

CTP N° 2
20/04/2012

1. En un amplio estudio sobre hábitos de consumo de medios de comunicación a nivel nacional, uno de los objetivos es conocer la proporción de personas menores de 15 años que ven diariamente 2 ó más horas de TV. Si considera un M.A.S, para realizar la estimación al 95% de confianza y un error máximo de 1%, ¿cuál es el tamaño muestral necesario?

Solución: 6 puntos

Se debe utilizar la expresión del error muestral en un Muestreo Aleatorio Simple (M.A.S.), explicitando los supuestos que se derivan del enunciado (2 punto):

- Población es finita pero muy grande (nivel nacional): $\frac{N-n}{N} \approx 1$
- Aproximación normal de la distribución de la proporción muestral
- Varianza poblacional de la proporción a estimar es desconocida

Por lo último, conviene considerar el supuesto de varianza máxima $\sigma^2 = p(1-p) = \frac{1}{4}$. (1 punto)

Luego, la expresión para el tamaño muestral que se puede considerar es: $n = \left(1,96 \frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$ (2 punto) donde $\varepsilon = 0,01$ es el error muestral y $\sigma = 0,5$ es la desviación típica poblacional de la proporción. (Esta expresión se deriva fácilmente de la expresión del error muestral: $\varepsilon = 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

En consecuencia, el tamaño muestral pedido es: $n = \left(1,96 \frac{0,5}{0,01}\right)^2 = 9604$. (1 punto)

(Alternativamente, se puede utilizar la expresión simplificada que se consigue al redondear 1,96 a 2:

$n = \frac{1}{\varepsilon^2}$, de donde se obtiene $n = 10000$).

2. Discuta la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Para un error muestral fijo, el muestreo aleatorio simple en poblaciones cada vez más grandes requiere tamaños muestrales cada vez más grandes”.

Solución: 6 puntos

A partir de la expresión general del error muestral en la estimación de la proporción $\varepsilon = z_{\alpha/2} \sqrt{V(P_n)}$, donde $V(P_n)$ es la varianza que se indica en la muestra (su raíz es la desviación típica).

Despejando n de la expresión $\varepsilon = z_{\alpha/2} \sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right) \frac{p(1-p)}{n}}$, tenemos $n = \frac{p(1-p)}{\left[\frac{\varepsilon}{z_{\alpha/2}}\right]^2 + \frac{p(1-p)}{N}}$ (2 puntos)

De esta expresión, se deduce que la afirmación es cierta para valores pequeños de la población (N), cuando la reducción de $\frac{p(1-p)}{N}$ al crecer N es notoria: cae $\frac{p(1-p)}{N}$ y crece n . (2 puntos)

Sin embargo, cuando N es grande la afirmación ya no es cierta, porque $\frac{p(1-p)}{N} \approx 0$ y n no cambia al crecer más la población. (2 puntos)

Nota = Puntaje +1.