INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN3401 – Estadística para le Economía y Gestión / Otoño 2012
Profesores: Marcelo Henríquez

CTP N° 1

30/03/2012

1. Responda una de las siguientes preguntas:

   i. ¿En qué casos es preferible, por ser más representativa, utilizar la media geométrica en vez de la media aritmética?

   Respuesta:

   Cuando los valores a promediar tengan entre sí una relación multiplicativa en lugar de aditiva. Por ejemplo cuando se trate de tasas de crecimiento. (2,0 puntos)

   Por ejemplo (1,0 puntos), las tasas de crecimiento de determinada magnitud a lo largo de cuatro periodos de tiempo: 1,2; 1,5; 1,1 y 1,3 (esto quiere decir que la magnitud ha aumentado el 20%, el 50% el 10% y el 30% en cada periodo). Entonces la tasa media de crecimientos corresponde a la media geométrica 4 1,2·1,5·1,1·1,3 ≅ 1,27.

   ii. Se atribuye al dramaturgo irlandés Bernard Shaw la siguiente frase:"Si yo me como dos pollos y tu ninguno, la Estadística afirma que cada uno de nosotros, en promedio, nos comemos un pollo". Utilice estadística descriptiva para precisar, críticamente, el alcance de la anterior afirmación.

   Respuesta:
   Si X = "nº de pollos que se come cada persona", en la muestra de n= 2 personas se tiene una Media = 1; Varianza = $((2-1)^2 + (0-1)^2)/2 = 1$; Desv. Típica = 1 y Coeficiente de Variación = 1. (1,5 puntos).

   Aunque la media aritmética es 1, un coeficiente de variación igual a 1 supone una dispersión grande. Luego, resulta que la media aritmética no es un buen representante del número de pollos que come una persona. (1,5 puntos).

   iii. Sí a una variable X_i la sometemos al mismo tiempo a un cambio de origen O y a un cambio de escala C, ¿los cambios de escala y de origen afectan a la media aritmética? Justifique.

   Respuesta:

   Efectivamente. Supongamos que sobre los datos X_i se aplica un cambio de origen y de escala:
   $Y_i = aX_i + b$ (multiplicar por a es un cambio de escala y sumar b es un cambio de origen o traslación). La media aritmética de Y_i sería

   $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(CX_i + O) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} CX_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} O = C\bar{X} + O$. *(2 punto)*

   Es decir, la media aritmética queda afectada por el mismo cambio de origen y de escala. (1 punto)

iv. Sí a una variable X_i la sometemos al mismo tiempo a un cambio de origen O y a un cambio de escala C, ¿la varianza y la desviación típica solamente se ven afectadas por los cambios de escala? Justifique.

<u>Respuesta:</u>

Efectivamente. Si $Y_i = aX_i + b$ son los valores resultantes del cambio de escala y origen de la variable, entonces la varianza de Y sería: $V(Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2$

Como $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(CX_i + O) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} CX_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} O = C\bar{X} + O$. *(2 puntos)*

Se tiene $V(Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(CX_i + O - (C\bar{X} + O))^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(CX_i - C\bar{X})^2 \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C^2(X_i - \bar{X})^2 = C^2V(X)$. *(2 puntos)*

Es decir, la varianza (y su raíz, la desv. Estándar) solamente se afectan por el cambio de escala. (1 punto)

2. En una fábrica de tornillos, las máquinas A, B y C producen respectivamente el 25%, el 35% y el 40% del total. El 5% de los tornillos producidos por la A, el 2% de la B y el 3% de la C, son defectuosos. Si de la producción total se elige un tornillo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

<u>Respuesta:</u>

Sean D: "tornillo defectuoso"
A: "tornillo producido por máquina A"
B: "tornillo producido por máquina B"
C: "tornillo producido por máquina C" *(1 punto)*

Se pide $P(D)$, para lo cual se aplica Probabilidades Totales.

En efecto, los eventos A, B y C son excluyentes y recubren el espacio muestral. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B) + P(D/C)P(C) \\ &= 0{,}05 \times 0{,}25 + 0{,}02 \times 0{,}35 + 0{,}03 \times 0{,}40 \\ &= 0{,}0315 \end{aligned}$$ *(2 puntos)*

Es decir, la probabilidad que un tornillo elegido al azar sea defectuoso es 3,15%.

NOTA CTP1 $= 1{,}0 + Min\{\, (P_1 + P_2)\,;\ 6{,}0 \,\}$ donde P_i es el puntaje obtenido en la pregunta i (i=1, 2).