

a)

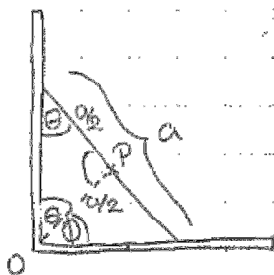
$$\vec{v} = v \hat{t} \quad ; \quad \vec{a} = \dot{v} \hat{t} + \frac{v^2}{\rho_c} \hat{n}$$

$$\Rightarrow \vec{v} \times \vec{a} = v \hat{t} \times \left(\dot{v} \hat{t} + \frac{v^2}{\rho_c} \hat{n} \right) = v \dot{v} \cancel{\hat{t} \times \hat{t}} + \frac{v^3}{\rho_c} \cancel{\hat{t} \times \hat{n}} = \frac{v^3}{\rho_c} \hat{b}$$

$$\Rightarrow \vec{v} \times \vec{a} = \frac{v^3}{\rho_c} \hat{b} \quad \| \cdot \|$$

$$\| \vec{v} \times \vec{a} \| = \frac{v^3}{\rho_c} \iff \boxed{\rho_c = \frac{v^3}{\| \vec{v} \times \vec{a} \|}}$$

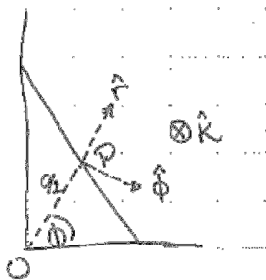
b)



Por geometría (Teorema de Thales?)
se tiene que $\| \vec{OP} \| = a/2$ y:

$$\theta + \phi = \pi/2 \Rightarrow \boxed{\phi = \pi/2 - \theta}$$

Luego se tiene lo siguiente:



$$\vec{r} = \frac{a}{2} \hat{r} \quad \checkmark$$

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\phi} \hat{\phi} = \frac{a}{2} \dot{\phi} \hat{\phi} = -\frac{1}{2} a \dot{\theta} \hat{\phi} \quad \checkmark$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\phi}^2) \hat{r} + (r \ddot{\phi} + 2 \dot{r} \dot{\phi}) \hat{\phi}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} a \ddot{\theta}^2 \hat{r} - \frac{1}{2} a \ddot{\theta} \hat{\phi} \quad \checkmark$$

Radio de Curvatura:

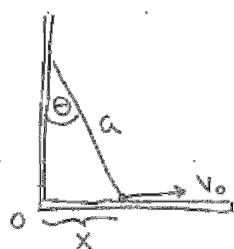
$$\vec{v} \times \vec{a} = -\frac{1}{2} a \dot{\theta} \hat{\phi} \times \left(\frac{1}{2} a \ddot{\theta}^2 \hat{r} - \frac{1}{2} a \ddot{\theta} \hat{\phi} \right) = -\frac{1}{4} a^2 \dot{\theta}^3 (-\hat{k})$$

$$\Rightarrow \| \vec{v} \times \vec{a} \| = \frac{1}{4} a^2 |\dot{\theta}^3| \quad \gamma \quad v^3 = \left(\frac{1}{2} a |\dot{\theta}| \right)^3$$

En primer momento hay que dejar el término $|\dot{\theta}|$, sin embargo, observamos que θ es estrictamente creciente $\Rightarrow \dot{\theta} > 0$

$$\Rightarrow \rho_c = \frac{\left(\frac{1}{2}a\right)^3 \dot{\theta}^3}{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 \dot{\theta}^2} = \frac{1}{2}a // \text{ (esperable p.)}$$

c)



Ubicamos la variable x que tiene 2 interpretaciones:

- geométrica: $x = a \sin \theta$

- cinemática: $x = v_0 t$ (por condición inicial $x(t=0)=0$)

$$\Rightarrow a \sin \theta = v_0 t$$

$$\sin \theta = \frac{v_0}{a} t$$

$$\theta(t) = \arcsin\left(\frac{v_0}{a} t\right)$$

Que está perfectamente definido en $\theta \in [0, \pi/2]$