



Gestión de Operaciones

Capítulo 9: Inventarios



Introducción

- Se considera como Inventario a las cantidades almacenadas de:
 - Materia prima.
 - Productos en proceso.
 - Producto final.
 - Repuestos.
- Tiene un fuerte impacto en relación al uso de capital.



Introducción

- **Motivos para llevar Inventario:**
 - 1.- Protección contra la incertidumbre:
 - Oferta.
 - Demanda.
 - Tiempo de fabricación.
 - Tiempo de orden.
 - 2.- Economías de escala:
 - Producción por lotes.
 - 3.- Cambios en demanda:
 - Oferta estacional.
 - Stocks estratégicos.



Introducción

- 4.- Permite flexibilidad al momento de programar la producción.
- 5.- Permite mantener el tránsito (inventarios en proceso).
- 6.- Especulación.



Decisiones

- Las principales decisiones relacionadas a la administración de inventarios son:
 - 1.- ¿Qué artículos mantener en inventario?
 - 2.- ¿Cuánto ordenar?
 - 3.- ¿Cuándo ordenar?
 - 4.- ¿Qué tipo de sistema de administración de inventarios utilizar?



Estructura de Costo

- Las estructuras del costo de inventario incorporan los siguientes tipos de costo:
 - 1.- Costo del artículo.
 - 2.- Costo de poner ordenes de compra o producción.
 - 3.- Costo de inventario:
 - Capital.
 - Almacenamiento.
 - Seguros, pérdidas y obsolescencia.
 - Costo de inexistencia:
 - Ventas perdidas.
 - Ventas pendientes.

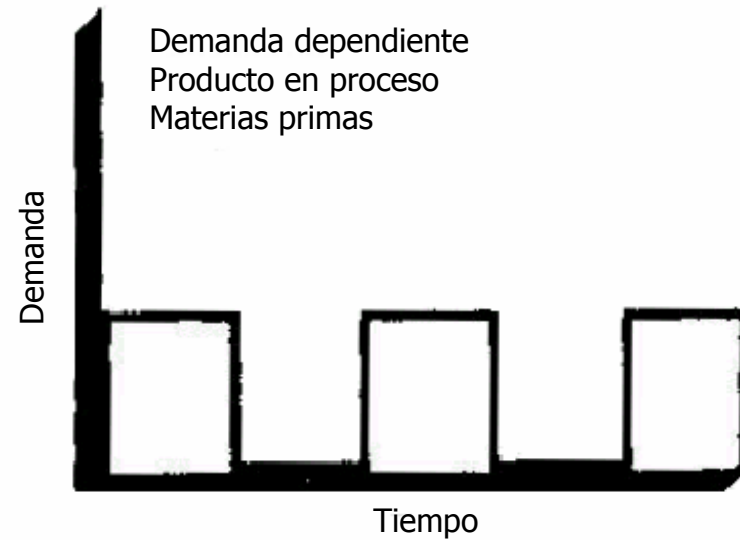
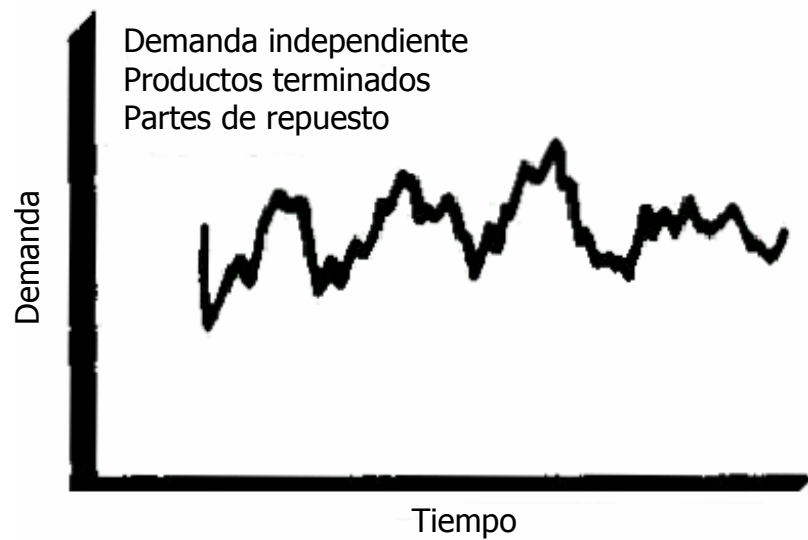


Modelos

- Es importante tener en cuenta los siguientes conceptos:
 - Demanda independiente.
 - Demanda dependiente:
 - Depende del ciclo de producción.
 - Demanda determinística.
 - Demanda aleatoria.



