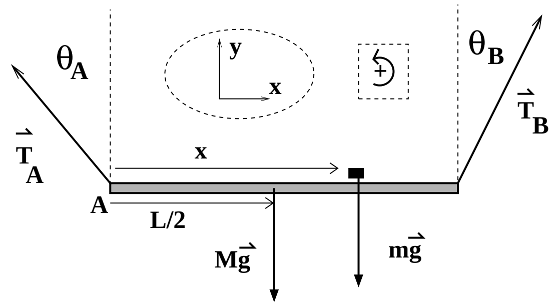
SOLUCION CONTROL No 4
INTRODUCCION A LA FISICA – PRIMAVERA 2001

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Las fuerzas sobre (tablón+carga): tensiones $\vec{T}_A$ y $\vec{T}_B$, peso carga $m\vec{g}$ y peso tablón $M\vec{g}$.
• Estática bajo traslación del CM y proyecciones según $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{T}_A + \vec{T}_B + m\vec{g} + M\vec{g} &= 0 \qquad \Rightarrow & (1)\\ -T_A \sin\theta_A + T_B \sin\theta_B + 0 + 0 &= 0 \quad (\text{según } \hat{x}) & (2)\\ T_A \cos\theta_A + T_B \cos\theta_B - mg - Mg &= 0 \quad (\text{según } \hat{y}) & (3) \end{aligned}$$

• De lo anterior tenemos:

$$\begin{aligned} T_A \sin\theta_A &= T_B \sin\theta_B & (4)\\ T_A \cos\theta_A + T_B \cos\theta_B &= (m+M)g & (5) \end{aligned}$$

• Estática bajo rotación (torques) c/r A y (torques positivos en sentido antihorario):

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_A(\vec{T}_A) + \vec{\tau}_A(\vec{T}_B) + \vec{\tau}_A(m\vec{g}) + \vec{\tau}_A(M\vec{g}) &= 0 \qquad \Rightarrow & (6)\\ 0 + LT_B \cos\theta_B - xmg - (L/2)Mg &= 0 \quad \to \quad \boxed{xmg = LT_B \cos\theta_B - MgL/2} & (7) \end{aligned}$$

• Buscamos x: reemplazar T_A de (4) en (5) y se obtiene

$$T_B(\cos\theta_A \sin\theta_B + \cos\theta_B \sin\theta_A) = (m+M)g \sin\theta_A \to \boxed{T_B \sin(\theta_A + \theta_B) = (m+M)g \sin\theta_A}$$

• Combinar con Ec. (7) para x y despejar...

$$\boxed{x = \frac{L}{m}\left(\frac{(m+M)\sin\theta_A \cos\theta_B}{\sin(\theta_A + \theta_B)} - \frac{M}{2}\right)}$$

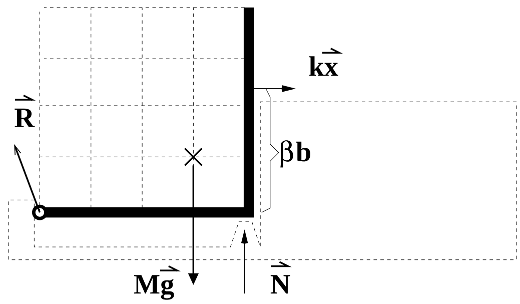
• Caso límite $\theta_a = \theta_B \to$ (usar $\sin(2\beta) = 2\sin\beta\cos\beta$

$$x \to \frac{L}{m}\left(\frac{(m+M)\sin\theta_A \cos\theta_A}{2\sin\theta_A \cos\theta_B} - \frac{M}{2}\right) \Rightarrow \boxed{x \to \frac{L}{2}}$$

vale decir, si los $\angle$'s son iguales, la carga debe ubicarse simétricamente en el tablón.

PUNTUACION: 1Pto DCL correcto + 1Pto Ecs Fzas correctas + 1Pto Ecs torques correctos + 2Ptos despeje de x correcto + 1Pto caso límite y discusión aceptable.

