

Experiencia 1.- La deducción de métodos numéricos no siempre es simple y a veces algunos métodos pueden resultar inestables. Un ejemplo clásico es el de la ecuación que describe como decrece la velocidad de un cuerpo en presencia de roce viscoso:

$$m\dot{v} = -\gamma v$$

Substituyendo se puede mostrar que la solución es

$$v(t) = v(0)\exp(-\gamma t/m)$$

es decir, decae en el tiempo.

Una discretización centrada, que en principio parece precisa, es

$$\frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2\Delta t} = -\frac{\gamma}{m}v_i$$

Muestre que si resuelve para $m = 1$, $\gamma = 0, 1$, $T_{final} = 100$ y $v(0) = 1$ el resultado no tiene sentido.

Sin embargo, se puede escribir otra discretización centrada, en que el lado derecho se promedia en dos instantes,

$$\frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{\Delta t} = -\frac{\gamma}{m} \frac{v_{i+1} + v_i}{2}$$

de la cual se puede despejar v_{i+1} como

$$v_{i+1} = \left(\frac{1 - \gamma\Delta t/2m}{1 + \gamma\Delta t/2m} \right) v_i$$

muestre que esta discretización es estable y entrega resultados sensatos.