Modelos



Patrones de Demanda

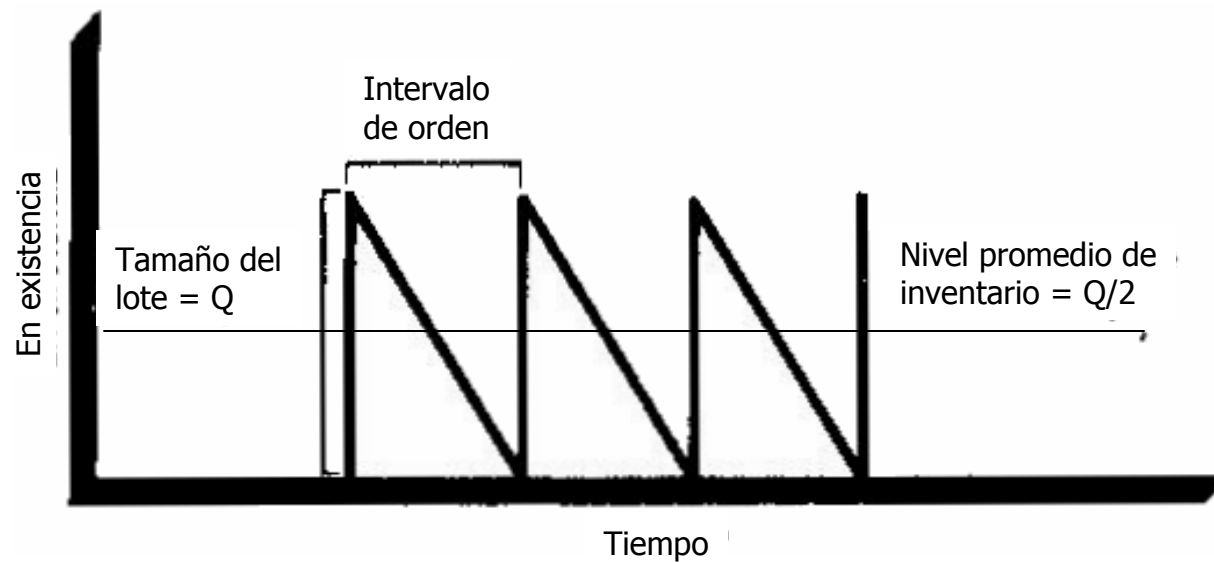


Modelos

- 1.- Demanda Determinística:
 - Sin ventas perdidas o pendientes:
 - Notación:
 - Q: tamaño de la orden.
 - D: demanda anual.
 - T: largo del ciclo.
 - S: costo fijo por orden.
 - C: costo del producto.
 - I: tasa anual de costo de inventario (interés + almacenamiento).

Modelos

- Representación gráfica:



Niveles de Inventario EOQ



Modelos

- Costo por período:

$$F = S + \frac{1}{2} ICQT$$

- Costo anual:

$$TC = F \frac{1}{T} = F \frac{D}{Q} = S \frac{D}{Q} + \frac{1}{2} ICQ$$

- Q óptimo (Q^*):

$$\frac{\partial(TC)}{\partial Q} = -\frac{SD}{Q^2} + \frac{IC}{2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}}$$



