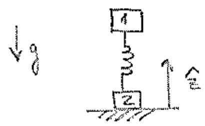
Pauta Ej 4 - 2012 　　　　Aux : Belén Zúñiga

(a)




$m\ddot{z}_1 = -mg - k(z_1 - z_0)$

Cambio de variable : $\boxed{\begin{array}{l} z = z_1 - z_0 + \frac{mg}{k} \\ \dot{z} = \dot{z}_1 \ ; \ \ddot{z} = \ddot{z}_1 \end{array}}$

$\rightarrow \quad m\ddot{z} = -kz$

Ansatz : $z = A\cos(\omega t + \phi)$ , $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , $A, \phi$ constantes por determinar.

Condiciones iniciales. $\dot{z}_1(0) = 0 = -A\omega \sin(\omega 0 + \phi) = -A\omega\sin\phi \Rightarrow \phi = 0$

$z_1(0) = z_0 - (1+\beta)\frac{g}{\omega^2} \underset{\text{[VOLVÍ A VARIABLE ORIGINAL]}}{=} z(0) + z_0 - \frac{mg}{k} = A + z_0 - \underbrace{\frac{mg}{k}}_{\frac{1}{\omega^2}} \Rightarrow A = \frac{g}{\omega^2} - (1+\beta)\frac{g}{\omega^2} = ]$

Así, $\boxed{z_1(t) = -\frac{\beta g}{\omega^2}\cos(\omega t) + z_0 - \frac{mg}{k}}$ //

(b) Dado que forman "virtualmente" un par ACCIÓN-REACCIÓN, $\vec{F}_1^{(RES)} = -\vec{F}_2^{(RES)}$

$\vec{F}_1^{(RES)} = -k(z_1 - z_0)\hat{z} = -k\cdot\left[-\frac{\beta g}{\omega^2}\cos(\omega t) - \frac{mg}{k}\right]\hat{z}$

y $\vec{F}_2^{(RES)} = k\left[-\frac{\beta g}{\omega^2}\cos(\omega t) - \frac{mg}{k}\right]\hat{z}$

(c) Newton para P2 : $m\cdot\ddot{z}_2 \underset{\text{NO se levanta}}{=} 0 = N - mg + k\left[-\frac{\beta g}{\omega^2}\cos(\omega t) - \frac{mg}{k}\right]$

Para que NO despegue, $N = 2mg - mg\beta\cos(\omega t) > 0$

$\Rightarrow \beta\cos(\omega t) < 2 \Rightarrow \boxed{\beta_{MÁX} = 2}$ Considero el mayor valor posible de $\cos($

(d) $\beta = 2\beta_{MÁX} = 4$

Buscamos el primer instante $t^*$ en que la normal se anula.

$4\cos(\omega t^*) = 2 \Rightarrow \omega t^* = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t^* = \frac{\pi}{3\omega}$

Queremos calcular $V_{cm}(t^*) = \frac{mV_1 + mV_2}{2m} = \frac{V_1 + V_2}{2}$

Pero en $t^*$ P2 aún no se mueve, así que : $V_{cm} = \frac{V_1}{2} = \frac{\dot{z}_1}{2}$

$= +\frac{\beta g}{2\omega^2}\omega\sin(\omega t^*) = \frac{\beta g}{4\omega}\sqrt{3} \underset{\beta=4}{=} \frac{g}{\omega}\sqrt{3}$

$\boxed{H_{MÁX} = \frac{V_{cm}^2}{2g}} \Longrightarrow \boxed{H_{MÁX} = \frac{3g}{2\omega^2}}$ //

$\hookrightarrow$ El cálculo de esta fórmula es trivial (se pienca el sistema como partícula puntual)