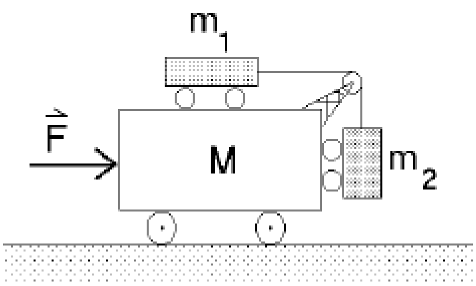
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
FI1001-08 INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA NEWTONIANA

Auxiliar nº5

Profesor: Luis Moraga
Auxiliares: S. Derteano, S. Donoso, M. Ferrer

P1.-

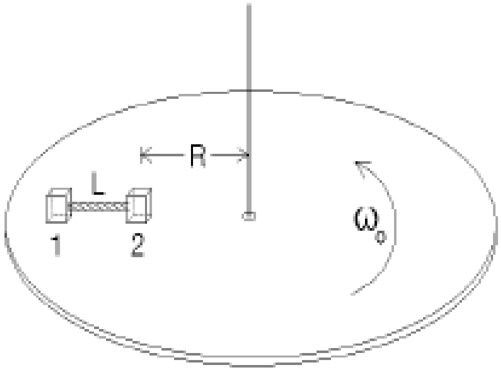
¿Qué fuerza F debe aplicarse al carro de masa M (ver figura adjunta) para que el carro de masa m2 no suba ni baje?



P2.-

Dos objetos 1 y 2, de igual masa, están atados a los extremos de una cuerda ideal de largo L. El conjunto descansa sobre un disco que gira en un plano horizontal con velocidad angular constante, en torno a su centro (ver figura). Suponga que no existe fricción entre el disco y el objeto 1, pero existe fricción entre el objeto 2 y la superficie del disco. Los coeficientes de fricción estático y cinético entre la masa 2 y el disco son μe y μc, respectivamente.

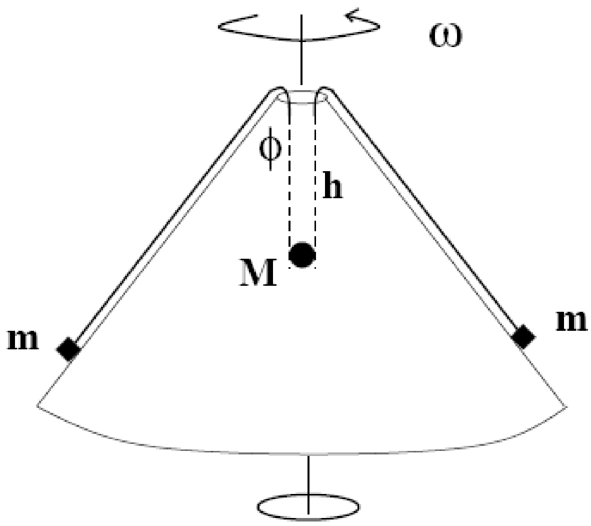
Se observa que cuando el disco gira con velocidad angular ω_0, la cuerda se mantiene tensa y alineada en la dirección radial. En esta condición el objeto 2 está en reposo a una distancia R del eje de rotación. Cuando la velocidad angular es mayor que ω_0 el objeto 2 (y también el 1) resbala sobre el disco. Calcule el valor de ω_0.



P3.-

En la figura se muestran dos cubos pequeños e idénticos de masa m unidos por una cuerda ideal de longitud 2L. El sistema se dispone simétricamente sobre una superficie cónica con un orificio de canto suave en su punta superior. La cuerda entra parcialmente por el orificio y es tensada mediante una carga de masa M la cual no se mueve verticalmente. El cono y los cubos rotan conjuntamente con velocidad angular constante ω; estos últimos describen movimientos circunferenciales y se mantienen en contacto con el cono. Considere el orificio y la carga de dimensiones despreciables.

Determine la profundidad h de la carga con respecto a la punta del cono que permite la situación descrita.