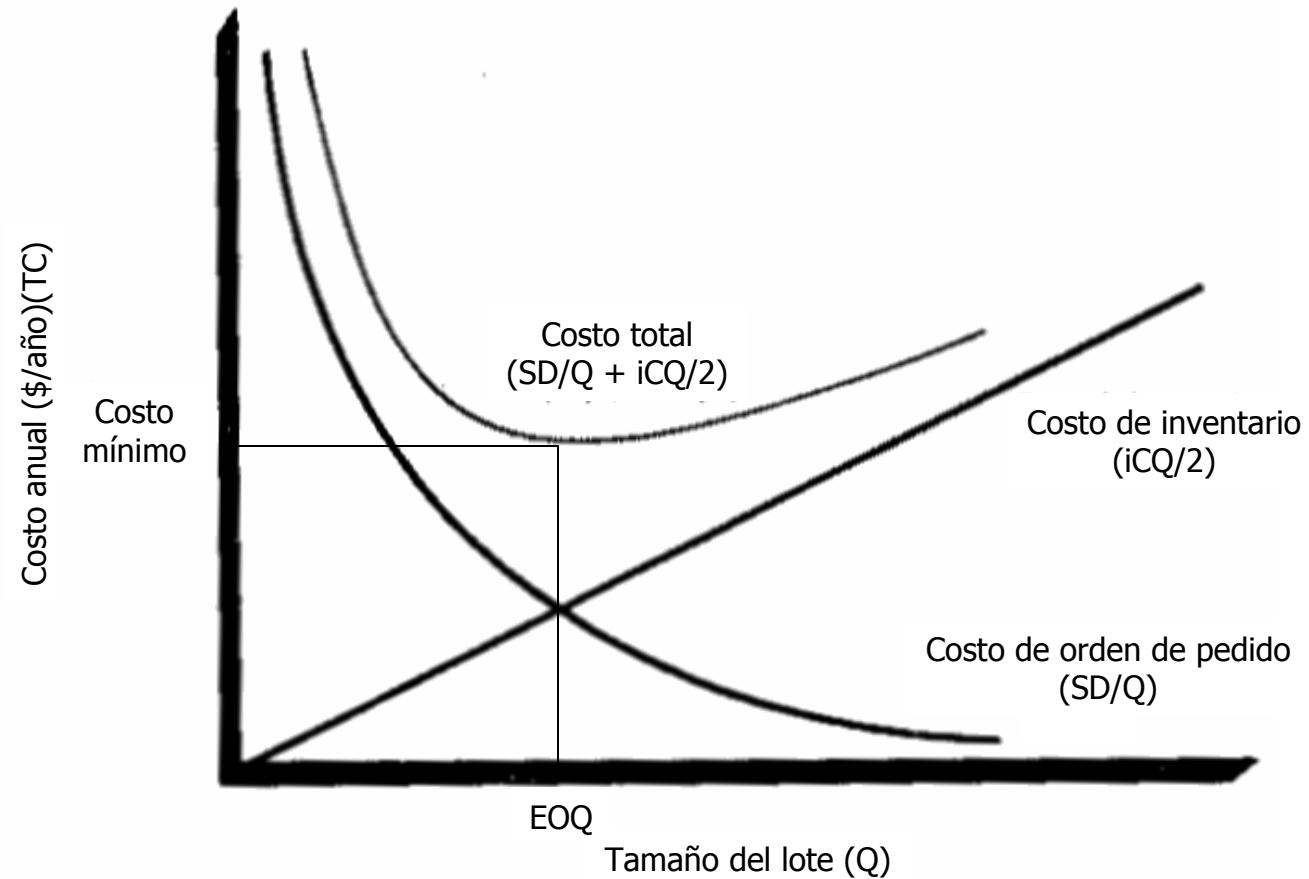
Modelos

- Costo anual óptimo:

$$K(Q^*) = \frac{SD}{Q^*} + \frac{ICQ^*}{2} = \frac{SD}{\sqrt{\frac{2SD}{IC}}} + \frac{IC\sqrt{\frac{2SD}{IC}}}{2} = \sqrt{2SDIC}$$

Q^* es muy robusto.

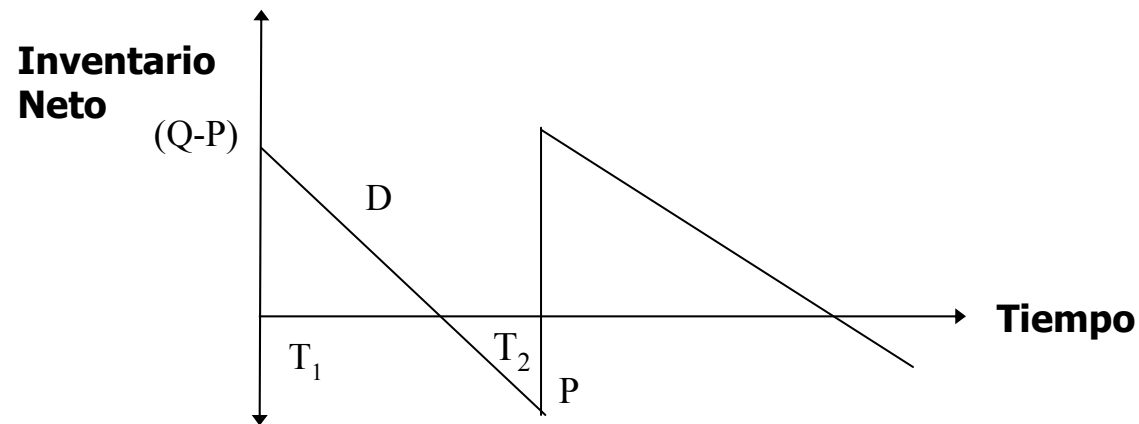
Modelos



Costo Total de Inventario

Modelos

- Con ventas pendientes:
 - Notación:
 - P : ventas pendientes.
 - Π : costo por venta pendiente.
 - $\hat{\Pi}$: costo por venta pendiente por tiempo en satisfacerlas.
 - Representación gráfica:





