

Minerales isótropos y anisótropos

Prof. Martin Reich

Propiedades ópticas en LPP

Éstas pueden dividirse en 2 grupos:

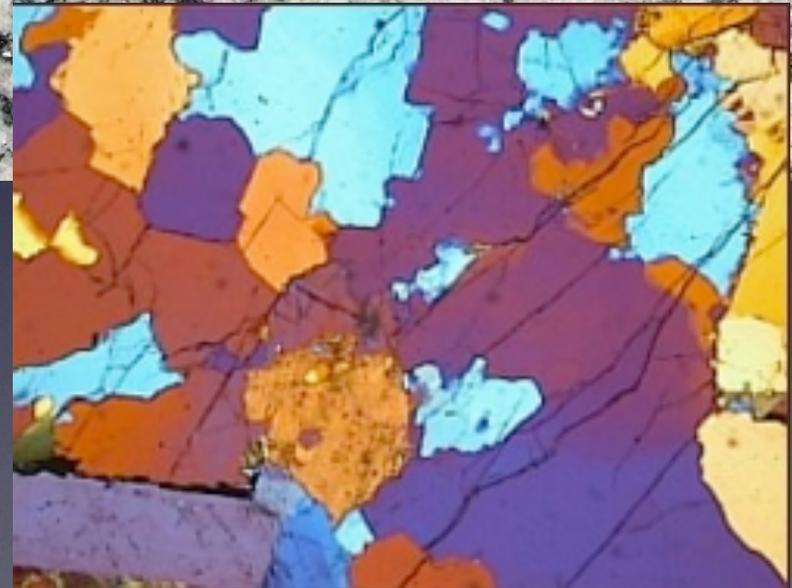
(1) Propiedades de absorción (Color, Pleocroísmo)

(2) Propiedades de refracción (Relieve, Línea de Becke)

Además, en LPP uno puede estudiar propiedades físicas descriptivas de los minerales tales como forma, clivaje y hábito

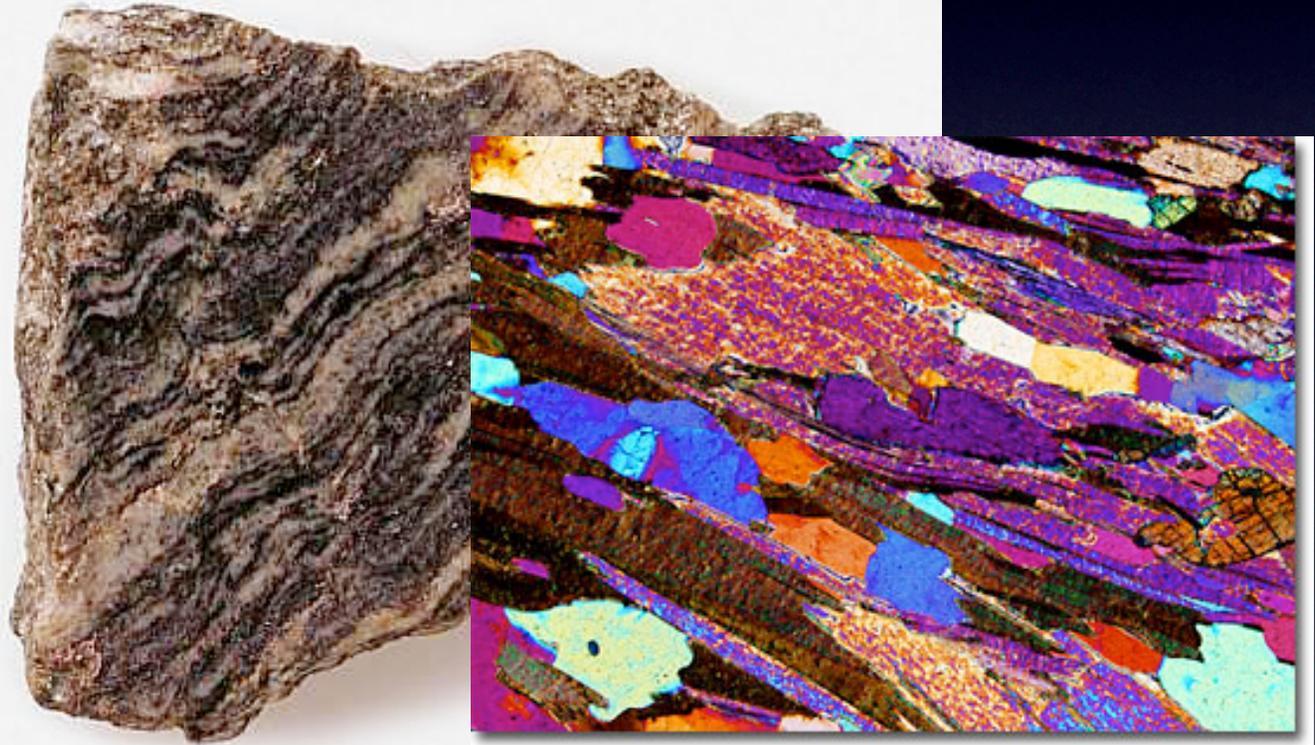
Temario

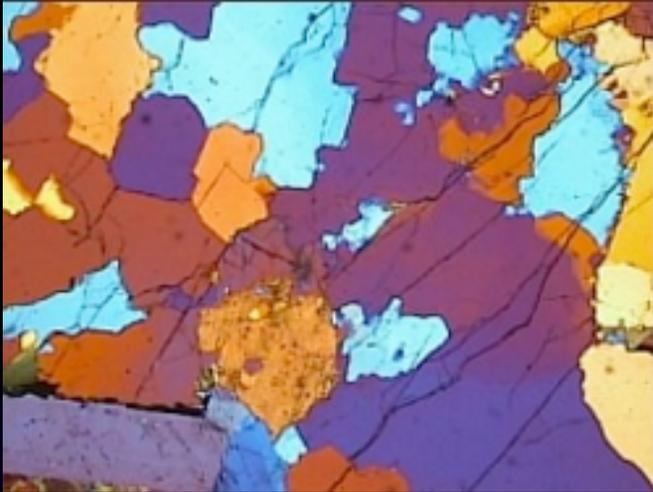
- Minerales isotropos (un n) versus anisótropos (más de un n)
- Doble refracción y birefringencia
- Indicatrices ópticas



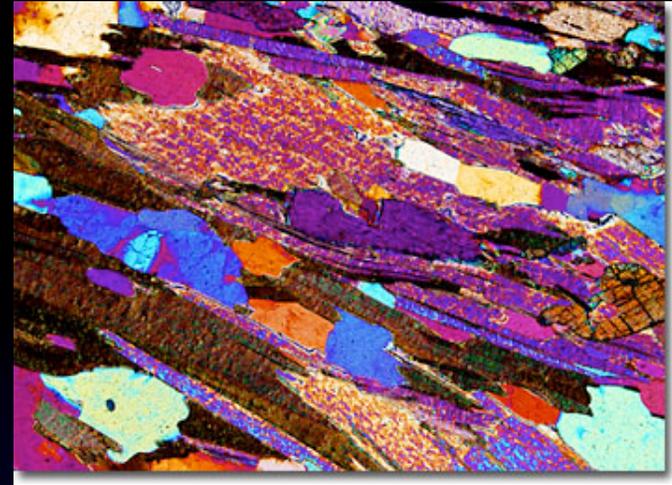
propiedades
mecánicas
frente al stress?

propiedades
mecánicas
frente al stress?



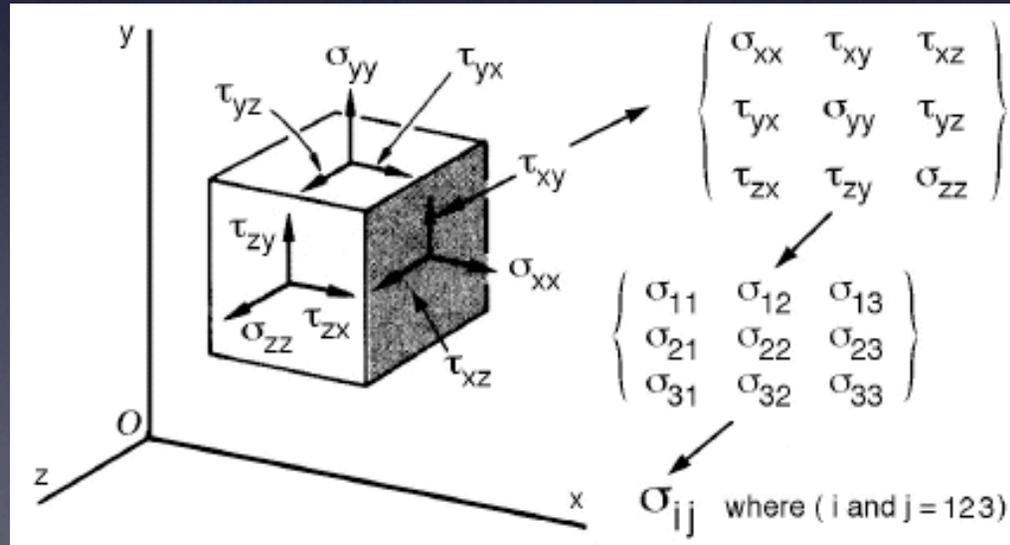


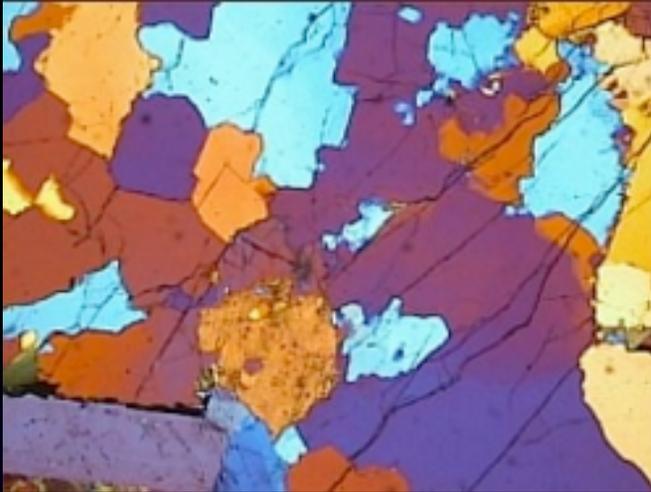
granito



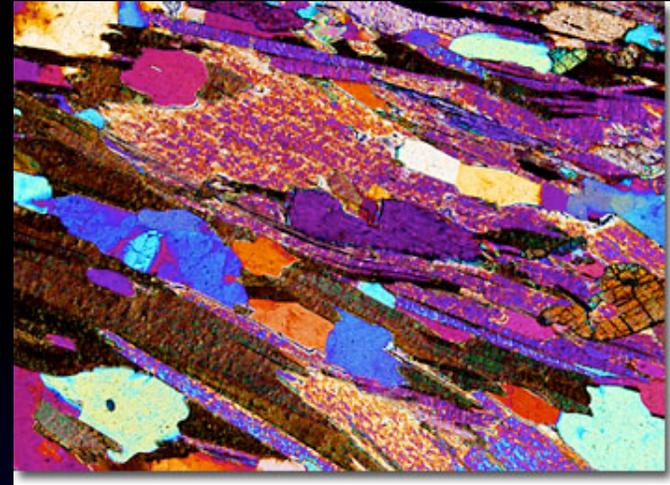
gneiss

cómo escribirían el tensor de esfuerzo?





granito



gneiss

cómo dibujarían el tensor de esfuerzo en 3D?

