Pauta auxiliar 7

Termodinámica FI2004-3

Profesora: María Teresa Garland

Auxiliares: Paloma Pérez, Claudia Solervicens.

7 de mayo del 2012

Problema 1

Calcular la variación de entropía de un:

Solución

1. Proceso isocórico

   Para procesos cuasiestáticos:

   $$dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow dQ = TdS$$

   De la primera ley, tenemos

   $$dQ = dU + PdV \tag{1}$$

   Sin embargo al ser un proceso isocórico:$dV = 0 \Rightarrow dQ = dU$ En general, uno puede definir la energía interna U como $U = U(T, V)$

   $$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

   Como $dV = 0$

   $$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = C_V dT$$

   $$dQ = C_V dT$$

$$TdS = C_V dT$$
$$dS = C_V \frac{dT}{T}$$
$$\Delta S = \int C_V \frac{dT}{T}$$

2. Fuente calórica

   Proceso cuasiestático: $dQ = TdS$ Una fuente calórica absorbe o entrega calor a una temperatura constante T_0, independiente del calor cedido u absorbido (siempre mantiene a un sistema a la misma temperatura). El sistema interactúa con la fuente

   $$Q_{fuente} = -Q_{sistema}$$
   $$\Delta S_{fuente} = \frac{-Q_{sistema}}{T_0}$$

3. Expansión libre adiabática

   Este proceso no es cuasiestático, por lo tanto debemos aproximarlo a uno que lo sea.

   Expansión libre $\Rightarrow W = 0, P_{ext} = 0$

   Proceso adiabático $\Rightarrow Q = 0$

   Por lo tanto $\Delta U = 0$ Tenemos conservación de la energía interna, y el proceso cuasiestático que cumple con esta condición es el isotérmico. Para este tipo de procesos, tenemos que:

   $$dQ = PdV, dU = 0$$

   Reemplazando $P = \frac{nRT}{V}$ Se tiene

   $$dQ = nRT\frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S = nRln\left(\frac{V_f}{V_i s}\right)$$

4. El enfriamiento de una masa de gas ideal desde T_1 hasta T_2 (T_2, temperatura de una fuente)

   Proceso irreversible: El calor no puede pasar de un sistema frío hacia un sistema de mayor temperatura:

- Variación de entropía de una fuente:

$$\Delta S_{fuente} = \frac{-C_V(T_2 - T_1)}{T_2}$$

- Variación de entropía del gas (proceso no cuasiestático):

  Como se trata de un proceso no cuasiestático, es necesario aproximarlo a uno. En este caso a una serie de procesos cuasiestáticos, que corresponderá a poner en contacto una serie de fuentes de temperaturas decrecientes. Tomemos N series.

$$\Delta S = \int \frac{Q_{rev}}{T} = \int \frac{C_V dT}{T} = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{C_V dT}{T}$$

  Esta aproximación nos permite obtener:

$$\Delta S = C_V ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

  Por lo tanto la entropía en el universo es:

$$\Delta S^* = \frac{-C_V(T_2 - T_1)}{T_2} + C_V ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Problema 2

Se tiene un gas ideal de volumen constante y a una temperatura igual a T_G, en contacto con una fuente a temperatura $T_F < T_G$. Calcular la entropía del universo.

Solución

Usando el resultado del proceso (4), de la pregunta 1:

$$\Delta S^* = \frac{C_V(T_G - T_F)}{T_F} + C_V ln\left(\frac{T_F}{T_G}\right)$$

Problema 3

Considere un neumático de volumen V_0 que funciona a una presión P_0 y estando a T_0 se revienta. Considerando que el aire externo está a una presión P_{ext} y una temperatura T_{ext}, se desea calcular la variación de la entropía del aire que estaba en el neumático y de los alrededores debido a la explosión.

<u>Solución</u>

Como se trata de un proceso no cuasiestático, se requiere aproximarlo a uno. Para este caso, podemos descomponer este proceso en 2 procesos cuasiestáticos: uno isocórico y otro isobárico.

- Condición inicial: $P_0V_0 = nRT_0$
- Condición final: $P_2V_2 = nRT_2$
- Condición intermedia:$P_1V_1 = nRT_1$

Del siguiente gráfico se desprende que: $P_1 = P_2 = P_{ext}$, y $V_1 = V_0$. Por lo tanto, es posible definir las temperaturas en cada punto a partir de la ley de los gases ideales.

1. Proceso a V constante:

   Todo proceso cuasiestático satisface: $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$, con ello

$$dQ = C_v dT$$

$$\Rightarrow \Delta S_V = \int_{T_0}^{T_1} C_V \frac{dT}{T} = C_V ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$$

2. Proceso a P constante:

$$dQ = C_P dT$$

$$\Delta S_P = \int_{T_1}^{T_2} C_P \frac{dT}{T} = C_P ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

   Alternativamente:

$$dQ_2 = C_V dT + \frac{nRT}{V} dV$$

$$\Delta S_P = \int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} + nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= C_V ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nRln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

La suma de ambos procesos, isocórico e isobárico me entrega la varición total de entropía en el proceso completo.

$$\Delta S_{total} = \Delta S_P + \Delta S_V$$