

En este caso el espacio es el conjunto de las  $m$ -uplas formadas por  $m$  barajas distintas:  $\Omega = \{(b_1, \dots, b_m) : b_i \in B, b_i \neq b_j \text{ si } i \neq j\}$ . De la definición se deduce que  $\text{card}(\Omega) = (n)_m$ . Se representa matemáticamente la idea de que el mazo está bien barajado postulando que los elementos de  $\Omega$  son equiprobables. Esta es la definición del *muestreo sin reemplazo* de  $m$  objetos de entre  $n$ .

Si no interesa el orden en que salen, sino solamente el *conjunto*  $\{b_1, \dots, b_m\}$ , de la definición se deduce fácilmente que los  $\binom{n}{m}$  conjuntos posibles son equiprobables.

Consideremos en cambio el experimento descrito por el siguiente procedimiento:

Hacer  $m$  veces lo siguiente:

Barajar bien. Sacar una carta y registrarla. Reponerla.

En este caso  $\Omega = \{(b_1, \dots, b_m), b_i \in B\} = B \times \dots \times B$ . Por lo tanto,  $\text{card}(\Omega) = n^m$ . Se representa el buen barajado postulando que los elementos de  $\Omega$  son equiprobables. Esta es la definición de *muestreo con reemplazo*.

Un ejemplo de esta situación es:  $m$  tiros sucesivos de un dado equilibrado. Aquí  $B = \{1, 2, \dots, 6\}$ .

**Ejemplo 1.A:** *Repartos* En una fiesta se reparten al azar  $c$  caramelos a  $n$  niños. ¿Cuál es la probabilidad de que mi sobrinito se quede sin caramelo?. Es conveniente suponer que tanto los caramelos como los niños están numerados. Cada uno de los caramelos puede ser dado a cualquiera de los  $n$  niños; y por lo tanto los casos posibles son  $n^c$ , y los favorables (o más bien desfavorables para mi sobrino) son todas las maneras de distribuir los caramelos entre los  $n - 1$  niños restantes, o sea  $(n - 1)^c$ , y por lo tanto la probabilidad es  $(1 - 1/n)^c$ .

Si  $c = n$ , dicha probabilidad es prácticamente independiente de  $n$ , siendo aproximadamente igual a  $e^{-1} \approx 0.37$ .

**Ejemplo 1.B:** *Flor* Un ejemplo de muestreo sin reemplazo y del uso de las ideas elementales del Análisis Combinatorio está dado por el siguiente problema: de un mazo de baraja española se extraen tres al azar sin reemplazo. Calcular la probabilidad del evento  $A$  que sean todas del mismo palo.

Aquí no interesa el orden de las cartas, y por lo tanto los elementos de  $\Omega$  son los subconjuntos de 3 cartas de un conjunto de 40, lo que implica  $\text{card}(\Omega) = \binom{40}{3}$ . Cada elemento de  $A$  está caracterizado por: (a) los números de las 3 cartas, y (b) de qué palo son. Usando (1.3) resulta  $\text{card}(A) = \binom{10}{3} 4$ ; y por lo tanto  $P(A) \approx 0.049$ .

**Ejemplo 1.C:** *Control de calidad* En una canasta hay  $N$  manzanas, de las cuales  $M$  están machucadas. Elijo  $n$  al azar (sin reemplazo). ¿Cuál es la probabilidad  $p$  de que me toquen exactamente  $m$  machucadas? (con  $m \leq n$  y  $m \leq M$ ).

El número de casos posibles es  $\binom{N}{n}$ . Cada caso favorable se caracteriza por: un subconjunto de  $m$  de entre las  $M$  machucadas, y uno de  $n - m$  de entre las  $N - M$  sanas. Luego:

$$p = \frac{\binom{M}{m} \binom{N - M}{n - m}}{\binom{N}{n}}. \quad (1.7)$$