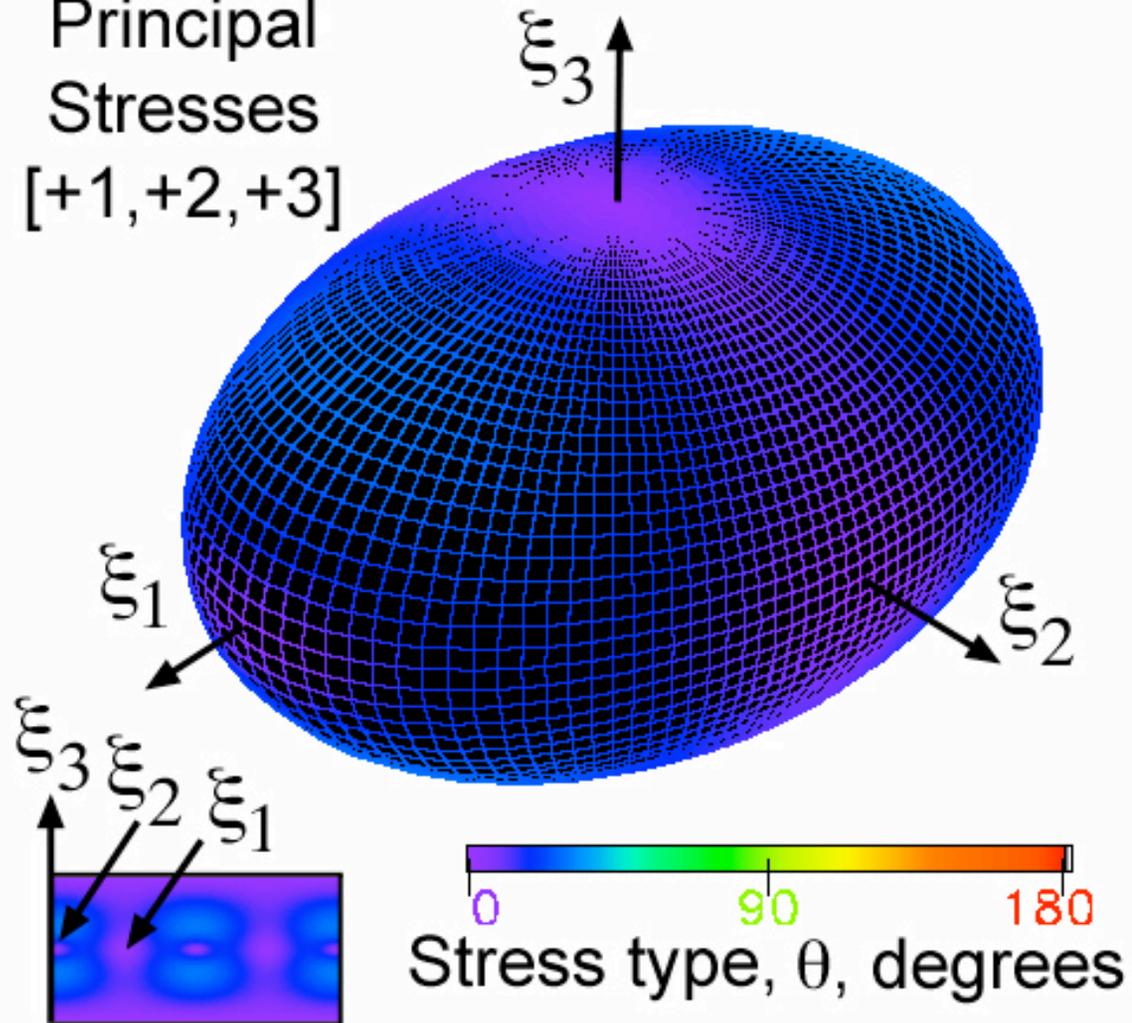
$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33}$$

esfera

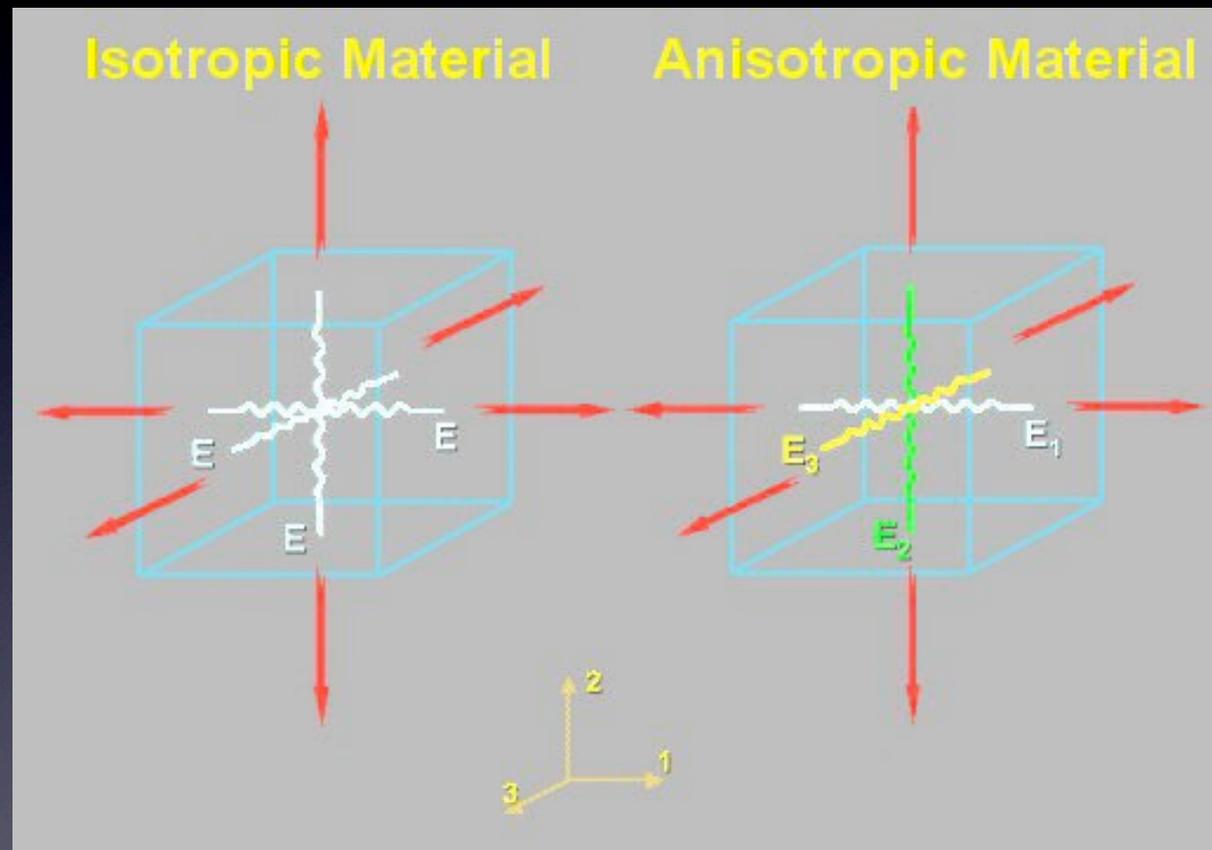
$$\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$$

elipsoide

Principal
Stresses
[+1,+2,+3]



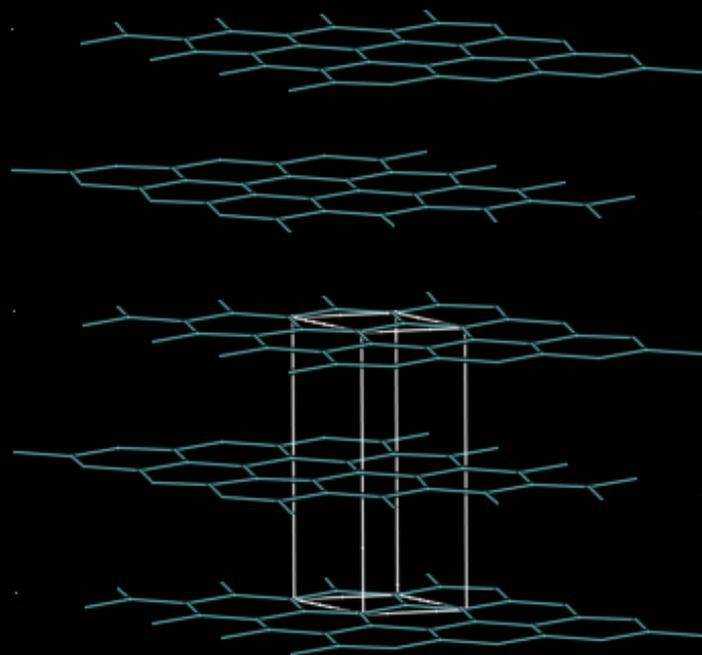
Propiedades mecánicas (stress): Módulo de Young en materiales isótropos y anisótropos



$$\sigma_{ij} = E \varepsilon_{ij}$$

Materiales isótopos y anisótopos

- **Materiales isótopos:** las propiedades son independientes de la dirección
- **Materiales anisótopos:** las propiedades dependen de la dirección



