

Profesores: Daniel Espinosa, Roberto Cominetti.

Auxiliares: Victor Bucarey, Pablo Lemus, Paz Obrecht, Nicolás Riquelme.

Coordinador: Matías Siebert.

IN3701 - Modelamiento y Optimización

Auxiliar 3

5 de Abril de 2012

P1. (Control 1, Primavera 2010)

El banco Scotlandbank, luego de realizar un profundo estudio de sus bases de datos, ha descubierto que existe un conjunto de clientes con una alta probabilidad de que abandonen el banco. El gerente de marketing desea impedir que esto suceda, por lo que se ha propuesto ofrecer productos a estos clientes.

Existen N clientes que pueden fugarse, los que pertenecen a distintos segmentos (tipos de clientes), de acuerdo a la clasificación que ha hecho previamente el banco. Sea $I=\{1,\dots,S\}$ el conjunto de los S segmentos usados, el cual está ordenado según la importancia de cada uno de los segmentos para el banco (de menor a mayor). El número de clientes “fugables” en cada segmento está dado por N_i ($i \in I$), de tal forma que $\sum_i N_i = N$. Dado que se desea que los clientes dentro de un mismo segmento reciban un trato similar, las decisiones se deben tomar a nivel de segmentos y no para cada cliente. Se sabe que el solo hecho de ofrecer algún producto a los clientes del segmento i logra que el p_i ($i \in I$) por ciento de ellos no se fugue.

El banco cuenta con un conjunto J de productos que puede ofrecer, cada uno de los cuales viene acompañado de un monto crediticio, el cual debe ser decidido. Considere que el monto crediticio de un mismo producto puede ser distinto para clientes de segmentos diferentes¹. Los estudios indican que el porcentaje de clientes rescatados gracias al monto de crédito ofrecido es proporcional éste, con una tasa de proporcionalidad q_i ($i \in I$). Estos clientes rescatados son adicionales a los que no se fugan sólo por el hecho de recibir la oferta de algún producto, es decir, si los clientes del segmento i reciben ofertas de productos que, en total, le asignan un monto de crédito h , se evitará que se fuguen un p_i+h*q_i por ciento de ellos.

Es importante señalar que los productos r y u no son compatibles, luego si a un segmento se le ofrece el producto r no se le puede ofrecer el u (*y viceversa*). También es relevante mencionar que el producto v sólo puede ser ofrecido a los segmentos $S-1$ y S .

El gerente de finanzas le indica que para acotar el riesgo, a cada cliente del segmento i se le puede otorgar un monto crediticio máximo de W_i entre todos los productos que se le ofrezcan. Además, como se intenta evitar la fuga, si se ofrece el producto j a los clientes del segmento i , se les debe asignar al menos un monto crediticio de $CMIN_{ij}$ a cada uno de ellos en ese producto. También le solicita que el monto crediticio total

¹ Por ejemplo, el producto 1 para el segmento 1 puede ofrecer \$500.000 de crédito, mientras que el mismo producto 1 puede ofrecer \$600.000 al segmento 2, etc.

que reciben los clientes de un segmento i no sea inferior al que reciben los clientes de un segmento de menor importancia para el banco.

Modele la situación descrita como un problema de programación lineal mixto, que permita decidir qué productos ofrecer, con sus respectivos montos crediticios, de forma de encontrar la estrategia que maximice el número de clientes rescatados.

P2. (Control 2, Otoño 2010)

La legendaria banda de rock nacional los BRONTOSAURIOS está planeando su Tour Mundial. Lo han contratado a usted para que maneje esta gira que es, sin duda, una de la más esperada por todos sus fans a lo largo del planeta. Ellos tienen N ciudades disponibles donde tocar, y deben elegir en que ciudades tocar. Por contrato con la discográfica deben tocar en a lo menos N_{min} ciudades. Para cada par de ciudades usted tiene el precio P_{ij} de desplazarse de una a la otra. Los BRONTOSAURIOS por asunto de tiempo, sólo realizarán un concierto por ciudad. Se estima que hay un beneficio B_i por visitar la ciudad i por atraer nuevos fans.