Modelos

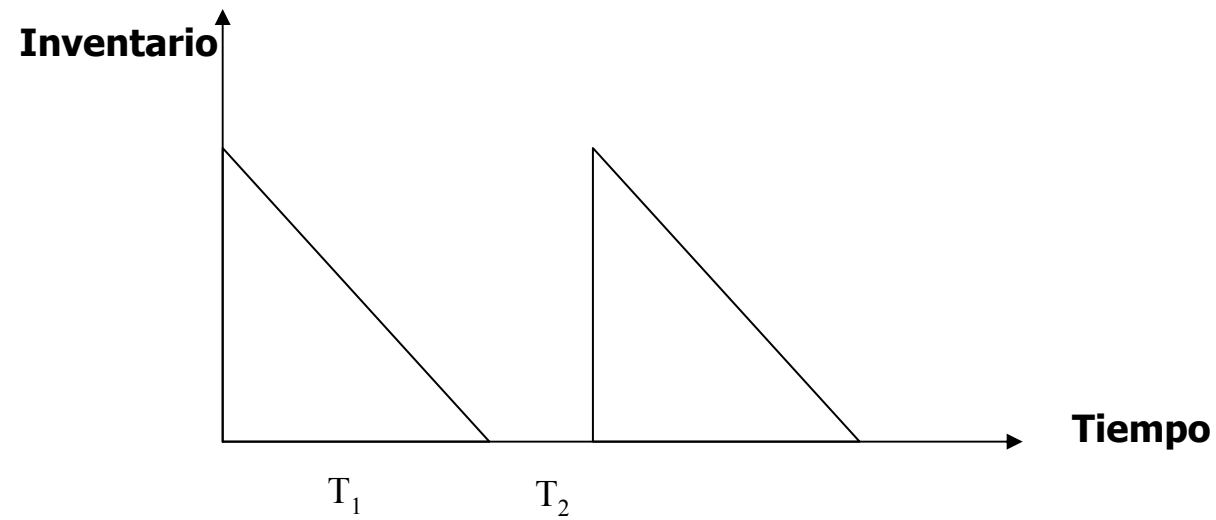
- Costo por período:

$$S + \frac{1}{2}ICT_1(Q - P) + \Pi P + \frac{1}{2}\hat{\Pi}T_2P$$

- Costo óptimo:
 - Derivar costo anual con respecto a Q y P.

Modelos

- Con ventas perdidas:





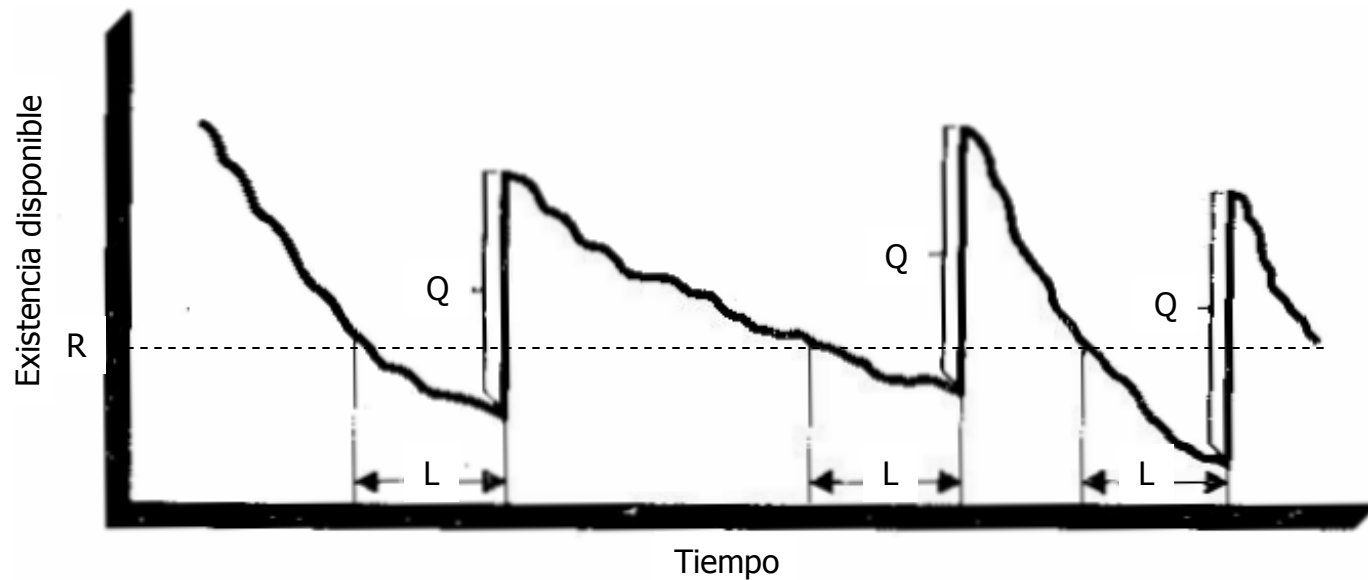
Modelos

- 2.- Demanda Aleatoria:
 - Sistema de Revisión Continua (Q):
 - Se conoce en cada momento el inventario.
 - Se debe decidir en que momento ordenar.

 - Notación:
 - Q: tamaño de la orden (se usa Q^* por ser robusto).
 - R: punto de reorden.
 - L: tiempo de entrega.
 - m: demanda media.
 - s: inventario de seguridad.
 - Nivel de servicio: probabilidad de servir todas las demandas.

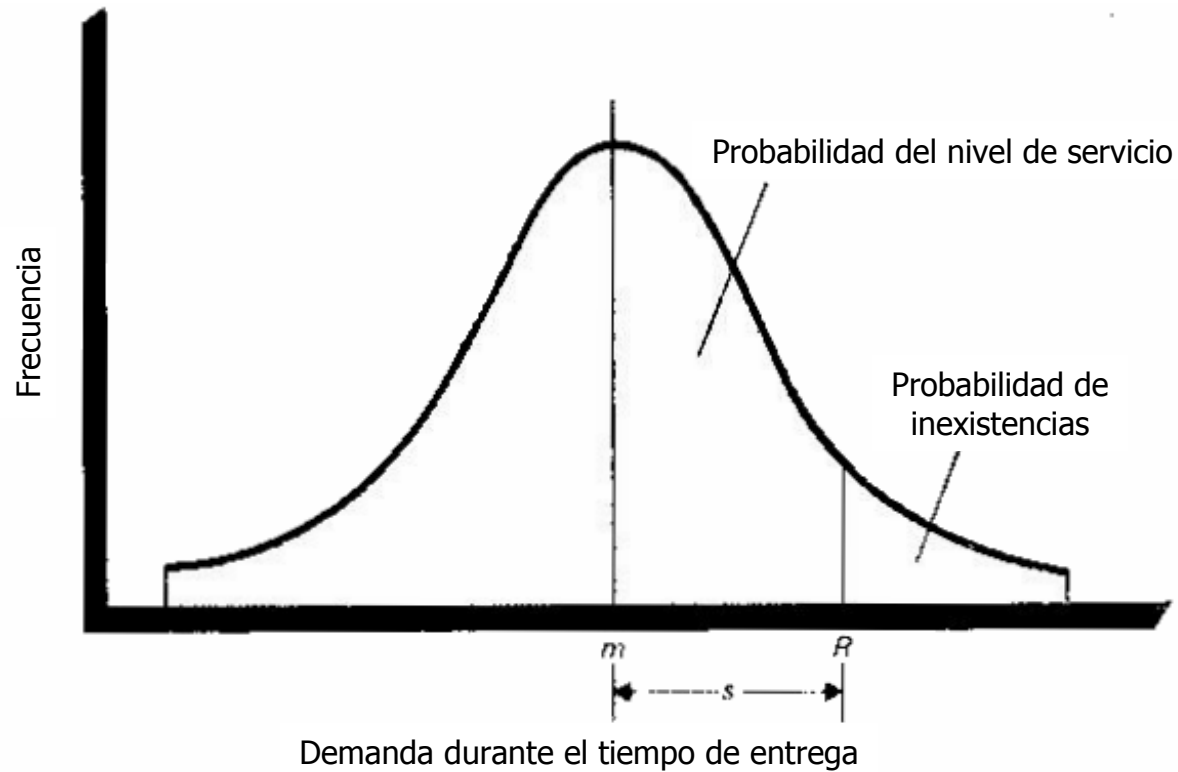
Modelos

- Representación gráfica:



Sistema de Revisión Continua (Q)

Modelos



Distribución de Probabilidad de la Demanda



Modelos

- Punto de reorden:

z : factor de seguridad.