Anisotropía es resultado de la estructura interna

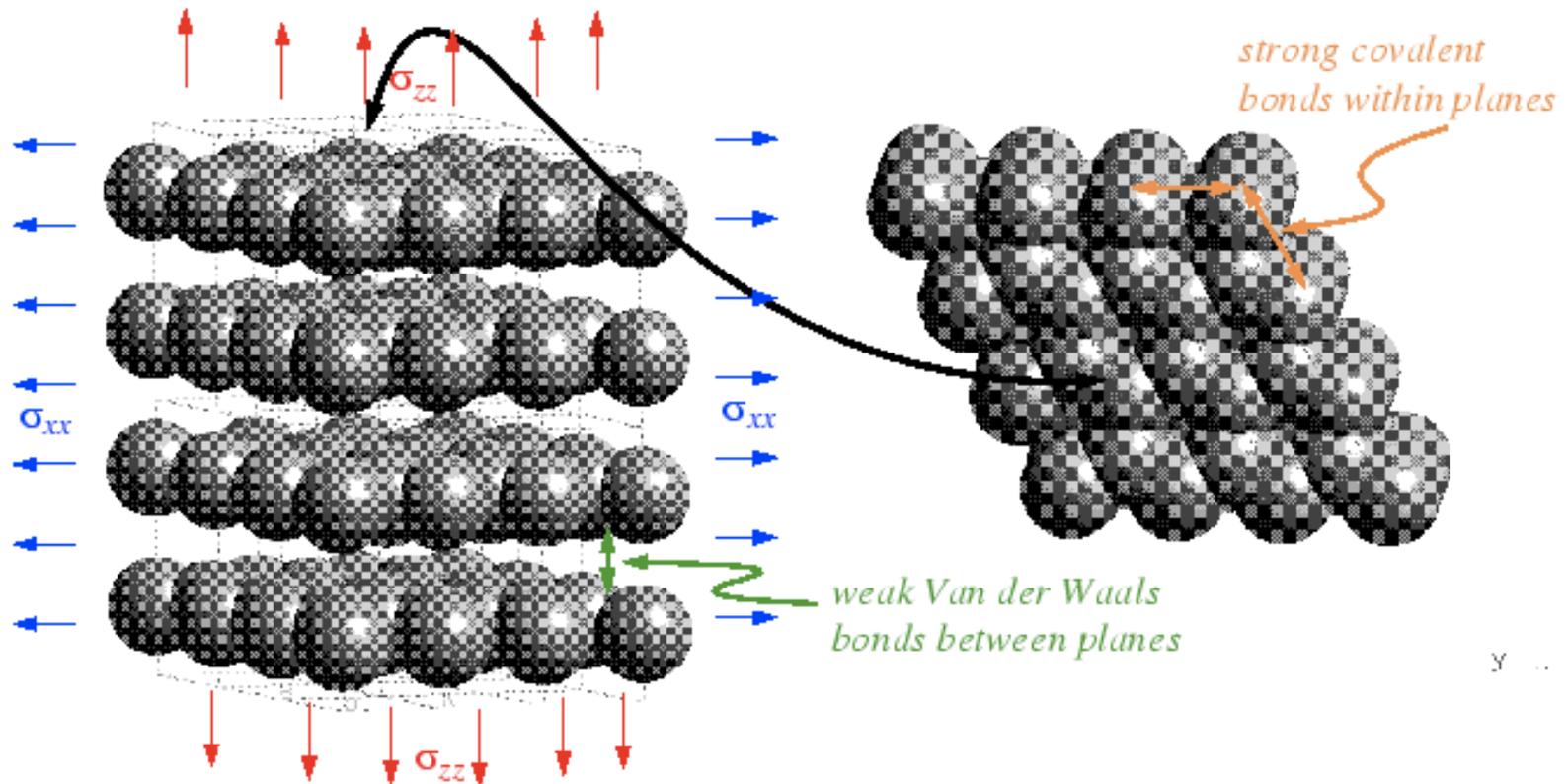


Figure 7-5: Illustration of the effect of applying a stress in two different directions in graphite. Because the deformation will depend on the direction that a particular stress is applied, the elasticity properties will be anisotropic.

luz polarizada



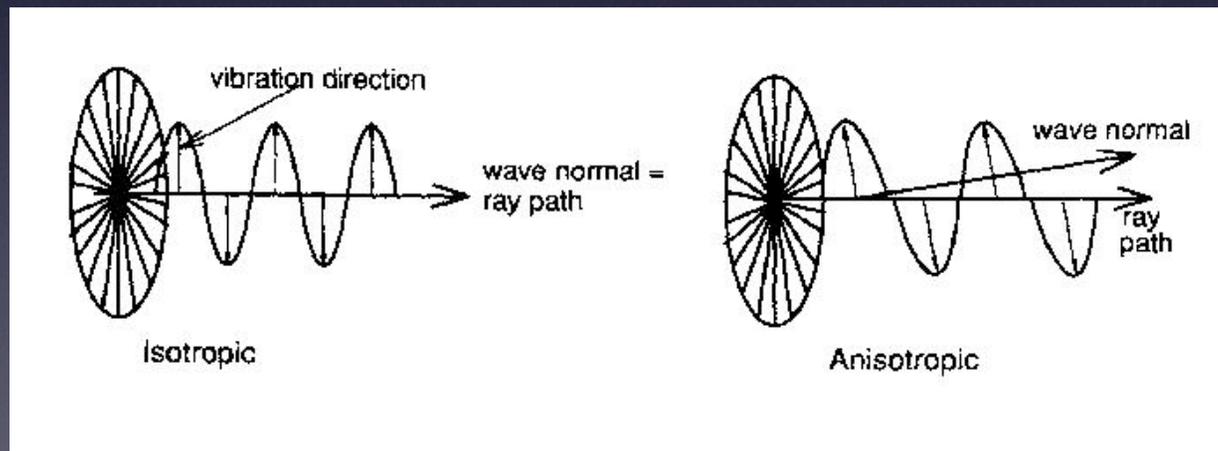
respuesta?



Las propiedades ópticas no son la excepción

Minerales isotrópicos: la velocidad de la luz cambia cuando ingresa al mineral, pero es la misma en todas direcciones

Minerales anisotrópicos: la luz polarizada que ingresa al cristal es separada ("splitting") y reorientada en dos componentes polarizadas que vibran perpendicularmente entre sí y que viajan a distinta velocidad (un rayo "lento" y uno "rápido")



resultado físico medible de la teoría óptica

Birefringencia

Generalmente puede ser definida en términos de la permitividad dieléctrica y el índice de refracción de medio (ambos son tensores), donde $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) = \epsilon$, es decir, el índice de refracción es una medida de la permitividad. Considerando una onda plana que se propaga en un medio anisotrópico, con un tensor de permitividad ϵ :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1)$$

y debe satisfacer las ecs. de Maxwell:

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} (\epsilon \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \cdot \mathbf{E}) = 0 \quad (3)$$

Sustituyendo (1) en ecs. Maxwell (2,3):

$$|\mathbf{k}|^2 \mathbf{E}_0 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0) \mathbf{k} = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon \cdot \mathbf{E}_0) \quad (4)$$

$$\mathbf{k} \cdot (\epsilon \cdot \mathbf{E}_0) = 0 \quad (5)$$

El producto $(\epsilon \cdot \mathbf{E})$ se denomina vector de desplazamiento dieléctrico (D), por ende la birefringencia es resultado de la relación lineal entre el vector de onda (k) y el vector D en un medio anisotrópico

Para encontrar los valores de k (posición de los rayos), \mathbf{E}_0 puede ser eliminado reescribiendo (4) en coordenadas cartesianas, donde x,y,z se eligen en las direcciones de los valores propios de ϵ :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix}$$

Birefringencia

Entonces la ec. (4) será:

$$(-k_y^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2 n_x^2}{c^2})E_x + k_x k_y E_y + k_x k_z E_z = 0$$

$$k_x k_y E_x + (-k_x^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2 n_y^2}{c^2})E_y + k_y k_z E_z = 0$$

$$k_x k_z E_x + k_y k_z E_y + (-k_x^2 - k_y^2 + \frac{\omega^2 n_z^2}{c^2})E_z = 0$$

Y su solución es no-trivial:

$$\det \begin{bmatrix} (-k_y^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2 n_x^2}{c^2}) & k_x k_y & k_x k_z \\ k_x k_y & (-k_x^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2 n_y^2}{c^2}) & k_y k_z \\ k_x k_z & k_y k_z & (-k_x^2 - k_y^2 + \frac{\omega^2 n_z^2}{c^2}) \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

Entonces (multiplicando y reordenando), obtenemos:

$$\frac{\omega^4}{c^4} - \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{n_z^2} + \frac{k_x^2 + k_z^2}{n_y^2} + \frac{k_y^2 + k_z^2}{n_x^2} \right) + \left(\frac{k_x^2}{n_y^2 n_z^2} + \frac{k_y^2}{n_x^2 n_z^2} + \frac{k_z^2}{n_x^2 n_y^2} \right) (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = 0$$

(7)

Birefringencia

Para un material anisotrópico **uniaxial** (sistemas tetragonal, hexagonal y ortorrómbicos), tenemos que $n_x=n_y \neq n_z$ (índices de refracc.), por lo que la ec. 7 se puede factorizar:

$$\left(\frac{k_x^2}{n_o^2} + \frac{k_y^2}{n_o^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(\frac{k_x^2}{n_e^2} + \frac{k_y^2}{n_e^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0 \quad (8)$$

ec. esfera

ec. elipse

Cada factor de la ec. 8 define una superficie en el espacio de vectores k (la “superficie de los vectores normales”). El primer factor define una esfera y el segundo una elipse, por ende **para cada dirección (normal) se permiten dos vectores k** . Los valores de k en la esfera corresponden a los rayos ordinarios y los valores de k en la elipse corresponden a los rayos extraordinarios.

