12)}{0,14 \cdot 250}} = 463,6 \Rightarrow 464 \text{ unidades}$$

Para calcular los nuevos valores con un nivel de 97,7% de nivel de servicio hay que ocupar $z=2,00$ y recalculer usando las fórmulas previamente usadas.

P3)

1.-

Usando la fórmula, tenemos que el tamaño de la orden es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1000}{0.2 \cdot 200}} = 1000$$

$$\text{la frecuencia es: } n = \frac{D}{Q^*} = \frac{10000}{1000} = 10 \text{ (pedidos/ año)}$$

2.-

La cantidad óptima ya fue calculada, pero existe un error en el costo anual por unidad en bodega. Por este error existe un aumento en el costo de inventario y se calcula como:

1° Cálculo del costo total con el costo real de inventario

2° Cálculo del costo ideal, si se hubiese estimado bien la cantidad óptima

$$1^\circ CT_1 = S \cdot n + \frac{1}{2} \cdot ICQ^* = 2000 \cdot 10 + 1/2 \cdot 0.3 \cdot 200 \cdot 1000 = 50000$$

2° Debemos calcular el nuevo Q^* :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1000}{0.3 \cdot 200}} = 816.497 \approx 817 \text{ y el costo sería:}$$

$$CT_2 = S \cdot \frac{D}{Q^*} + \frac{1}{2} \cdot ICQ^* = 2000 \cdot \frac{10000}{817} + 1/2 \cdot 0.3 \cdot 200 \cdot 817 = 48989.8$$

Por lo que se están perdiendo \$1010.2, por ese error

3.-

$$R = m + s, \text{ donde } s = z \cdot \sigma$$

- $m = 2 \cdot (\text{demanda promedio semanal})$

- Para un 95% se tiene que $z=1,96$

- Como los datos de demanda son semanales se tendría ó semanal, por lo que como el tiempo

$$\text{de entrega son 2 semanas se tiene que } (2 \text{ semanas}) = \sqrt{2} \cdot \sigma(\text{semanal})$$

P4)

1.-

El costo total de inventario se calcula como:

$$CT = S \cdot n + iC \bar{Q} \text{ (costo pedido + costo inventario)}$$

Luego, es necesario conocer el valor n (cantidad de pedidos y de $\bar{Q}$ el nivel promedio de inventario, para ello se tiene que en un sistema de revisión continua:

$$n = \frac{D}{Q^*}$$

$$\bar{Q} = \frac{Q^*}{2} + s, \text{ donde } D \text{ es la demanda anual promedio, } Q^* \text{ corresponde al } Q \text{ de Wilson y } s \text{ es el}$$

stock de seguridad de un sistema de revisión continua. Entonces:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 35 \cdot 52 \cdot 100}{9.4}} = 440.02 = 441 \text{ (serruchos)}$$

$$n = \frac{52 \cdot 5 \cdot 100}{441} = 58.95 \approx 59 \text{ (veces al año)}$$

$$\sigma(3\text{días}) = \sqrt{3} \cdot \sigma(\text{diario}) = \sqrt{3} \cdot 30 = 51.96 \approx 52 \text{ (serruchos)}$$

$$s = z \cdot \sigma(3\text{días}) = 1.4 \cdot 52 = 72.8 \approx 73 \text{ (serruchos)}$$

$$\Rightarrow \bar{Q} = \frac{441}{2} + 73 = 293.5 \approx 294 \text{ (serruchos)}$$

Finalmente el costo anual será:

$$CT = S \cdot n + iC \bar{Q} = 35 \cdot 59 + 9.4 \cdot 294 = 4817.69 \text{ (pesos)}$$

2.-

Para este caso, nuevamente el costo anual de inventario viene dado por:

$$CT = S \cdot n + iC \bar{Q}$$

pero es necesario calcular el valor del tiempo de revisión (periódico), para ello:

p = días en el año/ veces que se pide

$$p = \frac{5 \cdot 52}{59} = 4.4 \approx$$

4 o 5 días (Se debe aproximar dependiendo de las políticas de la empresa)

En este caso tomaremos 5 (también pueden tomar 4, pues no hay información de las políticas

de la empresa). Además necesitamos tener el valor de $\bar{Q}$, para ello se tiene que en un sistema de revisión periódica:

$$\bar{Q} = \frac{m(p+L)}{2} + s^*, \text{ donde } m(p+L) \text{ es la demanda promedio a satisfacer durante el tiempo de}$$

revisión más el tiempo que demora en llegar el pedido, y s^* es el inventario de seguridad para un sistema de revisión periódico, entonces:

$$m(p+L) = m(5+3) = m(8 \text{ días}) = 8 \cdot 100 = 800 \text{ (serruchos)}$$

$$\sigma(p+L) = \sqrt{8} \cdot \sigma(\text{diario}) = \sqrt{8} \cdot 30 = 84.85 \approx 85 \text{ (serruchos)}$$

$$s^* = z \cdot \sigma(p+L) = 1.4 \cdot 85 = 119 \text{ (serruchos)}$$

$$\Rightarrow \bar{Q} = \frac{800}{2} + 85 = 519 \text{ (serruchos), con lo que tenemos } CT = 35 \cdot 52 + 9.4 \cdot 519 = 6698.6$$

(pesos)

3.-

El costo de inventario cambiará dado que el valor de L disminuye de 3 a 2 días. Entonces cambiarán los siguientes valores calculados en 1:

$$\text{Ya que : } \sigma(2 \text{ días}) = \sqrt{2} \cdot \sigma(\text{diario}) = \sqrt{2} \cdot 30 = 42.42 \approx 43 \text{ tenemos:}$$

$$- s = z \cdot \sigma(2 \text{ días}) = 1.4 \cdot 43 = 60.2 \approx 61 \text{ (serruchos)}$$

$$- \bar{Q} = \frac{Q^*}{2} + s = \frac{441}{2} + 61 = 282, \text{ luego el costo anual será:}$$

$$CT = 35 \cdot 59 + 9.4 \cdot 292 = 4715.8 \text{ (pesos)}$$

Entonces, el ahorro anual que se obtiene es:

$$CT(L=3 \text{ días}) - CT(L=2 \text{ días}) = 4817.69 - 4715.8 = 101.89 \text{ (pesos), luego el máximo recargo que se puede hacer por viaje realizado en el año es:}$$

$$\text{Recargo máximo} = \frac{\text{ahorro anual}}{\text{nº de viajes año}} = \frac{101.89}{59} = 1.72$$

Finalmente, el almacén está dispuesto a pagar a lo más 1.72 pesos extras o de recargo por cada pedido que se realiza teniendo en cuenta que se demorará 1 día menos en llegar.