σ : desviación standard en tiempo de orden.

$$R = m + s = m + z\sigma$$

- Existe relación entre z y el nivel de servicio deseado, asumiendo un distribución de demanda normal:
 - $z=1.0$ Nivel de Servicio 84.1%.
 - $z=2.0$ Nivel de Servicio 97.7%.
 - $z=3.0$ Nivel de Servicio 99.9%.



Modelos

- Ejemplo:
 - Demanda promedio: 200 cajas al día.
 - Tiempo de entrega: 4 días.
 - Desviación standard de la demanda diaria: 150 cajas.
 - Nivel de servicio deseado: 95%.
 - $S = \$20$ por orden.
 - $I = 20\%$ anual.
 - $C = \$10$ por unidad.
 - Almacén funciona 5 días a la semana, 50 semanas al año (250 días al año).



Modelos

Demanda promedio anual = $250 \cdot 200 = 50.000$ cajas al año.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 250 \cdot 200}{10 \cdot 0.2}} = 1.000 \text{ cajas.}$$

Demanda promedio en el tiempo de orden = $200 \cdot 4 = 800$ cajas.

Desviación standard en el tiempo de orden = $\sqrt{4} \cdot 150 = 300$ unidades¹.

Nivel de Servicio de 95% $\Rightarrow z = 1.65$.

$$R = m + z\sigma = 800 + 1.65 \cdot 300 = 1.295 \text{ unidades.}$$

- La regla sería colocar una orden de 1.000 cajas cada vez que el inventario alcance 1.295 unidades (en promedio se pide cada 5 días).

¹ La varianza de una suma es la suma de las varianzas cuando las variables son independientes.



Modelos

- Simulación de la operación del sistema Q:

Día	Demanda	Disponible al inicio del período	Pedido al inicio del período	Inventario al inicio del período	Cantidad ordenada	Cantidad recibida
1	111	1100	--	1100	1000	--
2	217	989	1000	1989	--	--
3	334	772	1000	1772	--	--
4	124	438	1000	1438	--	--
5	0	1314	--	1314	--	1000
6	371	1314	--	1314	--	--
7	135	943	--	943	1000	--
8	208	808	1000	1808	--	--
9	315	600	1000	1600	--	--
10	0	285	1000	1285	1000	--
11	440	1285	1000	2285	--	1000
12	127	845	1000	1845	--	--
13	315	718	1000	1718	--	--
14	114	1403	--	1403	--	1000
15	241	1289	--	1289	1000	--
16	140	1048	1000	2048	--	--

* Se han utilizado $Q = 1000$ y $R = 1295$.