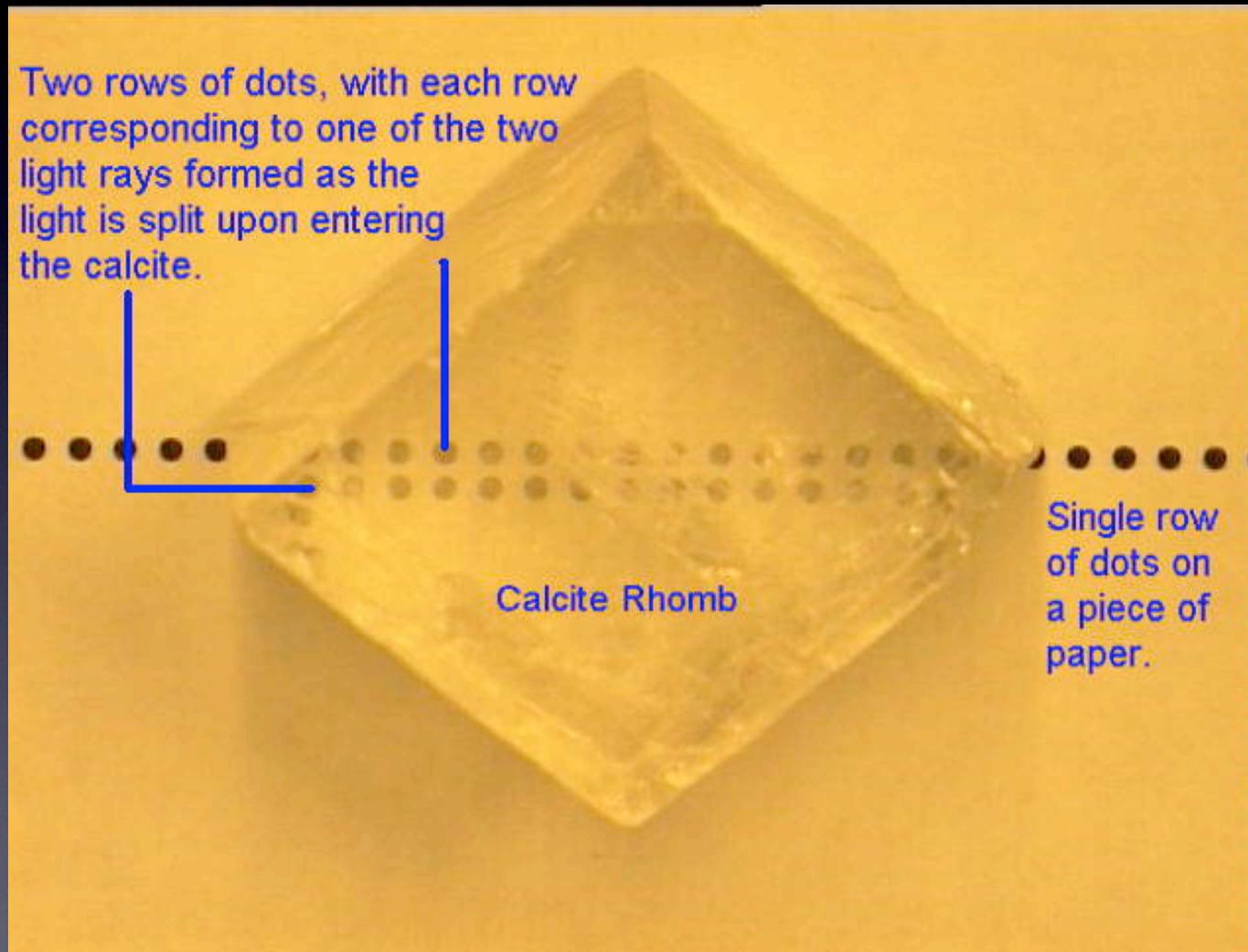
Para un material anisotrópico **biaxial** (sistemas tricínico y monoclinico) la factorización es más compleja.

La **birrefringencia**, entonces, se mide en términos de la rotación de ambos rayos:

$$\mathbf{n} = \mathbf{R}(\chi) \cdot \begin{bmatrix} n_1 & 0 \\ 0 & n_2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}(\chi)^T$$

En vez de especificar el tensor completo de rotación (\mathbf{n}), lo que se especifica es la magnitud de la birrefringencia como $\Delta n = n_2 - n_1 = n_e - n_o = n_{\text{extraordinario}} - n_{\text{ordinario}}$

Anisotropía óptica: la doble refracción (birefringencia) de la calcita



Cuando la luz entra en un mineral anisótropo la luz se divide en dos rayos, viajando cada uno a través del cristal siguiendo caminos ligeramente distintos, con velocidades distintas e índices de refracción ligeramente diferentes.

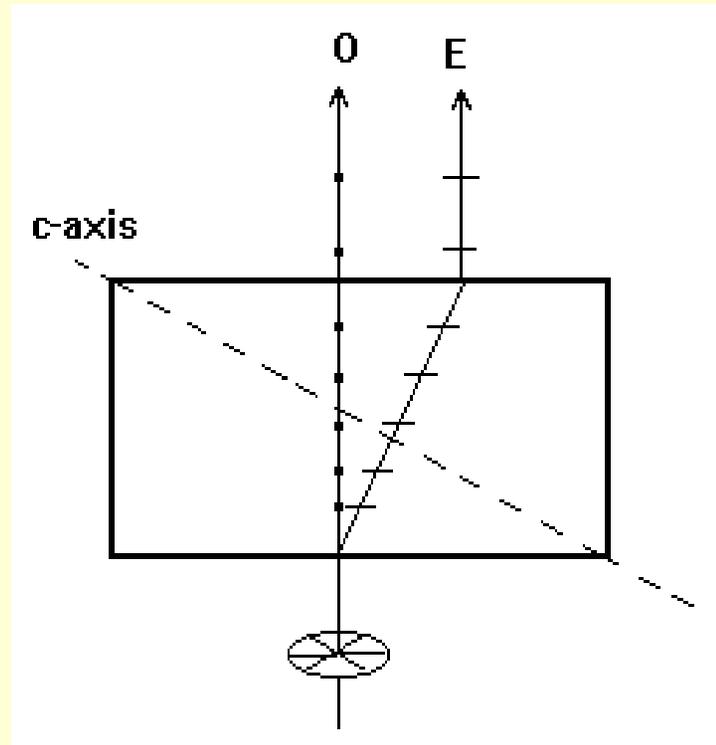


Fig 6-8 Bloss, Optical Crystallography, MSA

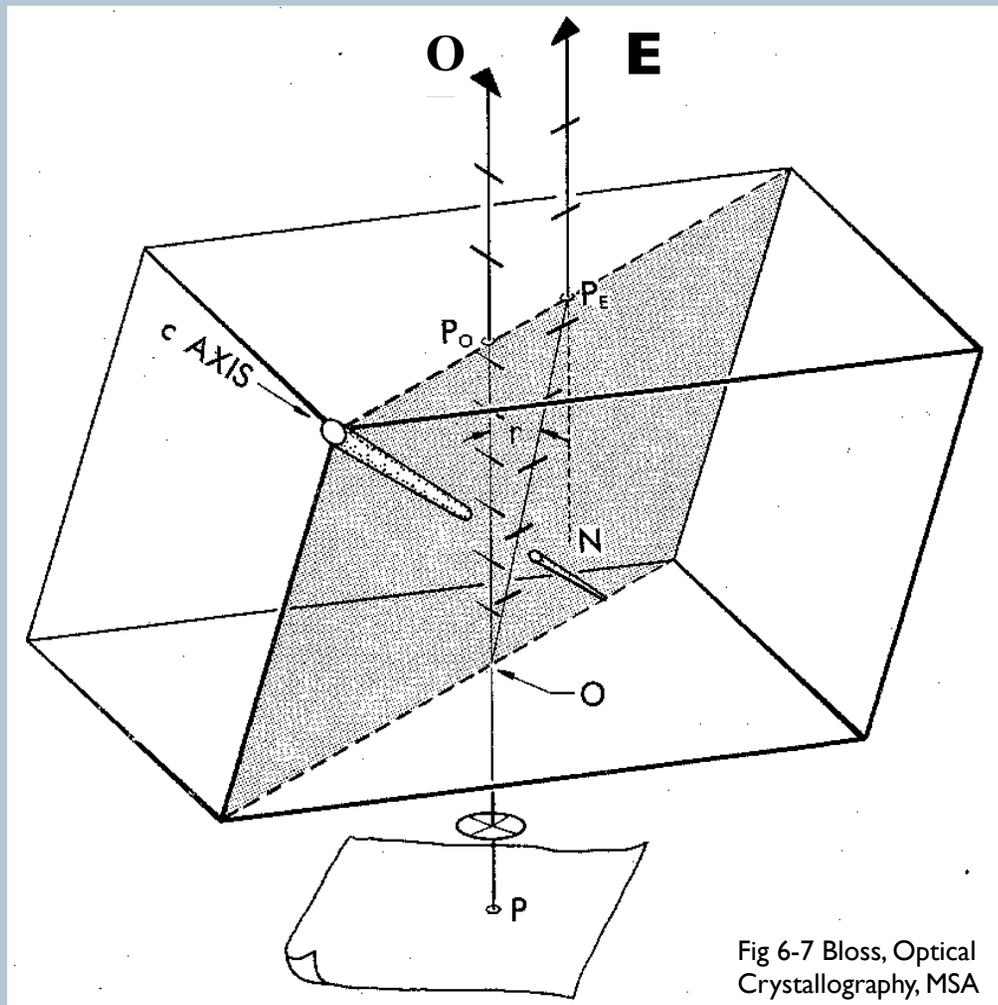
$$n_{\text{lento}} - n_{\text{rapido}} = \text{Birrefringencia aparente} = \delta' ; 0 \leq \delta' \leq \text{máximo}$$

Birrefringencia máxima = δ , propiedad diagnóstica de los minerales

Cristales Anisótropos

Experimento de la calcita y **doble refracción**

Erasmus Bartholinus 1669



Fresnel y Arago (1811)

rayo O, ω (Ordinario)

Sigue recto

Vibra \perp al plano que contiene al rayo O y al eje c ("eje óptico")

rayo E, ϵ (Extraordinario)

Es deflectado

Vibra **en el** plano que contiene al rayo y al eje c

Ambos rayos vibran paralelos a la superficie de incidencia para luz incidente normal, así la interfase que corta la indicatriz es siempre válida, aún para el rayo E