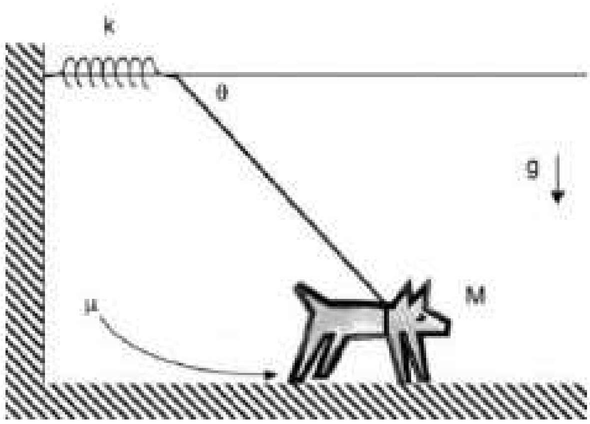


P4.-

Un perro de masa M está atado a una cuerda. Un extremo de la cuerda se une a un resorte que puede deslizar sin fricción a lo largo de un tubo horizontal. El otro extremo del resorte está fijo a una muralla. La rigidez del resorte es K. La cuerda es inextensible, sin masa y, al estar tensionada, se mantiene siempre formando un ángulo θ con el tubo horizontal. Entre el perro y el piso hay un coeficiente de roce estático μ:

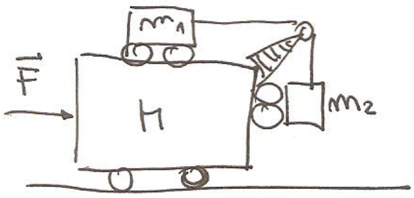
a) Haga un diagrama de cuerpo libre del perro y del extremo del resorte que está conectado a la cuerda.

b) ¿Cuál es la máxima distancia a la cual el perro puede estirar el resorte más allá de su largo original?



Auxiliar #6 Física (consultas a maxmustaine@gmail.com)

P1



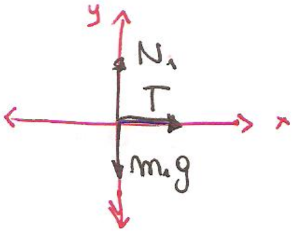
¿$|\vec{F}|$?

Solⁿ:

① Si m_2 no se mueve en el eje y, entonces todo el sistema se mueve con la misma aceleración "a" en x

② Hacemos los DCL de los cuerpos que interesan y vemos la 2° ley de Newton sobre ellos: ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$)

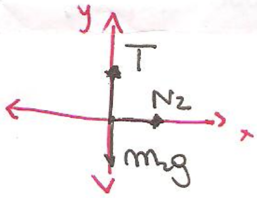
• DCL m_1



$$\Sigma F_y = N_1 - m_1 g = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

$$\Sigma F_x = T = m_1 \cdot a \quad (1)$$

• DCL m_2



$$\Sigma F_y = T - m_2 g = 0 \Rightarrow T = m_2 g \quad (2)$$

$$\Sigma F_x = N_2 = m_2 \cdot a$$

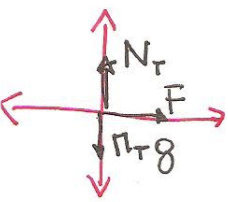
• igualamos (1) = (2) = T

$\Rightarrow m_1 \cdot a = m_2 g$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{m_2}{m_1} \cdot g}$

• DCL Sistema completo $M_T = m_1 + m_2 + M$

→ La única fuerza externa sobre el sistema es $\vec{F}$ (el resto son sólo fuerzas internas que se anulan con sus respectivas reacciones (3° ley Newton))



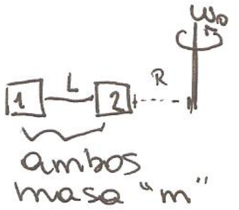
• $\Sigma F_x = F = M_T \cdot a \Rightarrow F = (m_1 + m_2 + M) \cdot a \quad (3)$

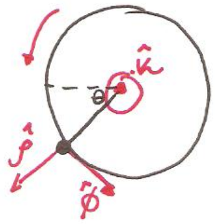
• $\Sigma F_y = N_T - M_T g = 0$

• reemplazamos "a" en (3) $\Rightarrow \boxed{F = (M + m_1 + m_2) \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot g}$ //

P2

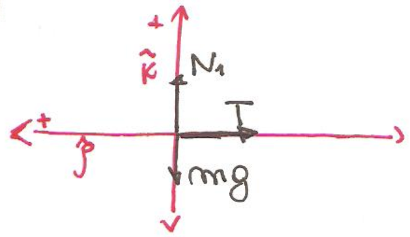
① Es necesario definir 1° las coordenadas polares:





* Sólo ∃ aceleración en $\hat{\phi}$ cuando exista aceleración tangencial
* $\boxed{a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r}$ (apunta hacia el centro)

② DCL 1

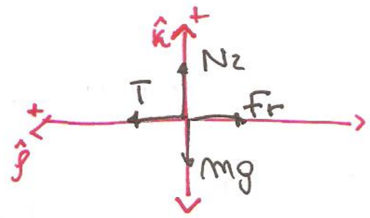


- $\sum F_k = N_1 - mg = 0 \Rightarrow N_1 = mg$
- $\sum F_\rho = -T = -m \cdot a_{c_1}$

$\Rightarrow -T = -m \cdot [\omega_0^2 \cdot (L+R)]$

$\Rightarrow \boxed{T = m\omega_0^2 (L+R)}$ (1)

DCL 2



- $\sum F_\rho = T - Fr = -m \cdot a_{c_2}$

$\Rightarrow T - Fr = -m \cdot [\omega_0^2 \cdot (R)]$

$\Rightarrow \boxed{T = Fr - m \cdot \omega_0^2 \cdot R}$ (2)

- $\sum F_k = N_2 - mg = 0 \Rightarrow \boxed{N_2 = mg}$ (3)

③ Igualamos $(1) = (2) = T$:

$\Rightarrow m\omega_0^2 (L+R) = Fr - m \cdot \omega_0^2 \cdot R$ / caso límite a punto de resbalar $\Rightarrow Fr = \mu_e \cdot N_2$

$\Rightarrow$

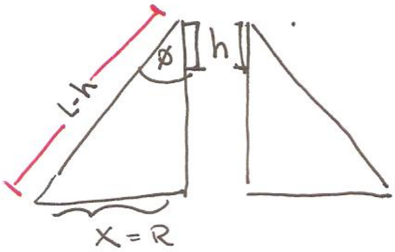
$m \cdot \omega_0^2 (L+R) = \mu_e N_2 - m \cdot \omega_0^2 R$ / (3) $\Rightarrow N_2 = mg$

$\Rightarrow \cancel{m} \omega_0^2 (L+R) = \mu_e (\cancel{m} g) - \cancel{m} \omega_0^2 R$

$\Rightarrow \omega_0^2 (L+R+R) = \mu_e g$

$\Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu_e \cdot g}{2R+L}}}$

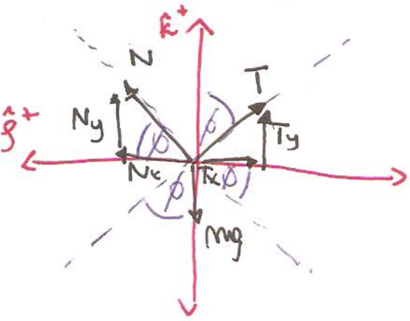
→ Vemos la geometría del problema:



- $\sin\phi = \dfrac{x}{L-h}$

$$\Rightarrow \boxed{x = (L-h)\sin\phi} = R$$

② DCL masa m (cubo)



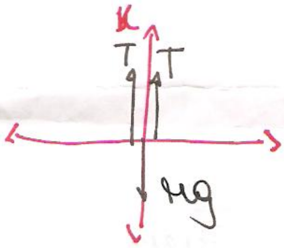
- $\sum F_\rho = N_x - T_x = -m \cdot a_c$

$$\Rightarrow \boxed{N\cos\phi - T\sin\phi = -m\omega_0^2[(L-h)\sin\phi]} \quad (1)$$

- $\sum F_k = T_y + N_y - mg = 0$

$$\Rightarrow \boxed{T\cos\phi + N\sin\phi - mg = 0} \quad (2)$$

DCL M (bolita)



- $\sum F_k = T + T - Mg = 0$ (no se mueve)

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{Mg}{2}} \quad (3)$$

③ reemplazando (3) en (2):

$$\Rightarrow \boxed{N\sin\phi + \frac{Mg\cos\phi}{2} - mg = 0} \quad (4)$$

- ahora (3) en (1):

$$\boxed{N\cos\phi - \frac{Mg}{2}\sin\phi = -m\omega_0^2(L-h)\sin\phi} \quad (5)$$