PROBLEMA 2



• Las fuerzas sobre la 'L': reacción en Q ($\vec{R}$), peso del la 'L' ($M\vec{g}$), contacto en descanso ($\vec{N}$) y tirón del resorte ($k\vec{x}$, con x=desplazamiento bolita).
• El centro de masas de la 'L' se ubica en el punto medio del segmento que une los puntos medios de cada brazo.
• Estática bajo rotación (torques) c/r Q y (torques +'vos en sentido horario):

$$\vec{\tau}_Q(\vec{R}) + \tau_Q(M\vec{g}) + \tau_Q(\vec{N}) + \tau_Q(k\vec{x}) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 + (3b/4)Mg - bN + \beta bkx = 0 \, .$$

Despejando N en función de x:

$$\boxed{N = \frac{3}{4}Mg + \beta kx}$$

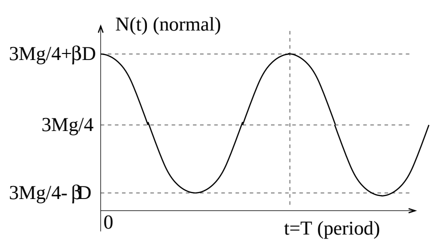
• Si la bolita parte del reposo con $x(t=0) = D$, entonces el movimiento está dado por:

$$x(t) = D\cos(\omega t)$$

donde $\omega^2 = k/m$. Por lo tanto:

$$\boxed{N(t) = \frac{3}{4}Mg + \beta kD\cos(\omega t)} \, .$$

Gráficamente:



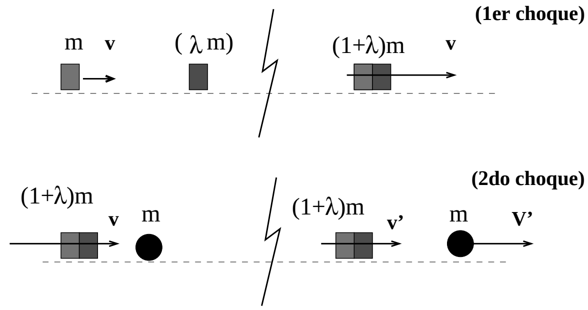
• Claramente la normal se hace nula si $3Mg/4 - \beta kD = 0$ con lo cual

$$\boxed{D = \frac{3Mg}{4k\beta}}$$

• En el caso $\beta \to 0$ se observa que $D \to \infty$ para levantar la 'L'. Esto es correcto pues en tal caso el resorte queda atado al vértice de la 'L', con el resorte colineal con la 'L' en su parte inferior. Así, el resorte solo puede comprimir la barra horizontal, sin posibilidad de levantarla.

PUNTUACION: 0.5 Pto DCL + 0.5 Pto determinación del CM + 1 Ecuaciones de estática correctas (las que necesite) + 1 Pto obtención de N(x) + 0.5 Pto obtención de N(t) + 0.5 Pto gráfico debidamente rotulado + 1 Pto estiramiento máximo + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 3



• El movimiento es 1D. Para el 1er choque (entre los bloques) <u>sólo</u> conservamos momentum. Para simplificar álgebra llamemos $(1+\lambda)m = \beta m$:

$$mv_\circ + 0 = (1+\lambda)mv = \beta mv \quad \rightarrow \quad \boxed{v_\circ = \beta v} \quad (1)$$

• Para el 2do choque conservamos momentum y energía. Para el mtum:

$$\beta mv = \beta mv' + mV' \quad \rightarrow \quad \boxed{\beta(v - v') = V'} \quad (2)$$

y la energía:

$$\frac{1}{2}\beta mv^2 + 0 = \frac{1}{2}\beta mv'^2 + \frac{1}{2}mV'^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\beta(v^2 - v'^2) = V'^2} \quad (3)$$

• De esta última se tiene $\beta(v-v')(v+v') = V'^2$; usando (2) para V' y simplificando:

$$\boxed{v + v' = V'} \quad (4)$$

• Las ecuaciones (2) y (4) constituyen un sistema de 2x2 donde v' y V' son las incógnitas, y v es dato (Ec 1). Igualando (2)=(4)...

$$\beta(v - v') = (v + v') \quad \rightarrow \quad \boxed{v' = v\left(\frac{\beta - 1}{\beta + 1}\right)}$$

• Sustituir este valor de v' en (4) para obtener V'; se obtiene:

$$\boxed{V' = v\left(\frac{2\beta}{\beta + 1}\right)}$$

• Reemplazamos $\beta = (1+\lambda)$ y $v = v_\circ/\beta$ para obtener:

$$\boxed{v' = \frac{\lambda v_\circ}{(1+\lambda)(2+\lambda)} \qquad V' = \frac{2v_\circ}{2+\lambda}}$$

• En el caso $\lambda = 0$ obtenemos: $v' = 0$ y $V' = v_\circ$, lo cual efectivamente corresponde al caso de dos masa idénticas en choque elástico, con una de ellas inicialmente detenida (el bloque del medio no existe!).

PUNTUACION: 1Pto 1er choque correcto + 2Ptos 2do choque correcto + 2Ptos velocidades finales correctas + 1Pto caso límite correcto y discusión aceptable.