Desde ahora trataremos estos dos rayos como colineales

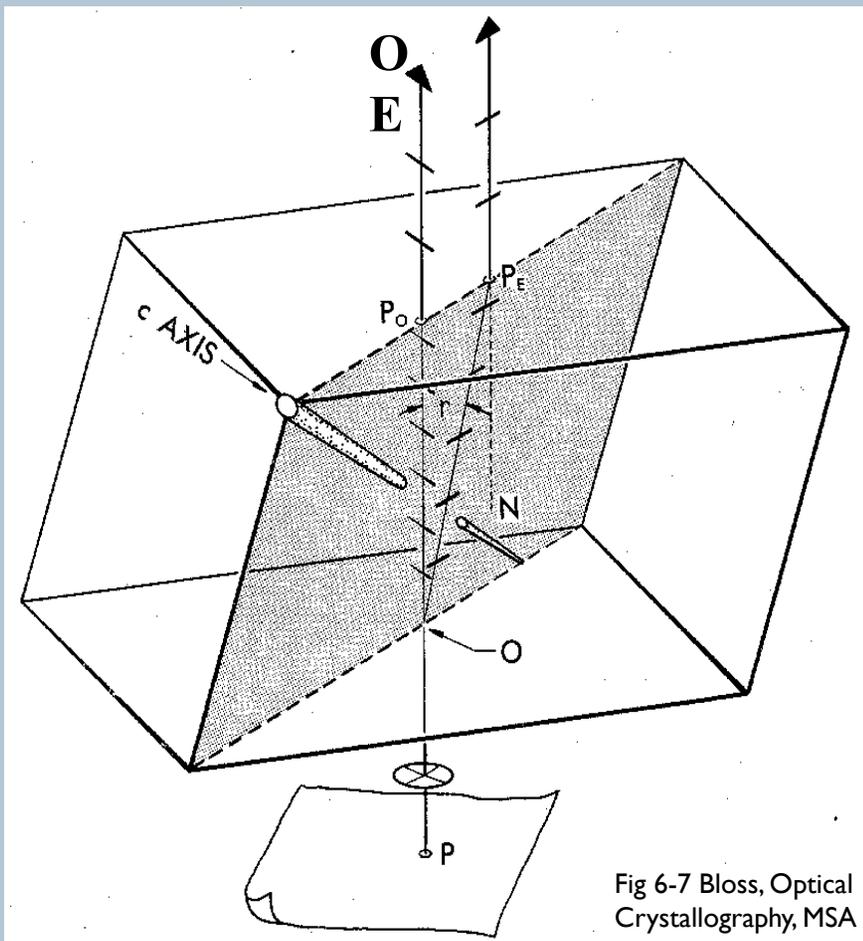


Fig 6-7 Bloss, Optical Crystallography, MSA

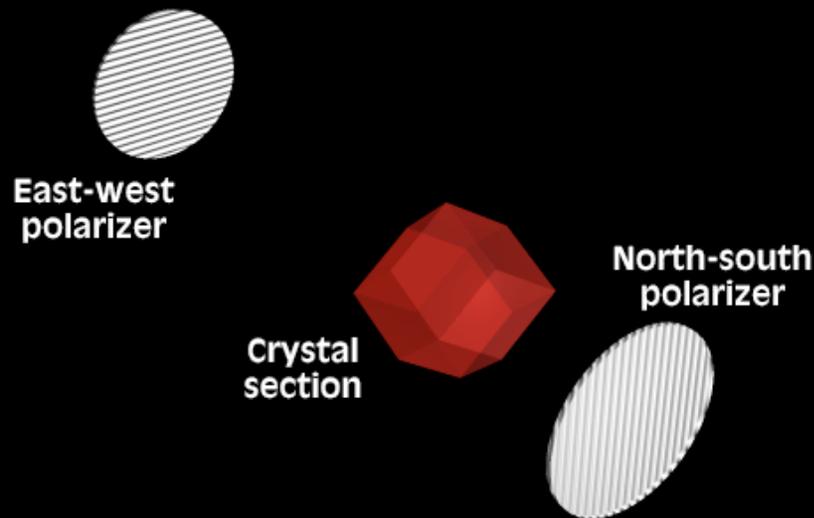
IMPORTANTE: Un rayo de luz dado que penetra en un cristal anisótropo queda restringido a sólo 2 direcciones de vibración (mutuamente perpendiculares), llamadas direcciones privilegiadas

Cada rayo tiene un índice de ref. distinto :

$$\omega = n_{\omega} \text{ (ind. ref. del rayo O)}$$

$$\varepsilon = n_{\varepsilon} \text{ (ind. ref. del rayo E)}$$

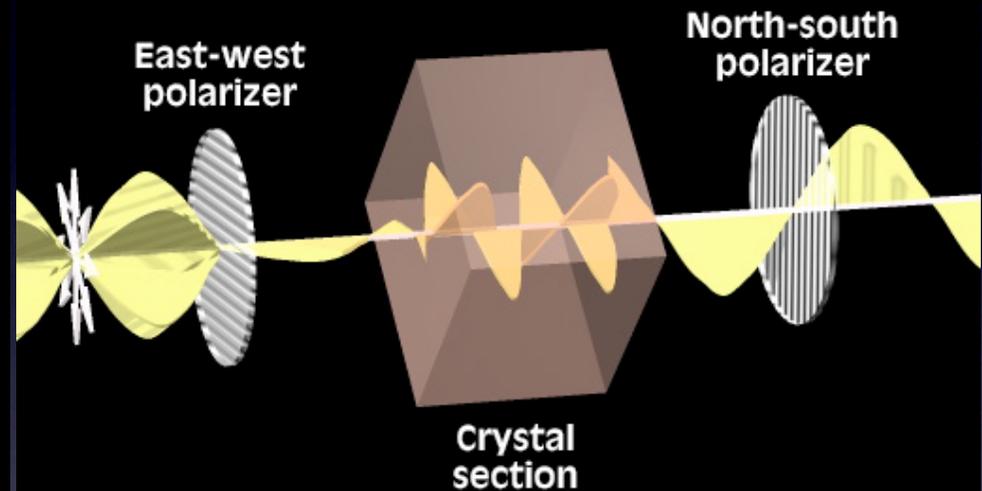
Cristales isotrópicos



“todo lo que entra sale igual”

Cristales anisotrópicos

2 rayos colineales



“la luz se divide en 2, un rayo lento y otro rápido, cuyas direcciones de vibración son perpendiculares entre sí”

La pregunta es:

cómo podemos realizar una abstracción simple de las propiedades ópticas de los minerales, que permita obtener información útil de identificación, en forma fácil y rápida?

La respuesta:
indicatrices ópticas

- Sirve para explicar como el índice de refracción (n_i) de un material varía con la dirección de vibración de la onda luminosa.
- Infinitos vectores radiando desde el centro
- El largo de cada vector es proporcional a n_i para la luz que vibra en la dirección del vector

Indicatriz = es la superficie que conecta todos los extremos de esos vectores.

Minerales isótopos: sistema cúbico

Experimento:

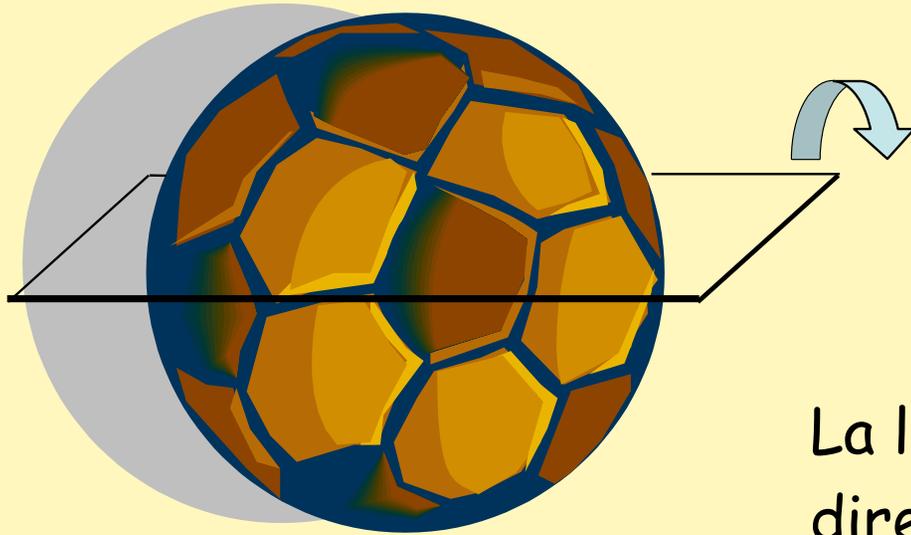
Considerar un mineral isotrópico (e.j granate)



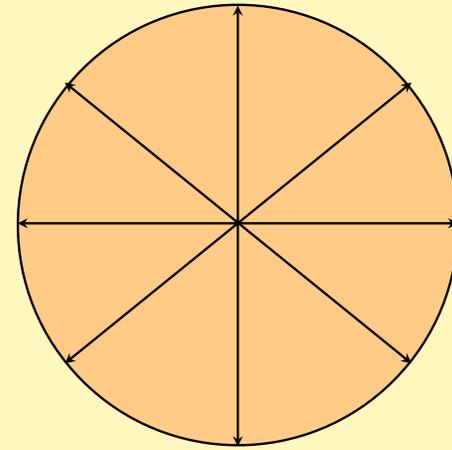
Imaginar una fuente puntual de luz en el centro del granate. Prender la fuente por un tiempo x , luego mapear en 3D la distancia recorrida por la luz en ese tiempo

Cuál sería la forma geométrica que definiría el conjunto de trayectorias?

La indicatriz isótropa



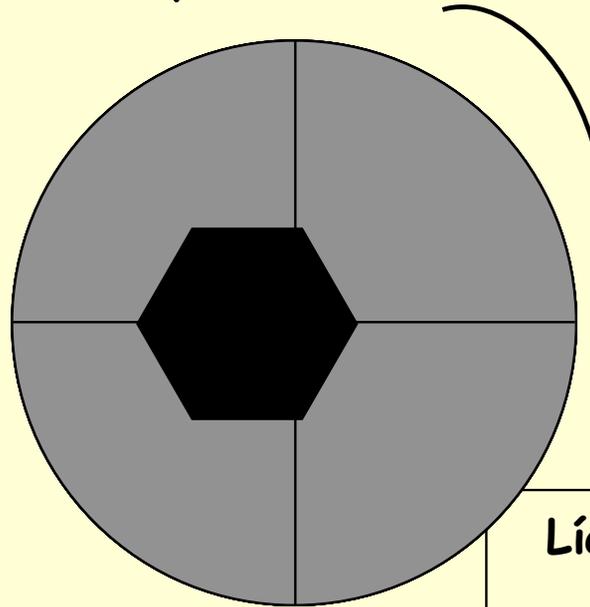
Balón de
fútbol



La luz viaja en todas direcciones con la misma velocidad por ende n es el mismo en todo el espacio. La birrefringencia es:

$$\delta = n_{hi} - n_{lo} = 0 = \text{extinción}$$

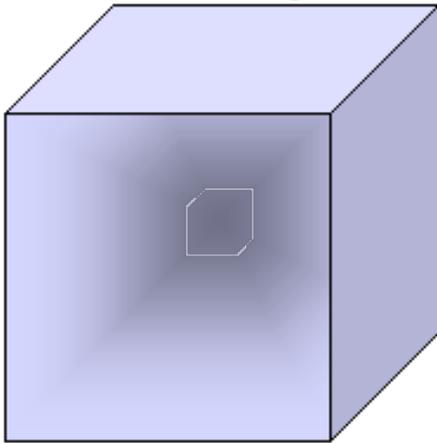
Entonces: en cualquier material **isótropo** (indicatriz esférica), cuando se inserta el analizador (= "nícoles cruzados- o "XPL") no hay paso de luz → **extinción**, aún cuando se rote la platina



El campo gris debería tb estar extinto (el vidrio y el epoxi de la sección son tb son isótropos), pero se ha dejado más clara para ilustración

Líquidos, gases, sólidos amorfos como el vidrio, y minerales isótropos (sistema cúbico) permanecen oscuros en cualquier orientación