- multiplicamos (4) por $(\cos\phi)$ y (5) por $(-\sin\phi)$:

$$\Rightarrow (4)\cdot\cos\phi \Rightarrow N\sin\phi\cos\phi + \frac{Mg}{2}\cos^2\phi - mg\cos\phi = 0$$

$$\Rightarrow (5)\cdot(-\sin\phi) \Rightarrow -N\sin\phi\cos\phi + \frac{Mg}{2}\sin^2\phi = m\omega_0^2(L-h)\sin^2\phi$$

• Sumamos ambas ecs. y nos queda:

$$\frac{Mg}{2}(\cos^2\phi + \cancel{\sin^2\phi}^{\,1}) - mg\cos\phi = m\omega_0^2(L-h)\sin^2\phi$$

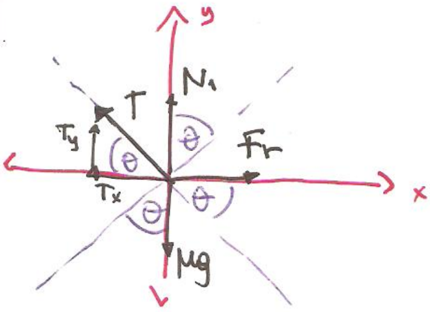
$$\Rightarrow \frac{Mg}{2} - mg\cos\phi = m\omega_0^2(L-h)\sin^2\phi$$

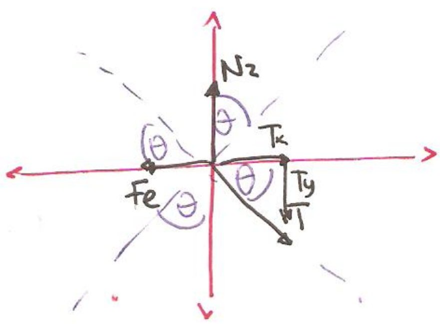
$$\Rightarrow L-h = \frac{\frac{Mg}{2} - mg\cos\phi}{m\omega^2\sin^2\phi}$$

$$\therefore \boxed{h = L - \frac{\frac{Mg}{2} - mg\cos\phi}{m\omega^2\sin^2\phi}}$$

P4

a) DCL perro (M) DCL resorte





; Fe = Fuerza elástica

$\Rightarrow Fe = K \cdot X$

b) • perro:

① $\Sigma F_x = Fr - T\cos\theta = M \cdot a$

$\Rightarrow \boxed{\mu \cdot N_1 - T\cos\theta = M \cdot a}$ (1)

• $\Sigma F_y = N_1 + T\sin\theta - Mg = 0$

$\Rightarrow \boxed{N_1 = Mg - T\sin\theta}$ (2)

• resorte:

• $\Sigma F_x = T\cos\theta - Fe = 0$

$\Rightarrow \boxed{T\cos\theta - KX = 0}$ (3)

• $\Sigma F_y = N_2 - T\sin\theta = 0$

$\Rightarrow \boxed{N_2 = T\sin\theta}$ (4)

hora vemos el caso límite, que es cuando el resorte alcanza su elongación máxima $X = X_{máx}$

$\Rightarrow$ Sistema quieto $\Rightarrow a_p = 0$

(3) Así:

$\overset{(1)}{\Rightarrow} \mu \cdot N_1 - T\cos\theta = 0$

$\Rightarrow N_1 = \dfrac{T\cos\theta}{\mu}$ / reemplazando N_1 de (2):

$\Rightarrow Mg - T\sin\theta = \dfrac{T\cos\theta}{\mu}$

$\Rightarrow \boxed{T = \dfrac{\mu Mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}}$ (5)

(4) Reemplazamos (5) en (3):

$\Rightarrow \dfrac{\mu Mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta} \cdot \cos\theta - K X_{máx} = 0$

$\Rightarrow X_{máx} = \dfrac{\mu Mg\cos\theta}{K(\cos\theta + \mu\sin\theta)}$ $\Big/ \cdot \dfrac{1/\cos\theta}{1/\cos\theta}$

$\Rightarrow \boxed{X_{máx} = \dfrac{\mu Mg}{K(1 + \mu\,tg\theta)}}$ //