

Problema 2

Energía inicial:

$$E = mgH$$

Energía final:

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R - r)$$

Igualando Energías

$$mgH = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R - r)$$

(1 punto)

La condición de rodadura perfecta:

$$v = \omega r \Rightarrow v^2 = \omega^2 r^2$$

(1 punto)

Se hace un DCL en la parte más alta del loop

$$ma = mg + N$$

Caso Límite es cuando $N \rightarrow 0^+$, pues $N > 0$ luego $a = g$

(2 puntos)

Luego $a = \frac{v^2}{R-r}$ pues es un movimiento circular en el loop de radio $R-r$.
Entonces $v^2 = g(R-r)$

Reemplazando en la ecuación de energía se tiene:

$$mgH = \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R - r) \text{ con } I = \frac{2}{5}mr^2$$

$$mgH = \frac{1}{5}mr^2\frac{g(R-r)}{r^2} + \frac{1}{2}mg(R-r) + mg(2R - r)$$

$$H = \frac{7}{10}(R-r) + 2R - r = \frac{27}{10}R - \frac{17}{10}r$$

(2 puntos)