Cubic system



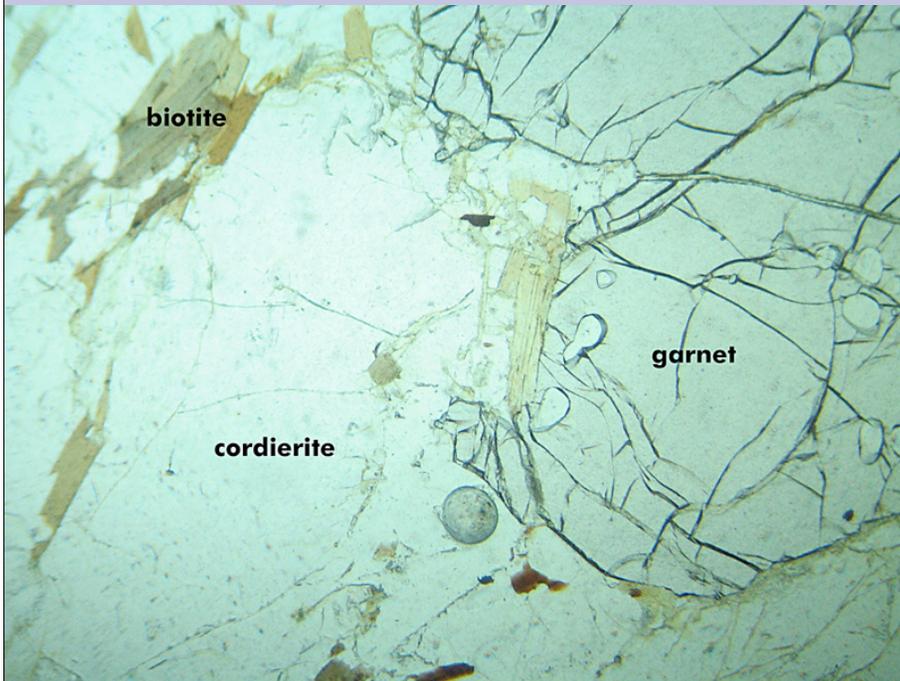
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$
$$a = b = c$$



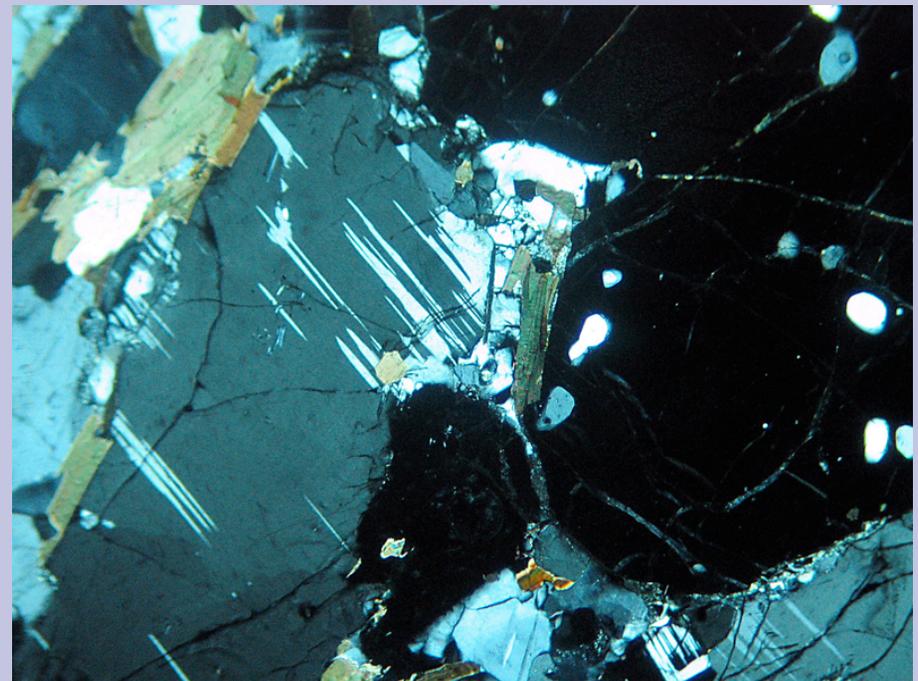


cómo vemos el granate en el microscopio?

LPP



XPL (NC)



Minerales anisótrpos 1: sistemas tetragonal y hexagonal



cuarzo



calcita

Hagamos el mismo experimento....

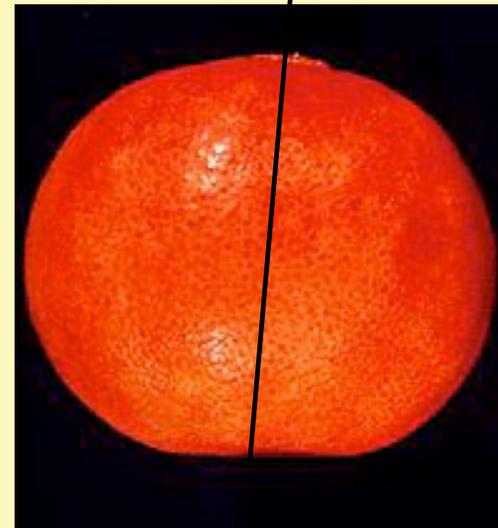


Indicatriz uniaxial



Spaghetti squash = uniaxial (+)

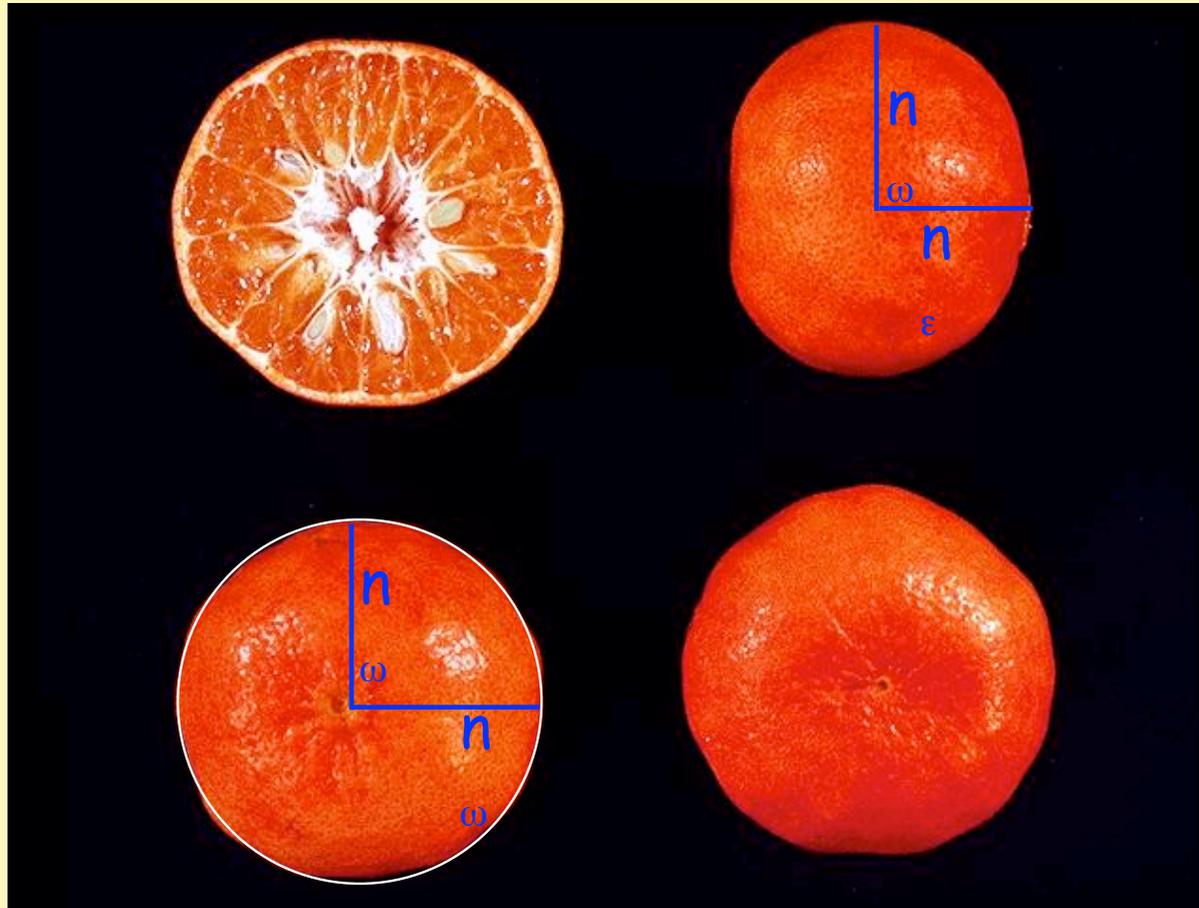
cuarzo



tangerina = uniaxial (-)

calcita

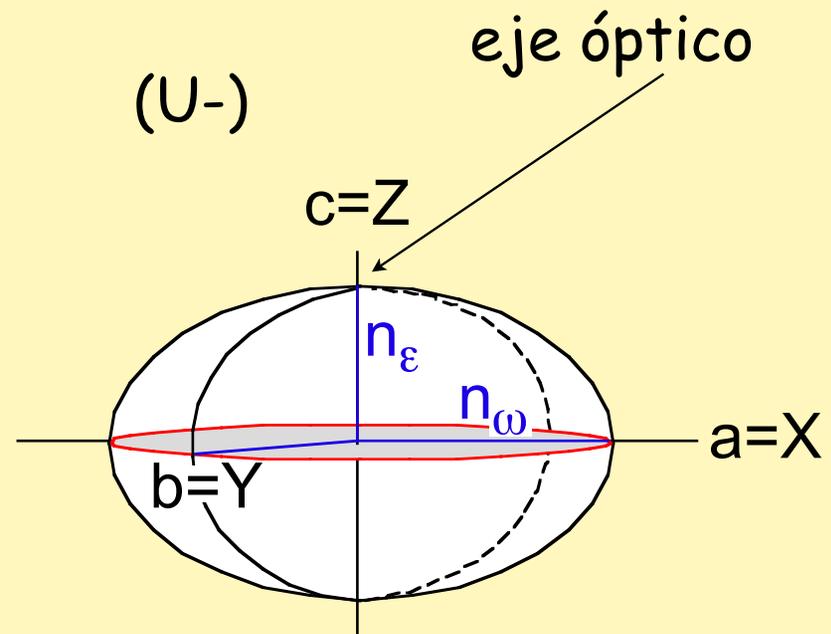
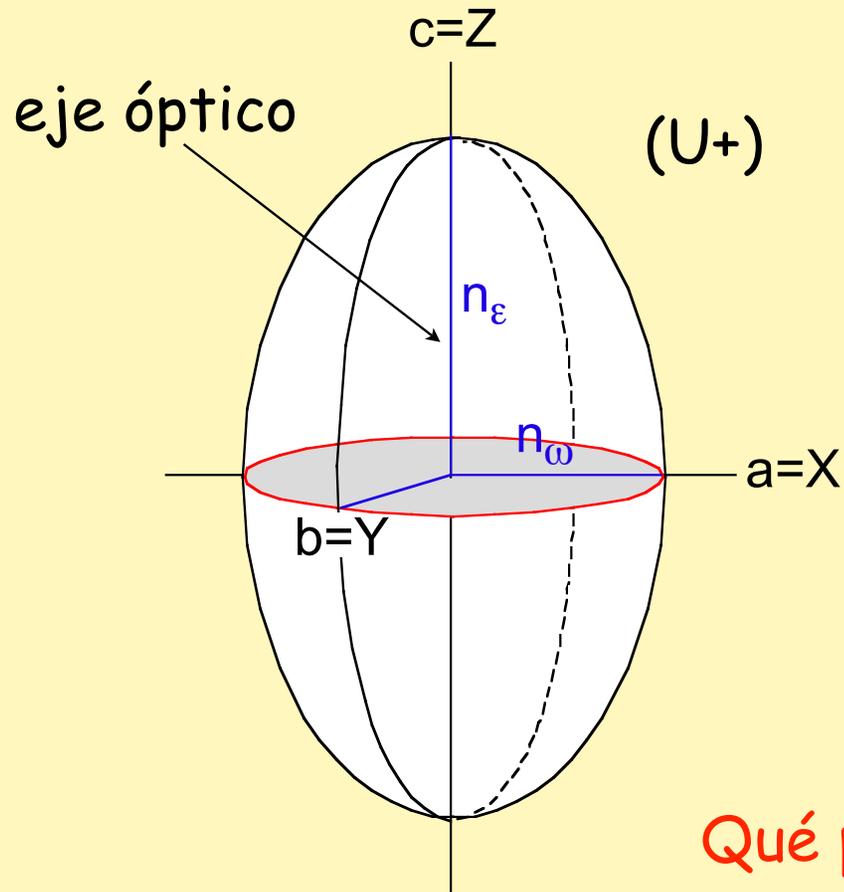
Indicatriz uniaxial



