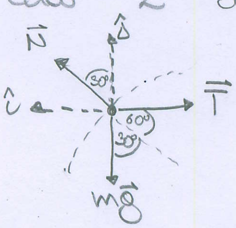
Pauta $\boxed{P3}$ Control 1

Prof: Patricio Cordero
Aux: Fabrizio del Mauro

a) Cualitativamente se observa que las 2 configuraciones en que las partículas permanecen en reposo son:

Para el caso ①, evidentemente la tensión de la cuerda es nula.
Para el caso 2 se hace el DCL estático:

DCL

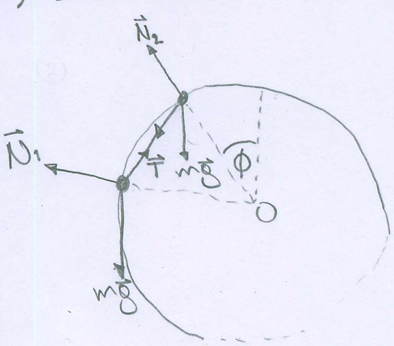


$\hat{\imath}$) $0 = N \operatorname{sen} 30° - T \Rightarrow T = \frac{1}{2} N$

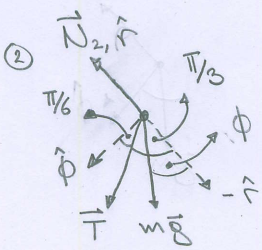
$\hat{\jmath}$) $0 = N\cos 30° - mg \Rightarrow mg = \frac{\sqrt{3}}{2} N$

de ($\hat{\imath}$) y ($\hat{\jmath}$) $\Rightarrow$ $T = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}} mg \Rightarrow \boxed{T = \frac{\sqrt{3}}{3} mg}$

b) Llamamos ① a la partícula de abajo y ② a la de arriba:

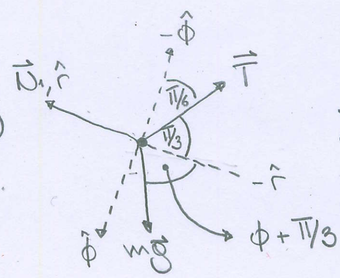


DCL



Mientras la cuerda está tensa, el ángulo entre $\vec{T}$ y $(-\hat{r})$ es $\pi/3$

$$\sum \vec{F}_2 = \vec{T} + m\vec{g} + \vec{N}_2$$
$$= T(-\operatorname{sen}\pi/6\, \hat{r} + \cos\pi/6\, \hat{\phi})$$
$$+ mg(-\cos\phi\, \hat{r} + \operatorname{sen}\phi\, \hat{\phi}) + N_2 \hat{r}$$



$$\sum \vec{F}_1 = \vec{T} + m\vec{g} + \vec{N}_1$$
$$= T(-\operatorname{sen}\pi/6\, \hat{r} - \cos\pi/6\, \hat{\phi})$$
$$+ mg(-\cos(\phi+\pi/3)\, \hat{r} + \operatorname{sen}(\phi+\pi/3)\, \hat{\phi})$$
$$+ N_1 \hat{r}$$

①

Luego, sea $\phi_2 = \phi$ y $\phi_1 = \phi + \pi/3$ los ángulos que barren cada partícula.
Entonces: $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \dot{\phi}$ y $\ddot{\phi}_1 = \ddot{\phi}_2 = \ddot{\phi}$

2) $\hat{r}$) $-mR\dot{\phi}^2 = -\frac{1}{2}T - mg\cos\phi + N_2$

$\hat{\phi}$) $mR\ddot{\phi} = \frac{\sqrt{3}}{2}T + mg\operatorname{sen}\phi$

1) $\hat{r}$) $-mR\dot{\phi}^2 = -\frac{1}{2}T - mg\cos(\phi + \pi/3) + N_1$

$\hat{\phi}$) $mR\ddot{\phi} = -\frac{\sqrt{3}}{2}T + mg\operatorname{sen}(\phi + \pi/3)$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}T + mg\operatorname{sen}\phi = -\frac{\sqrt{3}}{2}T + mg\operatorname{sen}(\phi+\pi/3)$$
$$\sqrt{3}\,T = mg(\operatorname{sen}(\phi+\pi/3) - \operatorname{sen}\phi)$$
$$\Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{3}} mg(\operatorname{sen}(\phi+\pi/3) - \operatorname{sen}\phi)$$

$\Rightarrow T(\phi_0) = 0 \iff \operatorname{sen}\phi_0 = \operatorname{sen}(\phi_0 + \pi/3)$

$\operatorname{sen}\phi_0 = \operatorname{sen}\phi_0 \underbrace{\cos\pi/3}_{1/2} + \cos\phi_0 \underbrace{\operatorname{sen}\pi/3}_{\sqrt{3}/2}$

$\frac{1}{2}\operatorname{sen}\phi_0 = \cos\phi_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan\phi_0 = \sqrt{3}$

$\boxed{\phi_0 = \pi/3}$