Como los BRONTOSAURIOS son una banda de gran trayectoria, deben decidir qué temas tocar. Ellos saben que si tocan un tracklist con temas clásicos en la próxima ciudad que visiten ira más gente a verlos. Por el contrario si toca un recital cargado a los nuevos temas saben que se hará mala fama de su tour y le costará mucho más vender las entradas para el próximo concierto. Por esto si toca menos de $E\%$ de temas clásicos entonces incurrirá en un costo CE_i por tener que realizar más publicidad en la venta de boletos.

Además saben que deben tocar a lo largo de su tour más de N_c veces un repertorio con menos del $E\%$ clásicos para poder así promocionar sus últimas producciones ($N_c \leq N_{min}$).

Modele un modelo de programación lineal que ayude a los Brontosaurios a realizar su gira maximizando sus utilidades.

Hint: Defina una variable binaria que decida si es que debe incurrir o no en el costo de publicidad para el concierto.

SOLUCIÓN:

P1.

VARIABLES

$x_i = 1$ si se ofrecen productos a clientes del segmento i , 0 si no

$y_{ij} = 1$ si se ofrece producto j a clientes del segmento i , 0 si no

w_{ij} = monto de crédito ofrecido en producto j a los clientes del segmento i

RESTRICCIONES

1) Si no se ofrecen productos, no se ofrece producto:

$$y_{ij} \leq x_i \quad \forall i, j$$

2) Si no se ofrece el producto, no se asigna crédito:

$$w_{ij} \leq y_{ij} \cdot M \quad \forall i, j \quad M \gg 1 \quad (\text{Puede usarse } W_i \text{ como } M)$$

3) Mínimo de crédito a ofrecer:

$$w_{ij} \geq y_{ij} \cdot CMin_{ij} \quad \forall i, j$$

4) Riesgo:

$$\sum_j w_{ij} \leq W_i \quad \forall i$$

5) Segmentos más importantes:

$$\sum_j w_{ij} \cdot N_i \leq \sum_j w_{i^*j} \cdot N_{i^*} \quad \forall j, i < i^*$$

6) Productos no compatibles:

$$y_{iu} + y_{ir} \leq 1 \quad \forall i \in I$$

7) Producto sólo para segmentos superiores:

$$y_{iv} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, S-2\}$$

8) Naturaleza de las Variables:

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

$$x_i, y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j$$

FUNCIÓN OBJETIVO

$$\text{Max} \left[\sum_{i,t} x_i \cdot p_i \cdot N_i + \sum_{i,j,t} w_{ij} \cdot q_i \cdot N_i \right]$$

P2.

Solución:

Variables de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si voy de la ciudad } i \text{ a la ciudad } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si visito la ciudad } i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

k_i = Fracción de temas clásicos tocados en la ciudad i

Variable auxiliar

$$t_i = \begin{cases} 1 & \text{Si debo incurrir en el costo de marketing extra} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Restricciones:

1. Naturaleza de las variables

$$x_{ij}, y_i, t_i \in \{0,1\}$$

$$k_i \geq 0$$

2. Debo visitar N_{min} ciudades

$$\sum_{i=1}^N y_i \geq N_{min}$$

3. Si entro a una ciudad debo salir de ella

$$\sum_{\{i|(i,j) \in N \times N\}} x_{ij} = \sum_{\{k|(j,k) \in N \times N\}} x_{jk} \quad \forall j \in \{1, \dots, N\}$$

4. Sin sub ciclos

$$\sum_{\{(i,j) \in S \times S\}} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N - \{0\}, 2 < |S| < N - 2$$

5. Relación entre x e y .

$$\sum_{j=1}^N x_{ji} = y_i \quad \forall i$$

6. Toco temas si visito una ciudad

$$k_i \leq y_i \quad \forall i$$

7. Debo tocar al menos N_c veces menos de $E\%$ de temas clásicos

$$N_c \leq \sum_i t_i$$

8. Si debo incurrir en el costo de publicidad

$$(E - k_i) \leq t_j + M(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j$$

9. Podría incurrir en el costo solo si toco en esa ciudad

$$t_i \leq y_i \quad \forall i$$

Función objetivo

$$\text{min Beneficios: } \sum_i B_i y_i - \sum_{ij} x_{ij} P_{ij} - \sum_i C E_i t_i$$