Existe una sección circular perpendicular

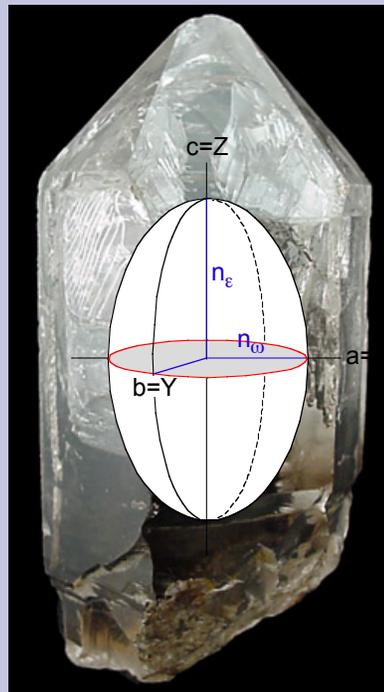
Indicatriz uniaxial

(elipsoide de revolución, 1 eje óptico//c)

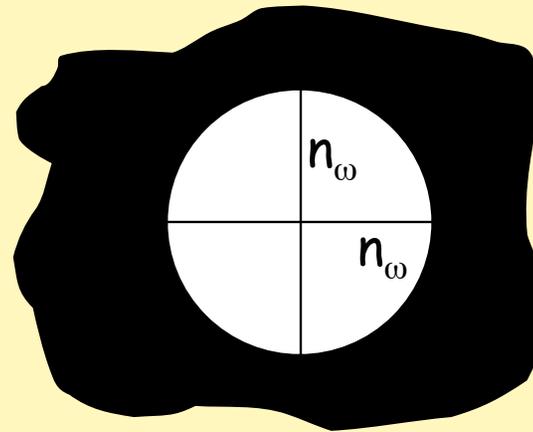
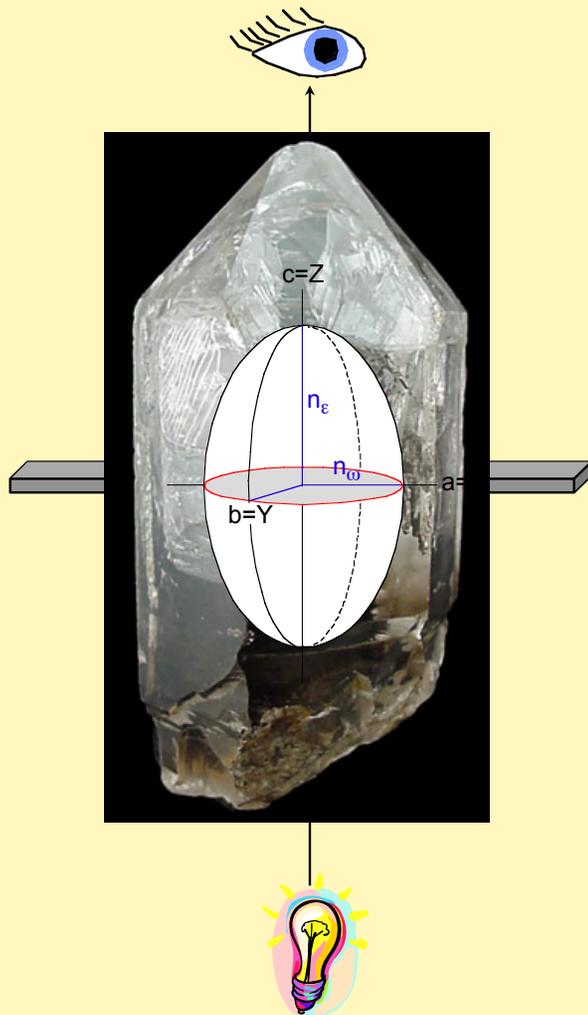


Qué pueden decirnos las indicatrices acerca de las propiedades ópticas de los minerales?

Ubicar la indicatriz óptica "dentro del mineral"



Propaguemos la luz a lo largo del eje c del cuarzo, veamos cómo se ve en la indicatriz la sección perpendicular a c



$$n_o - n_o = 0$$

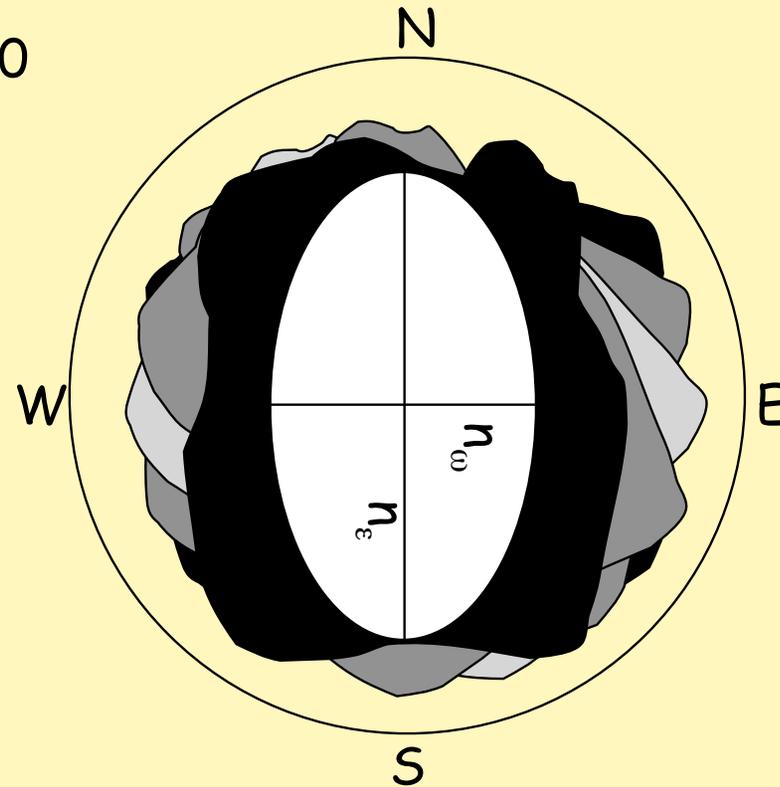
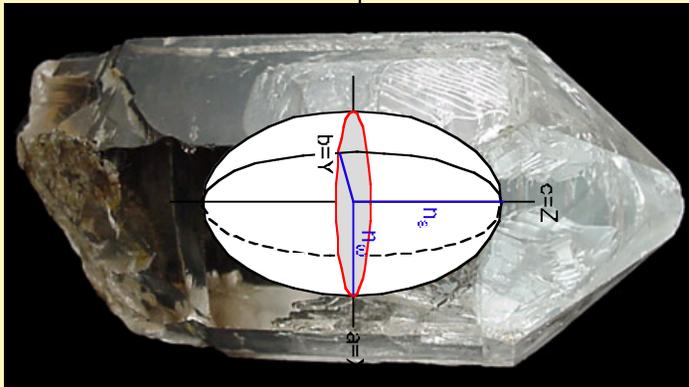
entonces, $\delta=0$: el grano se ve negro, extinción

(idem al caso isotrópico)

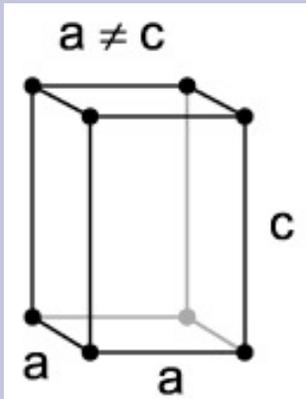
Ahora propaguemos la luz perpendicular al eje c



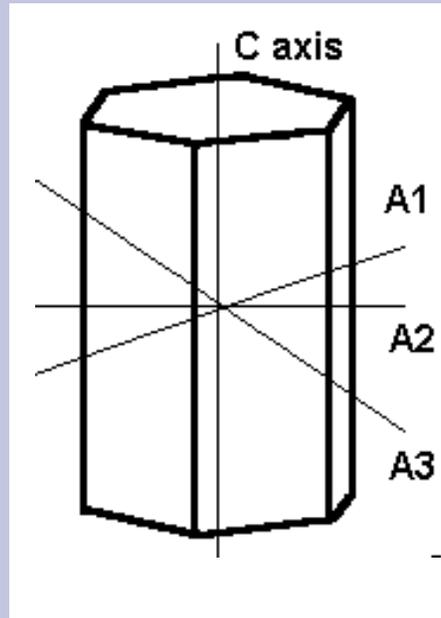
$n_{\varepsilon} - n_{\omega} > 0$
therefore, $\delta > 0$