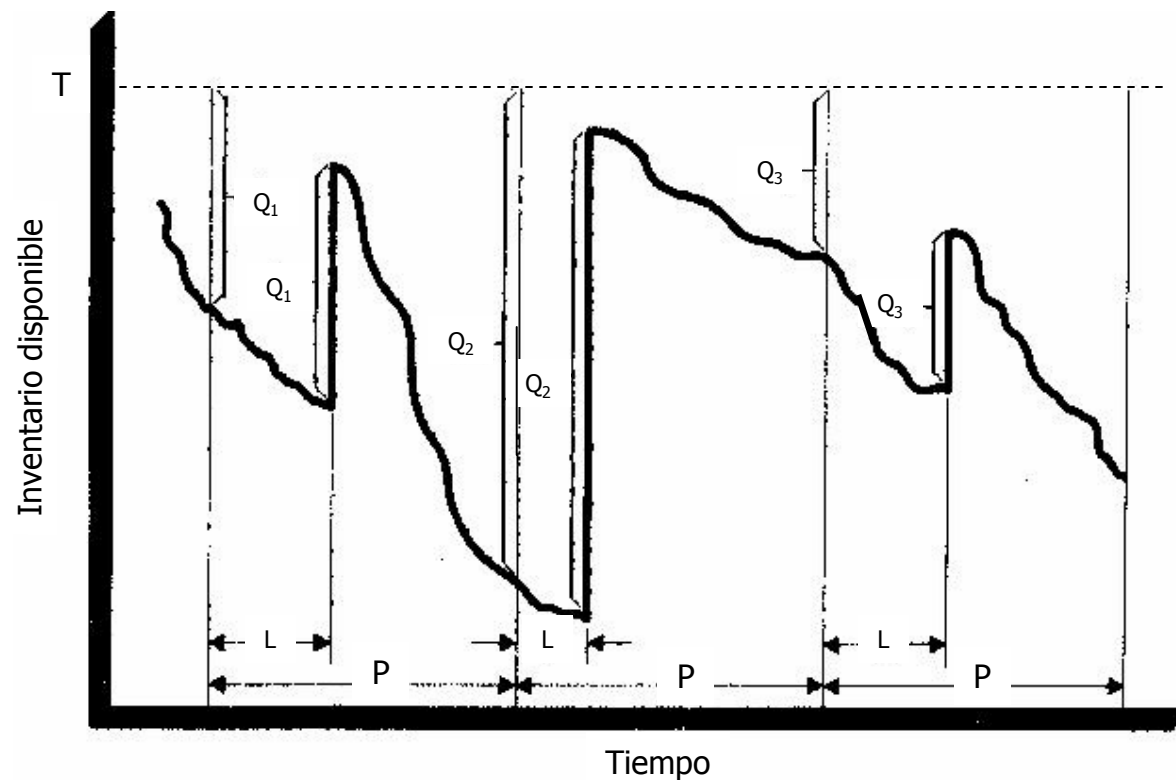
Modelos

- Sistema de Revisión Periódica (P):
 - Se conoce el inventario periódicamente al revisar.
 - Ejemplo: se hace un pedido semanal.
 - Se debe cubrir demanda cuando se hace la revisión y se hace pedido para llegar a un nivel objetivo (T).

- Notación:
 - P: tiempo entre pedidos.
 - T: inventario meta u objetivo, debe cubrir hasta que llegue el siguiente pedido.
 - m' : demanda promedio P + L.
 - s' : inventario de seguridad en P + L.

Modelos

- Representación gráfica:



Sistema de Revisión Periódica



Modelos

- Cálculo de P usando Q^* (Q óptimo):

$$P = \frac{Q^*}{D} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{2DS}{IC}} = \sqrt{\frac{2S}{ICD}}$$

Con lo que se obtiene un intervalo de revisión aproximadamente óptimo.

- Cálculo de T:

z : factor de seguridad.

σ' : desviación standard en $P + L$.

$$T = m' + s' = m' + z\sigma'$$



Modelos

- Ejemplo:

- Q óptimo (Q^*) = 1.000 cajas.
- Demanda diaria = 200 cajas.
- Nivel de servicio del 95%.

$$P = \frac{Q}{D} = \frac{1.000}{200} = 5 \text{ días.}$$

Demanda promedio en $P + L = 200 \cdot 9 = 1.800$ cajas.

Desviación standard en $P + L = \sqrt{9} \cdot 150 = 450$ unidades.

Nivel de Servicio de 95% $\Rightarrow z = 1.65$.

$$T = m' + z\sigma' = 1.800 + 1.65 \cdot 450 = 2.542 \text{ unidades.}$$



Modelos

- La regla sería revisar cada 5 días y llevar el nivel de inventario a 2.542 cajas.

Nota: El sistema P considera 742 unidades de inventario de seguridad, en cambio el sistema Q sólo 495. Esto se debe a que el sistema P debe cubrir la demanda por más días.



Modelos

- Simulación de la operación del sistema P:

Día	Demanda	Disponible al inicio del período	Pedido al inicio del período	Inventario al inicio del período	Cantidad ordenada	Cantidad recibida
1	111	1100	--	1100	1442	--
2	217	989	1442	2431	--	--
3	334	772	1442	2214	--	--
4	124	438	1442	1880	--	--
5	0	1756	--	1756	--	1442
6	371	1756	--	1756	786	--
7	135	1385	786	2171	--	--
8	208	1250	786	2036	--	--
9	315	1042	786	1828	--	--
10	0	1513	--	1513	--	786
11	440	1513	--	1513	1029	--
12	127	1073	1029	2102	--	--
13	315	946	1029	1975	--	--
14	114	631	1029	1660	--	--
15	241	1546	--	1546	--	1029
16	140	1305	--	1305	1237	--

* Se han utilizado $P = 5$ y $T = 2542$.