Esta orientación indica la máxima birefringencia del cuarzo



circón



apatito



Minerales anisótropos 2:
sistemas ortorómbico, monoclinico y triclinico



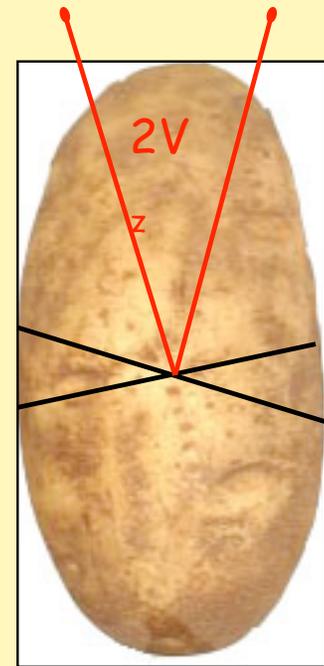
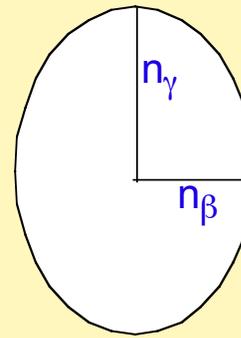
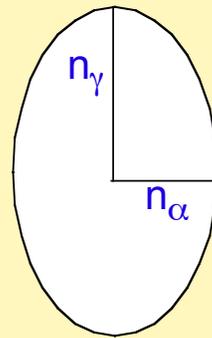
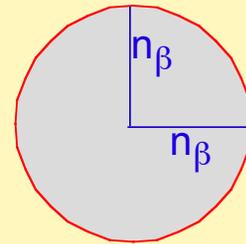
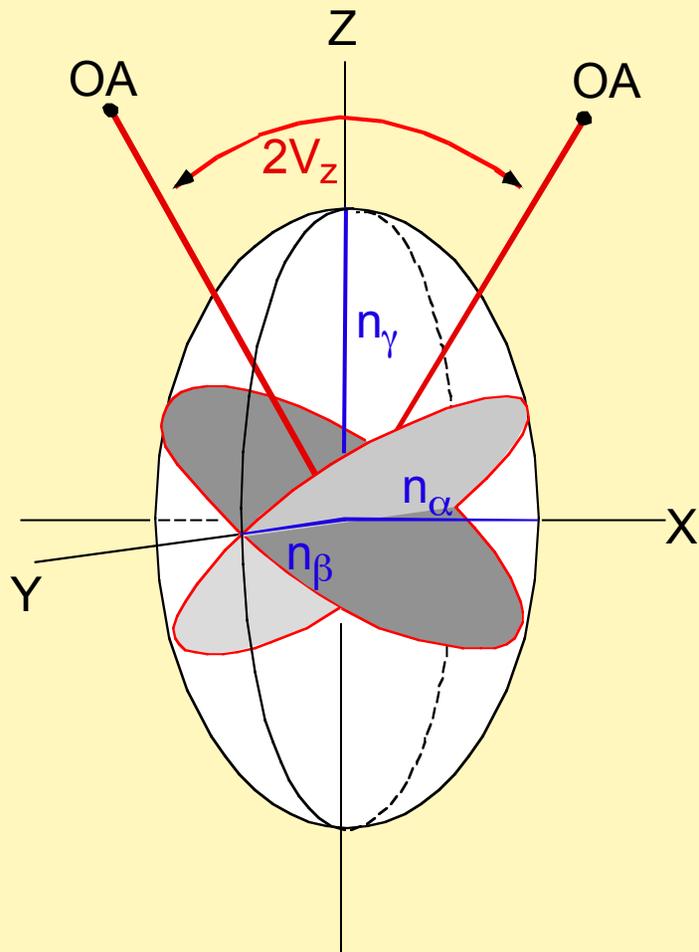
clinopiroxeno



feldespato

Ahora las cosas se complican....

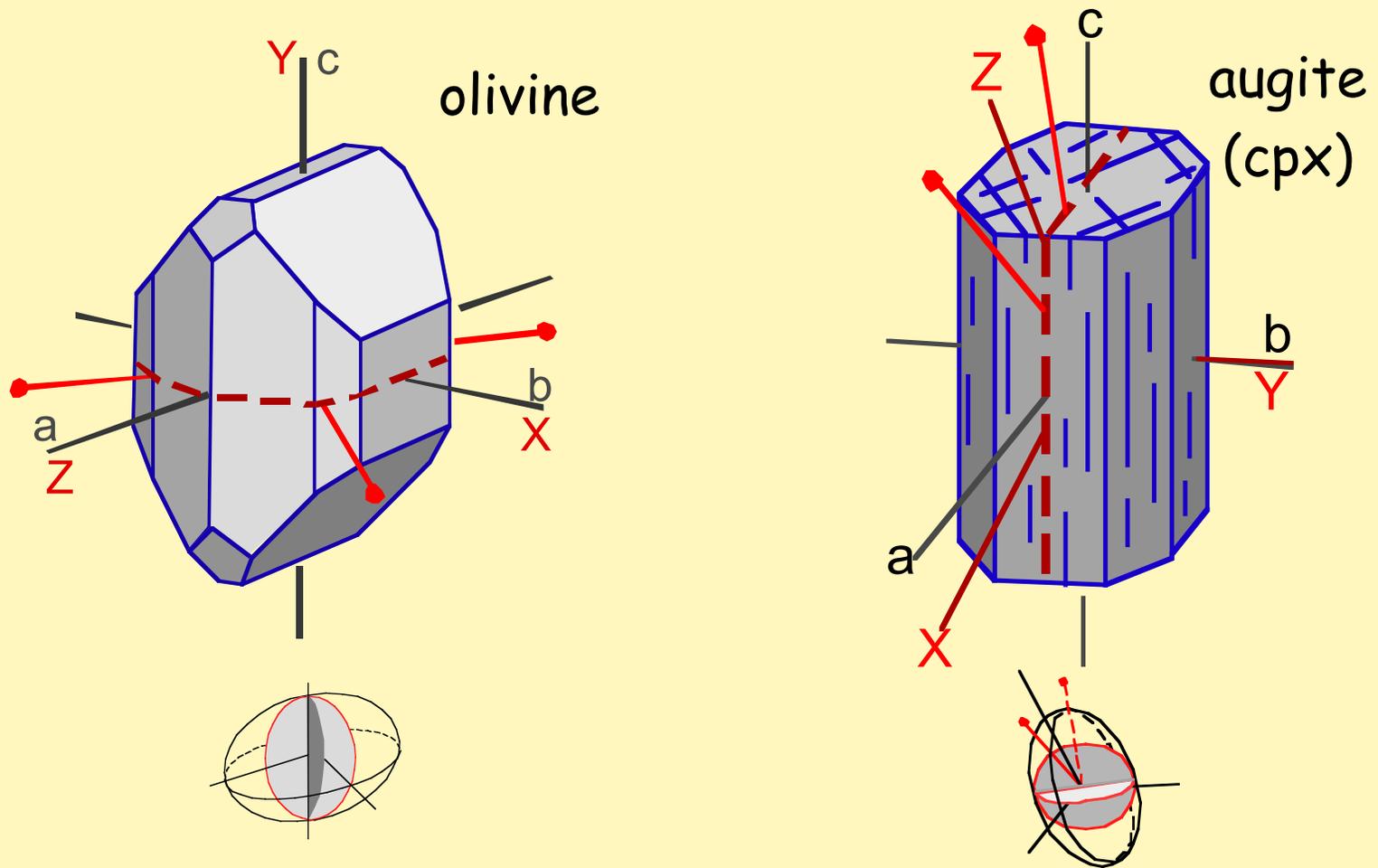
Indicatriz biaxial (elipsoide, 2 ejes ópticos)



la papa!

Existen dos formas de obtener una sección circular...

Alas, the potato (indicatrix) can have any orientation within a biaxial mineral...



existen algunas generalizaciones...

La "papa" tiene **3 ejes principales, perpendiculares** de diferente largo - por ende, necesitamos 3 índices de refracción

dirección X = n_{α} (más bajo)

dirección Y = n_{β} (intermedio)

dirección Z = n_{γ} (más alto)

- **S. ortorrómbico**: los ejes de la indicatriz coinciden con los ejes cristalográficos
- **S. monoclinico**: eje Y coincide con uno de los ejes crist.
- **S. triclinico**: ninguno de los ejes coincide con los ejes. crist.

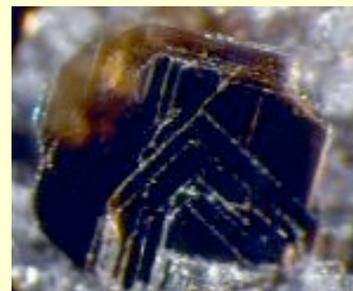
www.webmineral.com, www.mindat.org

Optical Properties of Andradite

Isotropic, $n=1.87-1.89$.



Optical Properties of Biotite



Biaxial (-), $a=1.565-1.625$, $b=1.605-1.675$, $g=1.605-1.675$,
 $bire=0.0400-0.0500$, $2V(\text{Calc})=0$, $2V(\text{Meas})=0-25$.

Optical Properties of zircon

Uniaxial (-), $e=1.92-1.96$, $w=1.967-2.015$,
 $bire=0.0470-0.0550$.



• Ray diagram for compound microscope

• Optical instruments: virtual image

Optics 4 VII-7
Advanced (2) VII-3

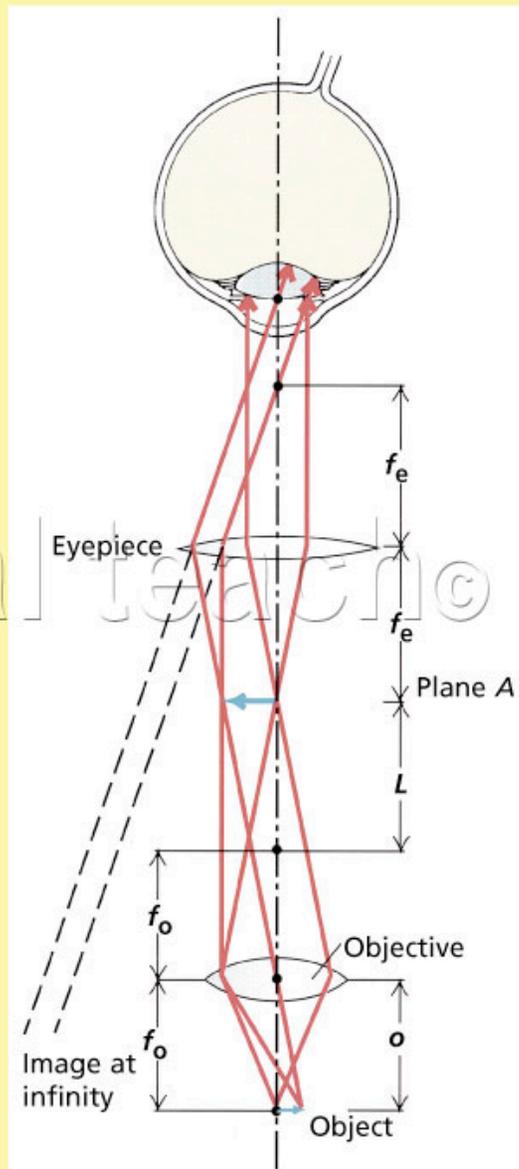
Explain why this microscope really enlarges the image on the retina of the eye.

How many times does the first lens (the objective) enlarge the object? Make an estimate.

How many times is the image enlarged when it is projected in the back of your eye? Make a guess.



In order to increase the angular magnification (compared to e.g. a magnifying glass) optical instruments like the compound microscope use an extra lens to "pre-magnify" the object.



A4 VII-7

English
CPXXV-F4
JC124