Modelos

- Sistema P para demanda creciente:

Día	Demanda	Pronóstico 2o. pedido de tres periodos	Objetivo	Disponible al inicio	Disponible al final	Cantidad ordenada	Cantidad recibida
1	100	450	500	200	100	300	--
2	140	--	--	400	260	--	300
3	200	742	792	260	60	532	--
4	230	--	--	592	362	--	532
5	290	1027	1077	362	72	715	--
6	350	--	--	787	437	--	715
7	410	1325	1375	437	27	938	--
8	460	--	--	965	505	--	938
9	500	1649	1699	505	5	1194	--
10	535	--	--	1199	664	--	1194
11	590	1940	1990	664	74	1326	--

*Objetivo = pronóstico de tres periodos + $s' = 50$, intervalo de revisión = 2, tiempo de entrega = 1 periodo.



Nivel de Servicio versus Inventario

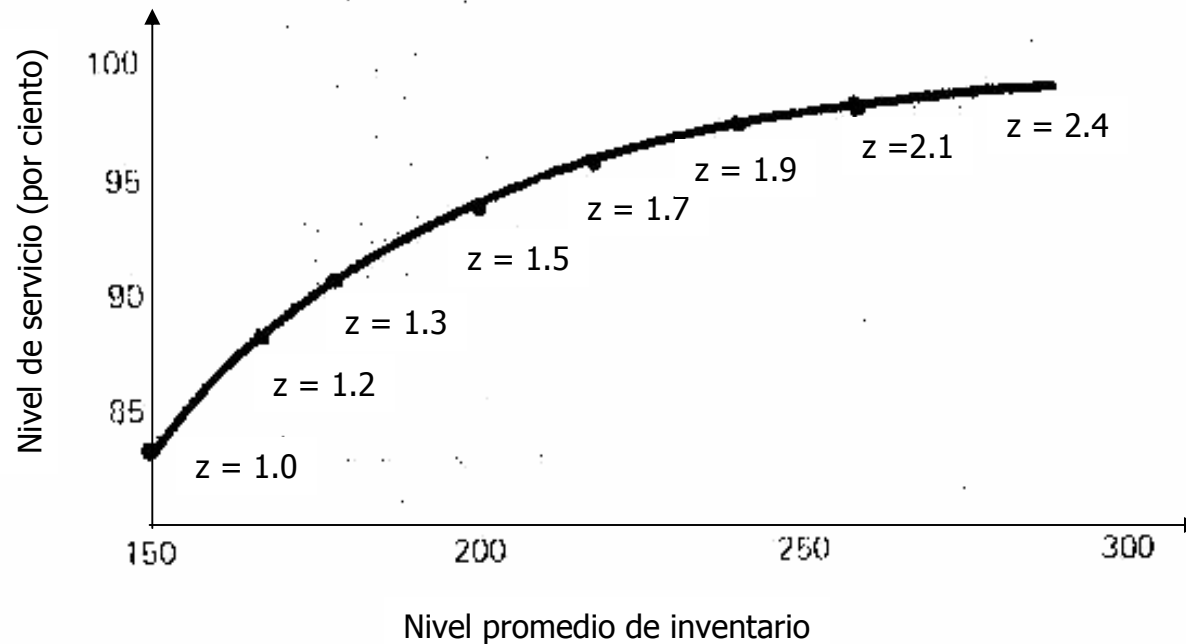
- Nivel Promedio de Inventario:

I = nivel promedio de inventario.

= inventario promedio + inventario de seguridad.

$$I = \frac{Q}{2} + z\sigma$$

Nivel de Servicio versus Inventario



Nivel de Servicio versus Nivel de Inventario ($Q=100$, $\sigma = 100$)



Artículos Múltiples

- Consideraciones:

- Existen restricciones de capacidad y de capital de operación.
- Se puede penalizar (artificialmente) Q para reducir inventarios. Una penalización adecuada lleva a ocupar bien la capacidad.

$$\text{Min} \quad \sum_j K_j(Q) = \sum_j \left(\frac{SD}{Q_j} + \frac{ICQ_j}{2} \right)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j Q_j \leq \text{Cap}$$



Sistemas de Control

- Administración ABC de Inventarios:
 - A: 20% de los artículos, 80% del valor.
 - Manejo cuidadoso.
 - Poco inventario de seguridad.
 - C: 50% de los artículos, 5% del valor.
 - Manejo menos riguroso.
 - Mayor inventario de seguridad.